

"Интегральное исчисление функции одной переменной. Числовые и функциональные ряды"

1) Вычислить неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{x dx}{\cos^2(2x^2+1)}$ ; б)  $\int \frac{(3x+1)dx}{\sqrt{3-x^2}}$ ; в)  $\int \cos(\ln(x)) dx$ ; г)  $\int \frac{x(x+1)}{(x^2-3x+5)(x-2)^2} dx$ .

2) Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$x^2 + y^2 = 16x, y^2 = 8x.$$

3) Найти длину кривой  $r = \frac{10}{1+\cos(2\phi)}$ ,  $0 \leq \phi \leq \pi/2$ .

4) Исследуйте на сходимость следующие положительные ряды:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{2^{n+1}(n^3+1)}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \arctg\left(\frac{n^2}{n^6-6}\right)$ ; г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+10000}{3n-10000}\right)^{2n}$ .

5) Исследуйте ряд на абсолютную и условную сходимость:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln\left(1 + \frac{2}{n}\right).$$

6) Найти области сходимости (абсолютной и условной) следующих

функциональных рядов:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(2x-4)^n}{12^n}$ .

7) Разложить функцию  $y = 2x \cos^2 \frac{x}{2} - x$  в ряд Тейлора по степеням  $x$ .