**Федеральное агентство связи**

**Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики**

**Межрегиональный центр переподготовки специалистов**

# Экзаменационная работа

# По дисциплине: Дискретная математика

*Давайте кое-что обсудим.*

*В ответе на 1-й вопрос Вы(?) говорите, что объединение классов эквивалентности покрывает множество А.*

*Что это значит? Почему отсюда следует* *?*

*Ответите – поставлю удовлетворительно. НЕ ответите, будем решать тесты.*

*Пока неудовлетворительно. Мурзина Т.С.*

*Мои замечания не стирайте.*

**Выполнил**: **Колидов А. В.**

**Группа**: **СБТ - 62**

**Вариант: 08**

**Проверил**:

**2017 г**

**1. Отношение эквивалентности. Теорема о том, что отношение эквивалентности разбивает множество на непересекающиеся классы.**

Бинарным отношением между элементами множеств А и В называется любое подмножество  множества . Если , то отношение  называется бинарным отношением на .

Бинарное отношение  на множестве А называется

рефлексивным, если для всех  ;

симметричным, если для всех  из того, что , следует ;

транзитивным, если для всех  из того, что  и , следует .

Рефлексивное, симметричное и транзитивное отношение  на множестве А называется отношением эквивалентности.

Пример 1. Отношение «=» на любом множестве Х является отношением эквивалентности.

Пример 2. Пусть  ( – множество комплексных чисел). Рассмотрим бинарное отношение , заданное правилом:

.

Отношение  также является отношением эквивалентности.

Два элементы множества А, связанные отношением эквивалентности, называются эквивалентными. Так как отношение эквивалентности по определению рефлексивно, то каждый его элемент эквивалентен к самому себе. Так как отношение эквивалентности по определению транзитивно, то из того, что элементы  эквивалентны и  эквивалентны, следует, что элементы  также эквивалентны.

Пусть  – отношение эквивалентности на множестве А. Множество всех элементов, эквивалентных к элементу , называют классом эквивалентности (элемента ). Класс эквивалентности, порожденный элементом  по отношению , обозначают . Итак, .

Заметим, что классы эквивалентности, порожденные двумя элементами множества А, или совпадают, или не пересекаются. Это утверждает следующая лемма.

Лемма. Пусть  – отношение эквивалентности на множестве А. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

(I) ,

(II) ,

(III) .

Доказательство. Сначала докажем, что из (I) следует (II). Допустим, что . Чтобы доказать равенство , покажем, что  и . Пусть ; тогда . Так как , а  – симметричное отношение, то . Так как отношение  является транзитивным, то из и  следует , поэтому . Таким образом, . Аналогично можно доказать, что .

Докажем теперь, что из (II) следует (III). Действительно, , так как  вследствие рефлексивности. Таким образом, из  следует .

Наконец, докажем, что из (III) следует (I). Предположим, что

. Тогда существует такой элемент , что  и , т.е.  и . Из симметричности отношения  следует . Так как отношение  транзитивно, то из  и  следует .

Так как из (I) следует (II), из (II) следует (III) и из (III) следует (I), то утверждения (I), (II) и (III) эквивалентны.

Теорема. Отношение эквивалентности на А разбивает множество А на непересекающиеся классы.

Доказательство.

Объединение классов эквивалентности по отношению  покрывает *Что это означает?* множество , так как каждый элемент  из множества А принадлежит своему собственному классу эквивалентности . Иначе говоря,

.

Из леммы следует, что, когда , то .

**2. Заданы универсальное множество *U* и три его подмножества *A*, *B*, *C*.**

**Проверить (доказать или опровергнуть) справедливость соотношения:**

**.**



Решение:

Воспользуемся известным свойством симметрической разности

.

Тогда 







,

так как  является подмножеством множества .

Таким образом, заданное соотношение справедливо для любых множеств.

*Верно.*

**3. Задано бинарное отношение , где . Определить, выполняются ли для данного отношения свойства симметричности и рефлексивности. Ответ обосновать.**



Решение:

Заданное отношение является симметричным. Действительно, если , то , откуда , т.е. .

Заданное отношение не является рефлексивным. Например, .

*Верно? Ну хоть бы привели другой пример, что-ли!. Что уж совсем-то копию присылать. Даже не просмотрели работу?*

**4. Упростив логическую функцию двух переменных , проверить ее самодвойственность, монотонность и линейность. Ответ обосновать.**



Решение:

Упростим функцию, воспользовавшись сначала равносильностью :



.

Воспользуемся равносильностью :



;



.

Тогда



.

Обозначим заданную функцию через .

Проверим функцию на самодвойственность. Так как , то функция является самодвойственной.

Заметим, что , т.е. условие монотонности не выполняется. Таким образом, функция не является монотонной.

Заданную функцию можно переписать в виде . Так как канонический многочлен Жегалкина не содержит произведений переменных, то функция  линейна.

**5. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в них четыре человека, при условии, чтобы они были в разных вагонах?**

Решение:

Для первого человека вагон можно выбрать 9 способами. Затем для второго человека останется только 8 вагонов, т.е. для него вагон можно выбрать 8 способами. Затем для третьего человека вагон можно выбрать 7 способами, а для четвертого – 6 способами. По комбинаторному правилу умножения искомое количество способов рассаживания 4 человек в разные вагоны равно

9\*8\*7\*6 = 3024.