

## **ЗАДАНИЕ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

Контрольная работа охватывает три основных раздела электротехники:

- линейные электрические цепи постоянного тока (1 задача);
- цепи однофазного переменного тока (2 задача);
- трехфазные цепи (3 задача).

Контрольную работу оформить в тетради или электронном виде.

**Варианты выбрать согласно списку, который был представлен преподавателем.**

Сдать контрольную работу в кабинет 136, кафедры электроэнергетики и электротехники.

### Задача №1

По данным своего варианта (табл. 1) выбрать расчетную схему (рис. 1.1) и исходные данные для расчета (табл. 2). Определить количество узлов и ветвей в схеме, обозначить узлы (а, б, с ...) и условно положительные направления токов в ветвях схемы и напряжений на ее участках. Определить:

- токи во всех ветвях схемы, расчет произвести методом контурных токов, выполнить проверку правильности расчета методом баланса мощностей;
- токи во всех ветвях схемы, приняв сопротивление  $R_b=0$ . Провод, где располагается сопротивление  $R_b$  остается. Расчет произвести методом наложения.

Таблица 1

№ вар.	Схема к задаче №1	Исходные данные к задаче №1
1	Рис. 1.1, а	Табл. 2, №1
2	Рис. 1.1, б	Табл. 2, №2
3	Рис. 1.1, в	Табл. 2, №3
4	Рис. 1.1, г	Табл. 2, №4
5	Рис. 1.1, д	Табл. 2, №5
6	Рис. 1.1, а	Табл. 2, №6
7	Рис. 1.1, б	Табл. 2, №1
8	Рис. 1.1, в	Табл. 2, №2
9	Рис. 1.1, г	Табл. 2, №3
10	Рис. 1.1, д	Табл. 2, №4
11	Рис. 1.1, а	Табл. 2, №5
12	Рис. 1.1, б	Табл. 2, №6
13	Рис. 1.1, в	Табл. 2, №1
14	Рис. 1.1, г	Табл. 2, №2
15	Рис. 1.1, д	Табл. 2, №3
16	Рис. 1.1, а	Табл. 2, №4
17	Рис. 1.1, б	Табл. 2, №5
18	Рис. 1.1, в	Табл. 2, №6
19	Рис. 1.1, г	Табл. 2, №1
20	Рис. 1.1, д	Табл. 2, №2
21	Рис. 1.1, а	Табл. 2, №3
22	Рис. 1.1, б	Табл. 2, №4
23	Рис. 1.1, в	Табл. 2, №5
24	Рис. 1.1, г	Табл. 2, №6
25	Рис. 1.1, д	Табл. 2, №1

Таблица 2

№	E1, В	E2, В	E3, В	R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	R4, Ом	R5, Ом	R6, Ом
1	110	100	150	50	40	80	40	40	100
2	50	120	80	60	100	40	50	20	50
3	60	110	50	100	15	30	40	20	40
4	120	100	100	15	30	40	20	50	30
5	110	60	50	50	40	30	50	100	80
6	70	120	80	60	100	60	100	40	60

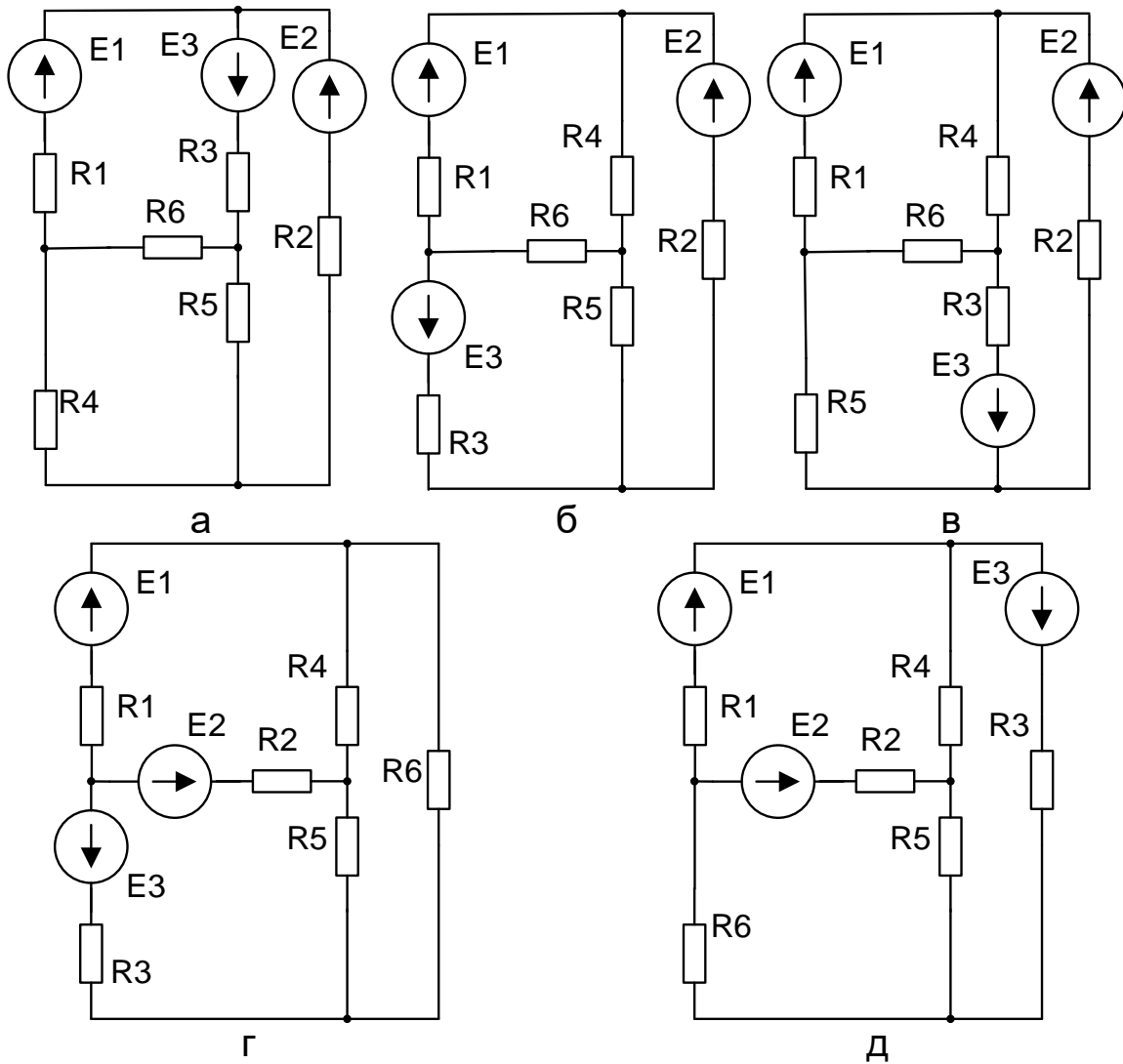


Рис. 1.1. Варианты схем для расчета к задаче № 1

## Задача №2

По данным своего варианта (табл. 3) выбрать расчетную схему (рис. 1.2) и исходные данные для расчета (табл. 4). По заданным значениям активных и реактивных сопротивлений и напряжению источника определить токи во всех ветвях схемы и падения напряжения на ее участках. Определить комплекс полной мощности, активную и реактивную мощность. Расчет произвести комплексным методом. Выполнить проверку правильности расчета с использованием баланса активных мощностей схемы. Построить векторную диаграмму. Построить мгновенные значения синусоидальных токов ветвей.

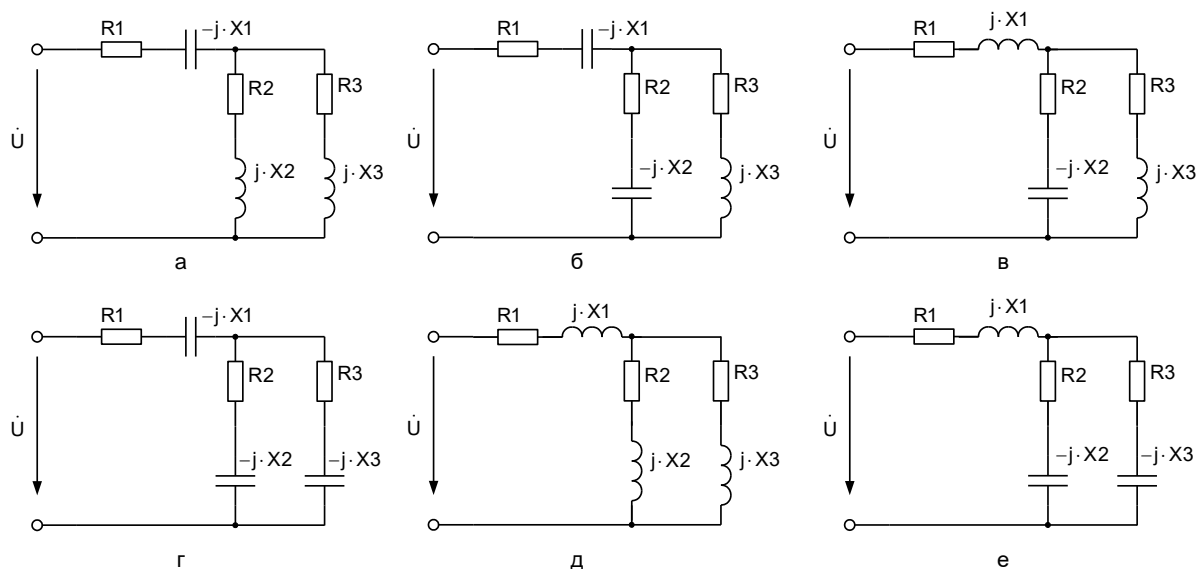


Рис. 1.2. Варианты схем к задаче 2

Таблица 3

№ вар.	Схема к задаче №2	Исходные данные к задаче №2	Схема к задаче №3	Исходные данные к задаче №3
1	Рис. 1.3, а	Табл. 4, №1	Рис. 1.4, а	Табл. 5, №1
2	Рис. 1.3, б	Табл. 4, №2	Рис. 1.4, б	Табл. 5, №2
3	Рис. 1.3, в	Табл. 4, №3	Рис. 1.4, в	Табл. 5, №3
4	Рис. 1.3, г	Табл. 4, №4	Рис. 1.4, г	Табл. 5, №4
5	Рис. 1.3, д	Табл. 4, №5	Рис. 1.4, д	Табл. 5, №5
6	Рис. 1.3, е	Табл. 4, №1	Рис. 1.4, е	Табл. 5, №1
7	Рис. 1.3, а	Табл. 4, №2	Рис. 1.4, а	Табл. 5, №2
8	Рис. 1.3, б	Табл. 4, №3	Рис. 1.4, б	Табл. 5, №3
9	Рис. 1.3, в	Табл. 4, №4	Рис. 1.4, в	Табл. 5, №4
10	Рис. 1.3, г	Табл. 4, №5	Рис. 1.4, г	Табл. 5, №5

11	Рис. 1.3, д	Табл. 4, №1	Рис. 1.4, д	Табл. 5, №1
12	Рис. 1.3, е	Табл. 4, №2	Рис. 1.4, е	Табл. 5, №2
13	Рис. 1.3, а	Табл. 4, №3	Рис. 1.4, а	Табл. 5, №3
14	Рис. 1.3, б	Табл. 4, №4	Рис. 1.4, б	Табл. 5, №4
15	Рис. 1.3, в	Табл. 4, №5	Рис. 1.4, в	Табл. 5, №5
16	Рис. 1.3, г	Табл. 4, №1	Рис. 1.4, г	Табл. 5, №1
17	Рис. 1.3, д	Табл. 4, №2	Рис. 1.4, д	Табл. 5, №2
18	Рис. 1.3, е	Табл. 4, №3	Рис. 1.4, е	Табл. 5, №3
19	Рис. 1.3, а	Табл. 4, №4	Рис. 1.4, а	Табл. 5, №4
20	Рис. 1.3, б	Табл. 4, №5	Рис. 1.4, б	Табл. 5, №5
21	Рис. 1.3, в	Табл. 4, №1	Рис. 1.4, в	Табл. 5, №1
22	Рис. 1.3, г	Табл. 4, №2	Рис. 1.4, г	Табл. 5, №2
23	Рис. 1.3, д	Табл. 4, №3	Рис. 1.4, д	Табл. 5, №3
24	Рис. 1.3, е	Табл. 4, №4	Рис. 1.4, е	Табл. 5, №4
25	Рис. 1.3, а	Табл. 4, №5	Рис. 1.4, а	Табл. 5, №5

Таблица 4

№	U, В	R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	X1, Ом	X2, Ом	X3, Ом
1	90	10	100	10	10	10	10
2	100	10	20	15	20	30	30
3	120	20	40	10	30	20	20
4	140	15	25	40	10	20	30
5	150	30	15	20	40	10	20

Таблица 5

№	1	2	3	4	5
$\Gamma_a, \text{Ом}$	50	100	150	200	300
$\Gamma_b, \text{Ом}$	60	50	100	100	150
$\Gamma_c, \text{Ом}$	200	30	100	50	100
$X_a, \text{Ом}$	100	70	30	50	150
$X_b, \text{Ом}$	50	100	150	200	300
$X_c, \text{Ом}$	100	50	80	30	100
$\Gamma_{ab}, \text{Ом}$	100	70	30	50	150
$\Gamma_{bc}, \text{Ом}$	50	100	150	200	300
$\Gamma_{ca}, \text{Ом}$	100	50	80	30	100
$X_{ab}, \text{Ом}$	200	300	250	400	500

$X_{bc}, \text{ Ом}$	150	200	300	200	400
$X_{ca}, \text{ Ом}$	300	100	200	300	100

### Задача №3

По данным своего варианта (табл. 3) выбрать схему (рис. 1.3) и исходные данные для расчета (табл. 5), трехфазной трехпроводной цепи.

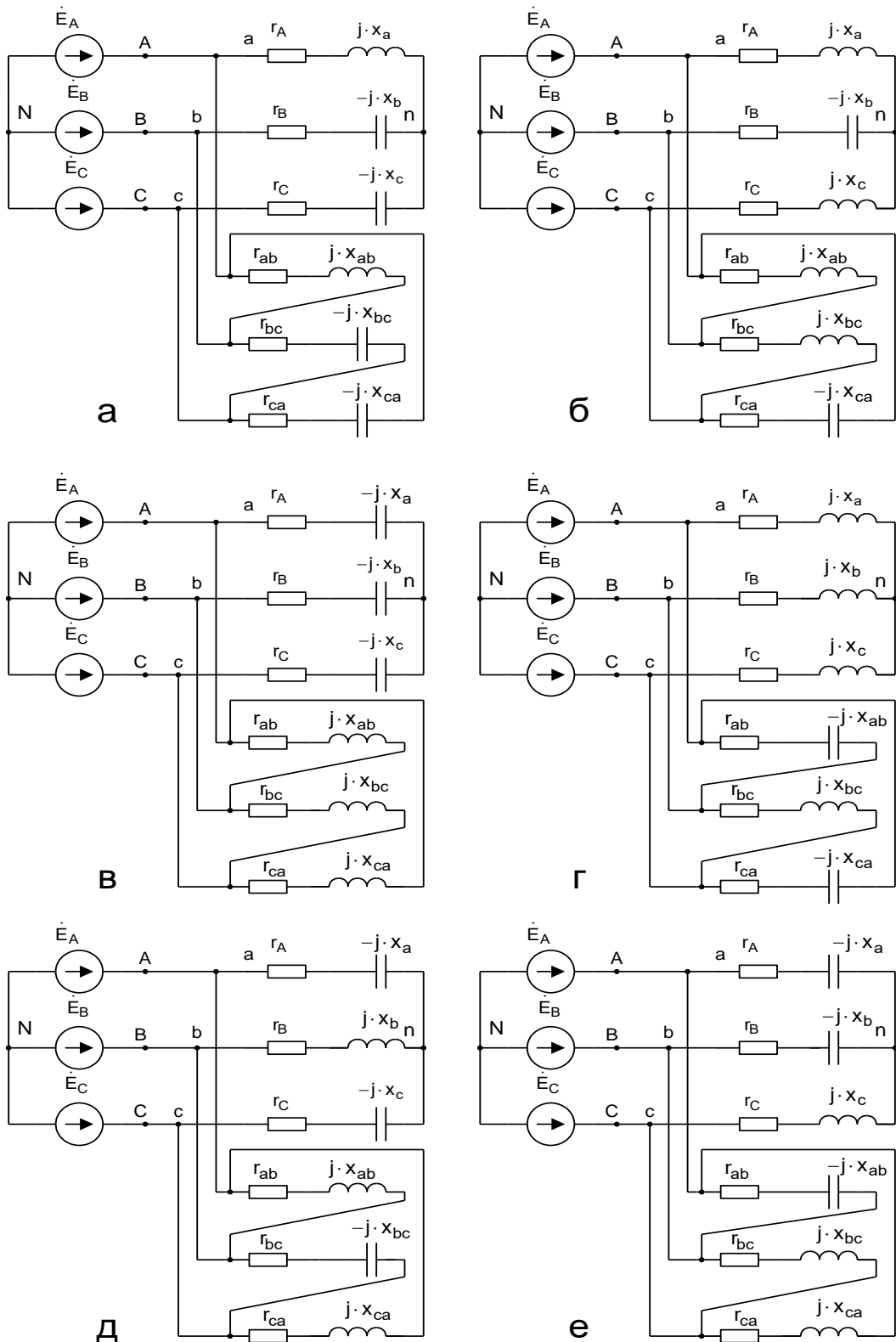


Рис. 1.3. Варианты схем к задаче №3

В данной цепи к идеальному трехфазному источнику присоединены две нагрузки. Одна из них соединена звездой, другая – треугольником. Обе нагрузки несимметричны. ЭДС трехфазного идеального источника равны:

$$\dot{E}_A = 220 \text{ В}, \dot{E}_B = 220 \cdot e^{-j120^\circ}, \dot{E}_C = 220 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

По заданным значениям активных и реактивных сопротивлений фаз нагрузки определить:

- для нагрузки, соединенной звездой - фазные токи и напряжения на нагрузке и напряжение смещения нейтрали, активную, реактивную, полную мощность.
- для треугольника – фазные и линейные токи, фазные напряжения, активную, реактивную, полную мощность.

Расчет произвести комплексным методом.

Построить векторные диаграмму токов и напряжений для звезды и треугольника.



## 1. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

### 1.1 Расчет цепей постоянного тока

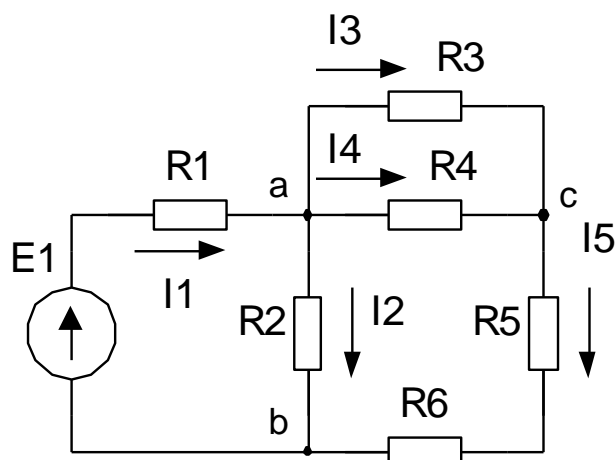


Рис. 2.1. Схема электрической цепи к примеру 1

#### Пример 1

Рассчитать токи в ветвях схемы показанной на рис. 2.1. Если  $E_1=100\text{В}$ ,  $R_1=100\ \text{Ом}$ ,  $R_2=100\ \text{Ом}$ ,  $R_3=60\ \text{Ом}$ ,  $R_4=40\ \text{Ом}$ ,  $R_5=56\ \text{Ом}$ ,  $R_6=20\ \text{Ом}$ .

Решение:

Так как электрическая цепь содержит один источник

электрической энергии, то расчет целесообразно вести методом эквивалентных преобразований. Перед началом расчета необходимо расставить направление токов, определить количество узлов и ветвей. Направление токов на схеме соответствует направлению ЭДС источника (см. рис. 2.1), схема содержит пять ветвей и три узла (a, b, c). В схеме на рис. 2.1 сопротивления  $R_3$  и  $R_4$  соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{60 \cdot 40}{60 + 40} = 24\ \text{Ом}.$$

Сопротивления  $R_{34}$ ,  $R_5$  и  $R_6$  соединены последовательно, их эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{3456} = R_{34} + R_5 + R_6 = 24 + 56 + 20 = 100\ \text{Ом}.$$

Сопротивление  $R_2$  и сопротивление  $R_{3456}$  соединены параллельно, следовательно:

$$R_{23456} = \frac{R_2 \cdot R_{3456}}{R_2 + R_{3456}} = \frac{100 \cdot 100}{100 + 100} = 50\ \text{Ом}.$$

Сопротивление  $R_1$  соединено последовательно с  $R_{23456}$  следовательно, эквивалентное сопротивление всей схемы равно:

$$R_{\Sigma} = R1 + R23456 = 50 + 50 = 100 \text{ Ом.}$$

Ток, потребляемый от источника ЭДС:

$$I1 = \frac{E1}{R_{\Sigma}} = \frac{100}{100} = 1 \text{ А.}$$

Чтобы рассчитать остальные токи схемы необходимо определить напряжение между узлами а и b:

$$U_{ab} = I1 \cdot R23456 = 1 \cdot 50 = 50 \text{ В.}$$

Зная напряжение  $U_{ab}$  можно определить токи:

$$I2 = \frac{U_{ab}}{R2} = \frac{50}{100} = 0.5 \text{ А,}$$

$$I5 = \frac{U_{ab}}{R3456} = \frac{50}{100} = 0.5 \text{ А.}$$

Чтобы рассчитать токи, протекающие по сопротивлениям R3 и R4 необходимо определить напряжение на участке ac:

$$U_{ac} = I5 \cdot R34 = 0.5 \cdot 24 = 12 \text{ В.}$$

Зная это напряжение, определим токи:

$$I3 = \frac{U_{ac}}{R3} = \frac{12}{60} = 0.2 \text{ А,}$$

$$I4 = \frac{U_{ac}}{R4} = \frac{12}{40} = 0.3 \text{ А.}$$

Выполняем проверку правильности решения с помощью первого закона Кирхгофа для узлов а и с:

$$I1 - I2 - I3 - I4 = 1 \text{ А} - 0.5 \text{ А} - 0.2 \text{ А} - 0.3 \text{ А} = 0,$$

$$I3 + I4 - I5 = 0.2 \text{ А} + 0.3 \text{ А} - 0.5 \text{ А} = 0.$$

Так как законы Кирхгофа выполняются, то расчет выполнен правильно.

### **Пример 2**

Рассчитать токи в ветвях схемы показанной на рис. 2.2. Если  $E1=100\text{В}$ ,  $E2=75\text{В}$ ,  $E3=50\text{В}$   $R1=100 \text{ Ом}$ ,  $R2=50 \text{ Ом}$ ,  $R3=20 \text{ Ом}$ ,  $R4=40 \text{ Ом}$ ,  $R5=40 \text{ Ом}$ .

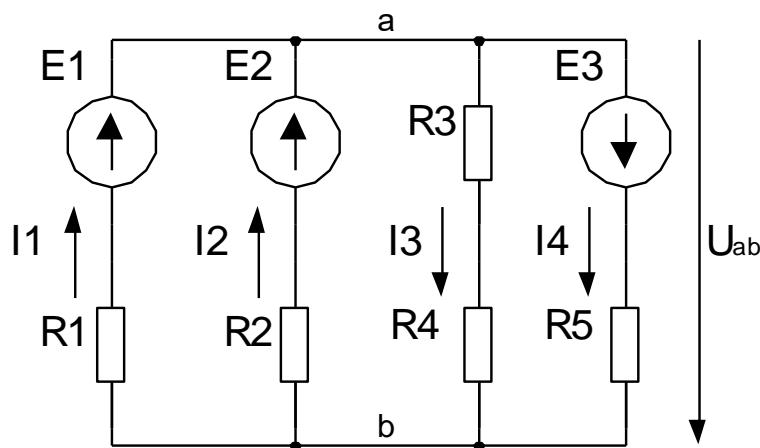


Рис. 2.2. Схема к примеру 2

Решение:

Перед началом расчета необходимо расставить направление токов, определить количество узлов и ветвей. Так как в схеме несколько источников ЭДС используем условно-положительные

направления токов. На схеме направление токов соответствует направлению ЭДС в активных ветвях, а в пассивной ветви выбрано произвольно (см. рис. 2.2), схема содержит четыре ветви и два узла (а, б). Так как в схеме два узла и несколько источников ЭДС, то расчет целесообразно вести методом двух узлов. Обозначим направление междузловое напряжения  $U_{ab}$ . Рассчитаем проводимости ветвей:

$$G1 = \frac{1}{R1} = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ См},$$

$$G2 = \frac{1}{R2} = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ См},$$

$$G34 = \frac{1}{R3 + R4} = \frac{1}{20 + 40} = 0.0167 \text{ См},$$

$$G5 = \frac{1}{R5} = \frac{1}{40} = 0.025 \text{ См}.$$

В соответствии с методом двух узлов междузловое напряжение будет равно:

$$U_{ab} = \frac{G1 \cdot E1 + G2 \cdot E2 - G5 \cdot E3}{G1 + G2 + G34 + G5} = \frac{0.01 \cdot 100 + 0.02 \cdot 75 - 0.025 \cdot 50}{0.01 + 0.02 + 0.0167 + 0.025} = 17.43 \text{ В}.$$

Зная междузловое напряжение, определяем токи в ветвях, используя второй закон Кирхгофа:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} = \frac{100 - 17.43}{100} = 0.826 \text{ A},$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2} = \frac{75 - 17.43}{50} = 1.151 \text{ A},$$

$$I_3 = \frac{U_{ab}}{R_3 + R_4} = \frac{17.43}{20 + 40} = 0.291 \text{ A},$$

$$I_4 = \frac{E_3 + U_{ab}}{R_5} = \frac{50 + 17.43}{40} = 1.686 \text{ A}.$$

Выполняем проверку правильности решения с помощью первого закона Кирхгофа для узла а:

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0.826 \text{ A} + 1.151 \text{ A} - 0.291 \text{ A} - 1.686 \text{ A} = 0,$$

Так как законы Кирхгофа выполняются, то расчет выполнен правильно.

### Пример 3

Решить задачу, приведенную в примере 2 с помощью метода наложения.

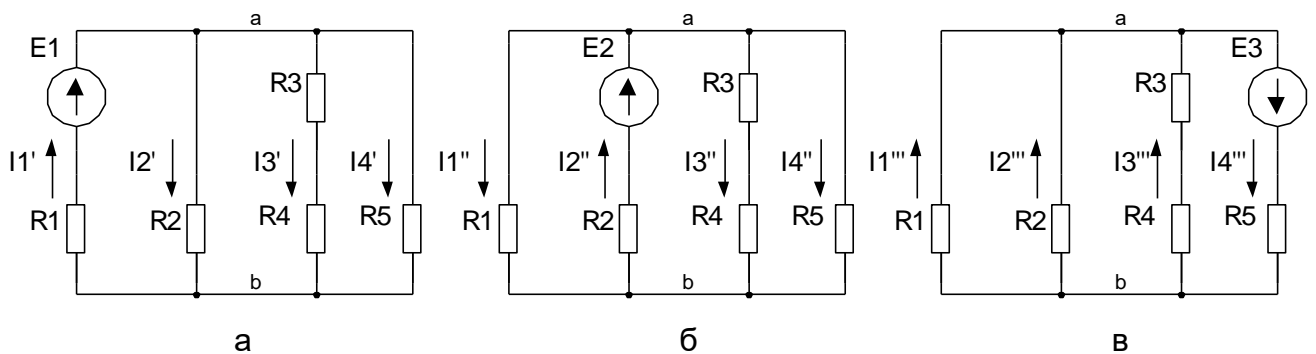


Рис. 2.3. Схемы к примеру 3

Решение:

Так как схема на рис. 2.2 содержит три источника ЭДС, то расчет одной сложной цепи сводится к расчету трех простых цепей, показанных на рис. 2.3. Направления токов в исходной схеме показаны на Рис. 1.5, в схемах на рис. 2.3 направления токов обозначены в соответствии с направлением источников ЭДС. Рассчитаем первую схему (рис. 2.3, а). Сопротивления R2, R3 и R5 соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{2345} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4} + \frac{1}{R_5}} = \frac{1}{\frac{1}{50} + \frac{1}{20 + 40} + \frac{1}{40}} = 16.216 \text{ Ом}.$$

Сопротивления R1 и R23456 соединены последовательно, следовательно эквивалентное сопротивление первой схемы:

$$R'_{\Sigma} = R1 + R2345 = 100 + 16.216 = 116.216 \text{ Ом.}$$

Ток, потребляемый от источника E1, равен:

$$I1' = \frac{E1}{R'_{\Sigma}} = \frac{100}{116.216} = 0.861 \text{ А.}$$

Чтобы определить токи в оставшихся ветвях необходимо найти напряжение:  $U'_{ab} = I1' \cdot R2345 = 0.861 \cdot 16.216 = 13.962 \text{ В.}$

Токи в ветвях:

$$I2' = \frac{U'_{ab}}{R2} = \frac{13.962}{50} = 0.279 \text{ А,}$$

$$I3' = \frac{U'_{ab}}{R3 + R4} = \frac{13.962}{20 + 40} = 0.233 \text{ А}$$

$$I4' = \frac{U'_{ab}}{R5} = \frac{13.962}{40} = 0.349 \text{ А.}$$

Рассчитаем вторую схему (рис. 2.3, б). Сопротивления R1, R34 и R5 соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{1345} = \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R3 + R4} + \frac{1}{R5}} = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{20 + 40} + \frac{1}{40}} = 19.355 \text{ Ом.}$$

Сопротивления R2 и R13456 соединены последовательно, следовательно эквивалентное сопротивление первой схемы:

$$R''_{\Sigma} = R2 + R1345 = 50 + 19.355 = 69.355 \text{ Ом.}$$

Ток, потребляемый от источника E2, равен:

$$I2'' = \frac{E2}{R''_{\Sigma}} = \frac{75}{69.355} = 1.081 \text{ А.}$$

Чтобы определить токи в оставшихся ветвях необходимо найти напряжение:  $U''_{ab} = I2'' \cdot R1345 = 1.081 \cdot 19.355 = 20.923 \text{ В.}$

Токи в ветвях:

$$I1'' = \frac{U''_{ab}}{R1} = \frac{20.923}{100} = 0.209 \text{ А,}$$

$$I_3'' = \frac{U_{ab}''}{R_3 + R_4} = \frac{20.923}{20 + 40} = 0.349 \text{ A},$$

$$I_4'' = \frac{U_{ab}''}{R_5} = \frac{20.923}{40} = 0.523 \text{ A}.$$

Рассчитаем третью схему (рис. 2.3, в). Сопротивления  $R_1$ ,  $R_3$  и  $R_2$  соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление равно:

$$R_{1234} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + R_4} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{100} + \frac{1}{20 + 40} + \frac{1}{50}} = 21.429 \text{ Ом}.$$

Сопротивления  $R_5$  и  $R_{1234}$  соединены последовательно, следовательно эквивалентное сопротивление первой схемы:

$$R_{\Sigma}''' = R_5 + R_{1234} = 40 + 21.429 = 61.429 \text{ Ом}.$$

Ток, потребляемый от источника  $E_3$ , равен:

$$I_4''' = \frac{E_3}{R_{\Sigma}'''} = \frac{50}{61.429} = 0.814 \text{ A}.$$

Чтобы определить токи в оставшихся ветвях необходимо найти напряжение:  $U_{ba}''' = I_4''' \cdot R_{1234} = 0.814 \cdot 21.429 = 17.442 \text{ В}.$

Токи в ветвях:

$$I_1''' = \frac{U_{ba}'''}{R_1} = \frac{17.442}{100} = 0.174 \text{ A},$$

$$I_2''' = \frac{U_{ba}'''}{R_2} = \frac{17.442}{50} = 0.349 \text{ A},$$

$$I_3''' = \frac{U_{ba}'''}{R_3 + R_4} = \frac{17.442}{20 + 40} = 0.291 \text{ A}.$$

В качестве положительных направлений токов принимаем их направления на исходной схеме (рис. 2.2). С учетом этого токи схемы на рис.

2.2 определяются как:

$$I_1 = I_1' - I_1'' + I_1''' = 0.861 - 0.209 + 0.174 = 0.826 \text{ A},$$

$$I_2 = -I_2' + I_2'' + I_2''' = -0.279 + 1.081 + 0.349 = 1.151 \text{ A},$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' - I_3''' = 0.233 + 0.349 - 0.291 = 0.291 \text{ A},$$

$$I_4 = I_4' + I_4'' + I_4''' = 0.349 + 0.523 + 0.814 = 1.686 \text{ A}.$$

## 1.2 Расчет цепей переменного тока

Расчет электрических цепей переменного синусоидального тока производится в комплексной форме. При этом величины синусоидальных ЭДС и токов представляются в виде комплексных амплитуд или комплексных действующих значений, а все элементы в схеме – в виде комплексных сопротивлений.

Например, если ЭДС источника равна  $e = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ , то комплексная амплитуда запишется в виде  $\dot{E}_m = E_m \cdot e^{j\varphi}$  - в показательной форме записи, или  $\dot{E}_m = E_m \cdot \cos \varphi + j \cdot E_m \cdot \sin \varphi$  - в алгебраической форме. Комплексное действующее значение синусоидальной ЭДС:  $\dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\varphi}$  - в показательной

форме записи, или  $\dot{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi + j \cdot \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot \sin \varphi$  - в алгебраической форме.

Комплексные сопротивления элементов электрической цепи переменного тока:

$\dot{Z}_R = R$  - для идеального сопротивления,

$\dot{Z}_L = j \cdot \omega \cdot L = j \cdot x_L$  - для идеальной индуктивности,

$\dot{Z}_C = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = -j \cdot x_C$  - для идеальной емкости.

Далее расчет электрической цепи переменного тока можно вести любым методом, известным из раздела – «электрические цепи постоянного тока». При этом используется математический аппарат, разработанный для операций с комплексными числами.

Применяются три формы записи комплексного значения синусоидальной величины:

$\dot{A} = A \cdot e^{j\varphi}$  - показательная форма,

$\dot{A} = \text{Re } \dot{A} + j \cdot \text{Im } \dot{A}$  - алгебраическая форма,

где  $\text{Re } \dot{A}$  и  $\text{Im } \dot{A}$  - действительная и мнимая часть комплексного значения синусоидальной величины. Переход от алгебраической формы к показательной осуществляется по формулам:

$$A = \sqrt{(\operatorname{Re} \dot{A})^2 + (\operatorname{Im} \dot{A})^2}; \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} \dot{A}}{\operatorname{Re} \dot{A}}.$$

Переход от показательной формы к тригонометрической осуществляется по формуле Эйлера:

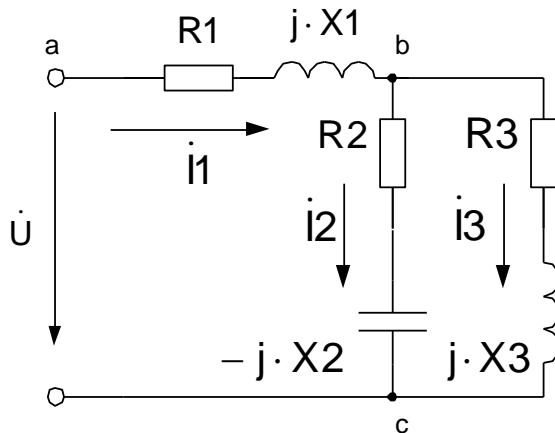
$$\dot{A} = A \cdot \cos \varphi + j \cdot A \cdot \sin \varphi.$$

Сложение и вычитание комплексных величин производится в алгебраической форме, а умножение и деление в показательной.

При анализе цепей синусоидального тока применяют главным образом комплексные действующие значения синусоидальных величин, сокращенно их называют комплексными значениями.

### 1.2.1 Расчет однофазных цепей

Расчет однофазных цепей переменного тока при наличии одного источника синусоидальной ЭДС производится методом эквивалентных преобразований. Рассмотрим пример расчета однофазной цепи приведенной



на рис.

Рис. 2.4. Схема электрической цепи к примеру расчета

#### Пример расчета однофазной цепи

По заданным значениям активных и реактивных сопротивлений и напряжению источника определить токи во всех ветвях схемы и падения напряжения на ее участках. Определить комплекс полной мощности, активную и реактивную мощность. Расчет произвести комплексным методом. Выполнить проверку правильности расчета с использованием



баланса активных мощностей схемы. Построить векторную диаграмму. Построить мгновенные значения синусоидальных токов ветвей. Исходные данные для расчета приведены в таблице.

U, В	R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	X1, Ом	X2, Ом	X3, Ом
100	50	100	100	50	50	100

### Решение:

Электрическая цепь на рис. 2.4 состоит из трех ветвей, определим комплексные сопротивления ветвей. Сопротивление первой ветви, состоящей из сопротивления R1 и идеальной катушки индуктивности с комплексным сопротивлением  $j \cdot X1$ :

$$\dot{Z}_1 = R1 + j \cdot X1 = 50 + j \cdot 50 \text{ Ом.}$$

Сопротивление второй ветви, состоящей из сопротивления R2 и идеальной емкости с комплексным сопротивлением  $-j \cdot X2$ :

$$\dot{Z}_2 = R2 - j \cdot X2 = 100 - j \cdot 50 \text{ Ом.}$$

Сопротивление третьей ветви, состоящей из сопротивления R3 и идеальной катушки индуктивности с комплексным сопротивлением  $j \cdot X3$ :

$$\dot{Z}_3 = R3 + j \cdot X3 = 100 + j \cdot 100 \text{ Ом.}$$

Вторая и третья ветвь соединены параллельно, поэтому их эквивалентное сопротивление

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{23} &= \frac{\dot{Z}_2 \cdot \dot{Z}_3}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3} = \frac{(100 - j50) \cdot (100 + j100)}{100 - j50 + 100 + j100} = \frac{15000 + j5000}{200 + j50} = \\ &= 76.471 + j5.882 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Эквивалентное сопротивление всей схемы:

$$\dot{Z}_\Sigma = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_{23} = 50 + j50 + 76.471 + j5.882 = 126.471 + j55.882 \text{ Ом.}$$

Зная эквивалентное сопротивление, можно определить ток в первой ветви:

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}_\Sigma} = \frac{100}{126.471 + j55.882} = 0.662 - j0.292 \text{ А.}$$

Затем можно определить напряжения на участках цепи:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{i}_1 \cdot \dot{Z}_1 = (0.662 - j0.292) \cdot (50 + j50) = 47.7 + j18.5 \text{ В},$$

$$\dot{U}_{bc} = \dot{i}_1 \cdot \dot{Z}_{23} = (0.662 - j0.292) \cdot (76.471 + j5.882) = 52.3 - j18.5 \text{ В}.$$

Зная напряжение на участке bc можно рассчитать токи

$$\dot{i}_2 = \frac{\dot{U}_{bc}}{\dot{Z}_2} = \frac{52.3 - j18.5}{100 - j50} = 0.492 + j0.062 \text{ А},$$

$$\dot{i}_3 = \frac{\dot{U}_{bc}}{\dot{Z}_3} = \frac{52.3 - j18.5}{100 + j100} = 0.17 - j0.354 \text{ А}.$$

Проверку правильности расчета токов можно выполнить по первому закону Кирхгофа в комплексной форме:

$$\dot{i}_1 - \dot{i}_2 - \dot{i}_3 = 0, \text{ или}$$

$$0.662 - j0.292 - 0.492 - j0.062 - 0.17 + j0.354 = 0.$$

Так как первый закон Кирхгофа выполняется, значит, расчет токов выполнен верно.

Комплекс полной мощности:

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}_1^* = P + jQ,$$

где  $\dot{I}_1^*$  - сопряженный комплекс тока  $\dot{I}_1$ . Если  $\dot{I}_1 = 0.662 - j0.292 \text{ А}$ , то сопряженный комплекс  $\dot{I}_1^* = 0.662 + j0.292 \text{ А}$ . Таким образом, комплекс полной мощности равен

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}_1^* = 100 \cdot (0.662 + j0.292) = 66.2 + j29.2 \text{ ВА}.$$

При этом действительная часть комплекса полной мощности равна активной мощности потребляемой схемой

$$P = 66.2 \text{ Вт},$$

а мнимая часть комплекса полной мощности равна реактивной мощности схемы

$$Q = 29.2 \text{ ВА}.$$

Векторная диаграмма токов и напряжений строится на комплексной плоскости по координатам, полученным при расчете в комплексной форме. Токи и напряжения строятся в одних координатных осях, но для них выбираются разные масштабы. Диаграмма для рассчитанной схемы показана на рис. 2.5.

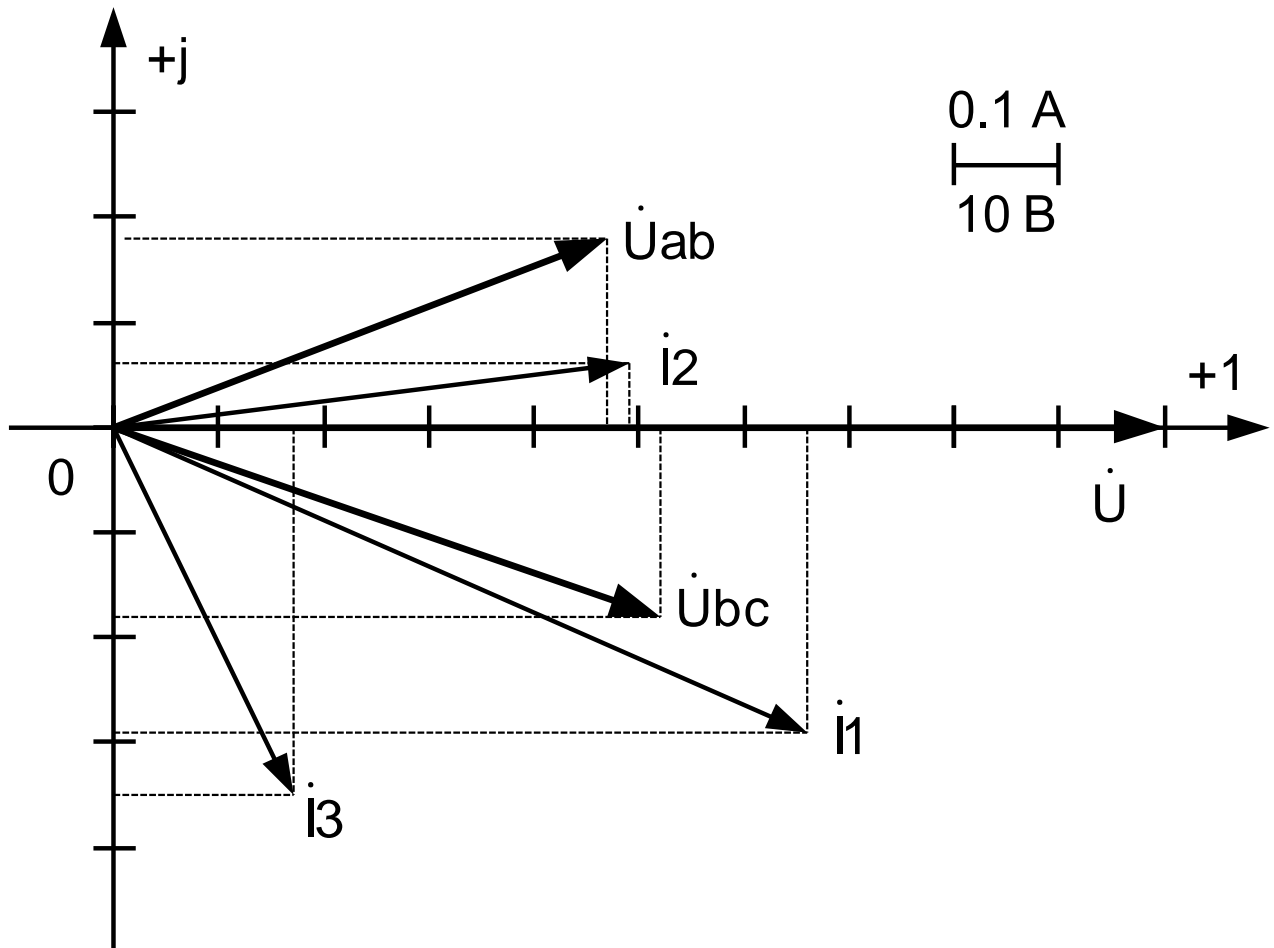


Рис. 2.5. Векторная диаграмма токов и напряжений

Выражения для мгновенных значений токов можно получить из комплексных значений записанных в показательной форме:

$$\dot{i}_1 = 0.662 - j0.292 = \sqrt{0.662^2 + 0.292^2} \cdot e^{j \cdot \arctg \frac{-0.292}{0.662}} = 0.724 \cdot e^{-j23.8^\circ} \text{ A.}$$

Действующее значение тока  $I_1 = 0.724 \text{ A}$ , а фазовый сдвиг  $\varphi_1 = -23.8^\circ$ , таким образом мгновенное значение тока равно

$$i_1 = 0.724 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - 23.8^\circ) = 1.021 \cdot \sin(\omega \cdot t - 23.8^\circ) \text{ A.}$$

Аналогично для остальных токов:

$$\dot{i}_2 = 0.492 + j0.062 = \sqrt{0.492^2 + 0.062^2} \cdot e^{j \cdot \arctg \frac{0.062}{0.492}} = 0.496 \cdot e^{j7.18^\circ} \text{ A.}$$

$$i_2 = 0.496 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 7.18^\circ) = 0.699 \cdot \sin(\omega \cdot t + 7.18^\circ) \text{ A.}$$

$$\dot{i}_3 = 0.17 - j0.354 = \sqrt{0.17^2 + 0.354^2} \cdot e^{j \cdot \arctg \frac{-0.354}{0.17}} = 0.393 \cdot e^{-j64.3^\circ} \text{ A.}$$

$$i_3 = 0.393 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - 64.3^\circ) = 0.554 \cdot \sin(\omega \cdot t - 64.3^\circ) \text{ A.}$$

Графики мгновенных значений токов приведены на рис. 2.6.

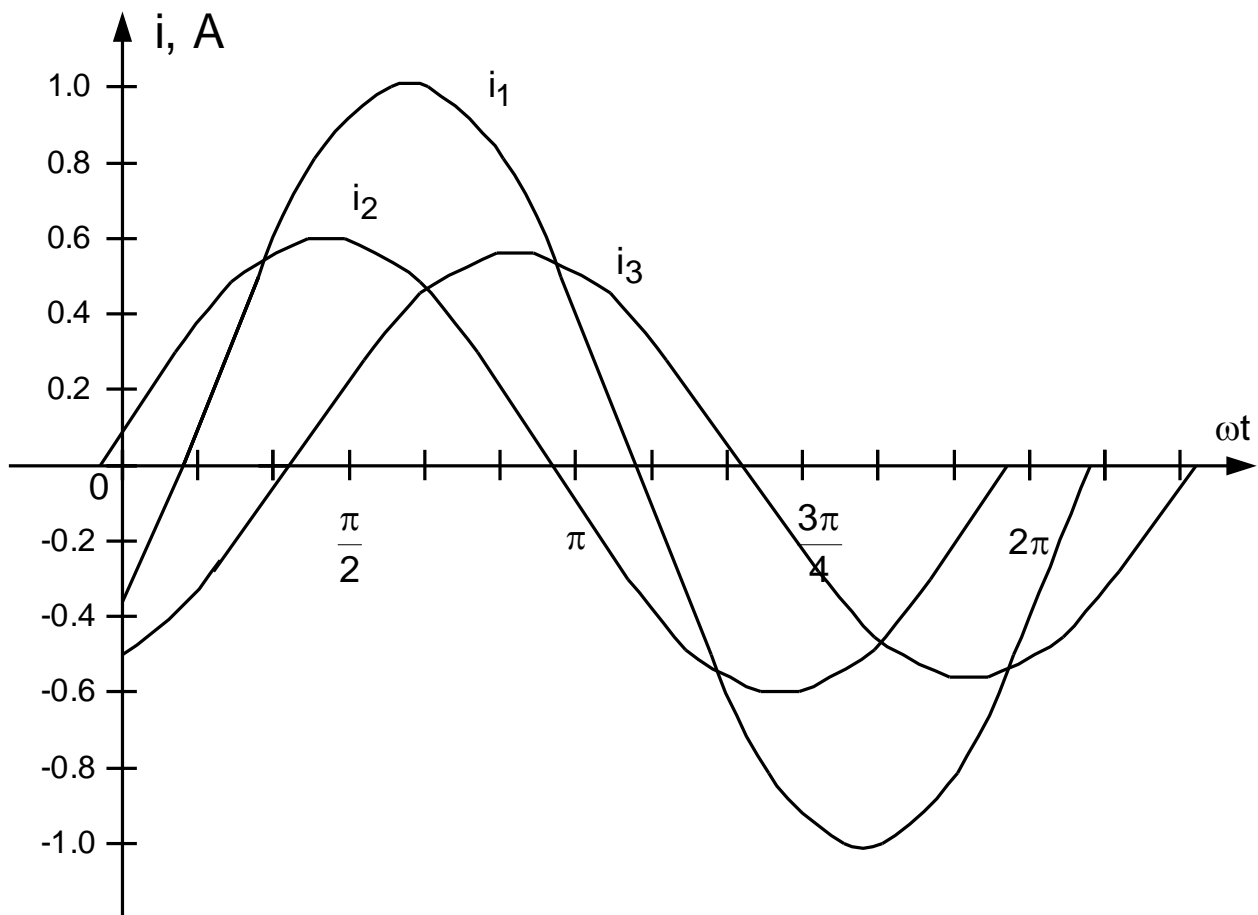


Рис. 2.6. Мгновенные значения токов

### 1.2.2 Расчет трехфазных цепей

Расчет трехфазных трехпроводных электрических цепей в несимметричном режиме производится комплексным методом, так как в этом

режиме токи и напряжения фаз не равны между собой и основные соотношения между линейными и фазными величинами не выполняются.

**Пример расчета трехфазной цепи при соединении нагрузки звездой:**

Заданна схема трехфазной трехпроводной цепи (рис. 2.7), с соединением нагрузки звездой и сопротивления фаз нагрузки:

$r_a,$	$r_b,$	$r_c,$	$x_a,$	$x_b,$	$x_c,$
Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
50	60	100	100	50	50

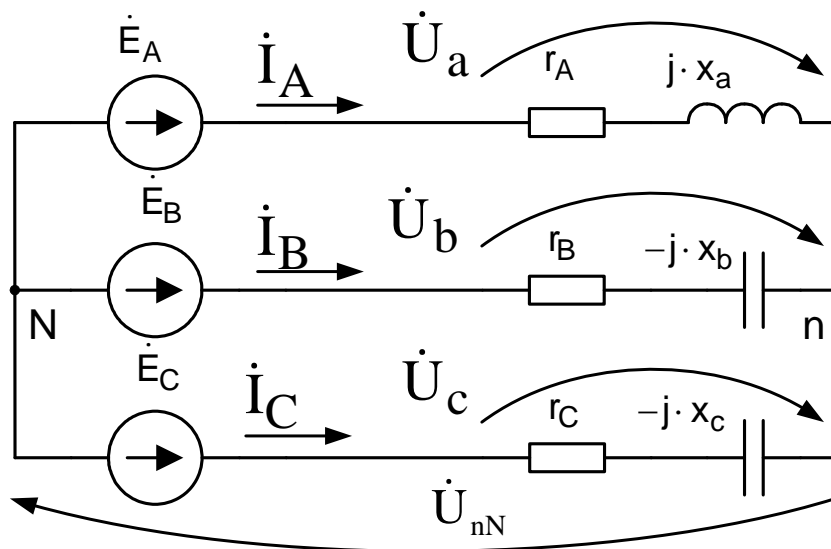


Рис. 2.7. Схема трехфазной цепи с нагрузкой, соединенной звездой

Нагрузка несимметричная, ЭДС трехфазного идеального источника равны:  $\dot{E}_A = 127 \text{ В}$ ,  $\dot{E}_B = 127 \cdot e^{-j120^\circ}$ ,  $\dot{E}_C = 127 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}$ .

По заданным значениям активных и реактивных сопротивлений фаз нагрузки определить: фазные токи и напряжения на нагрузке, напряжение смещения нейтрали, активную, реактивную, полную мощность.

**Решение:**

В несимметричном режиме работы трехпроводной трехфазной цепи, с нагрузкой, соединенной звездой, возникает напряжение смещения нейтрали

$\dot{U}_{nN}$ . Величину этого напряжения можно определить по методу двух узлов.

При известных комплексных сопротивлениях и проводимостях фаз нагрузки:

$$\dot{Y}_A = \frac{1}{\dot{Z}_A} = \frac{1}{50 + j100} = 0.004 - j0.008 \text{ См},$$

$$\dot{Z}_A = r_a + jx_a = 50 + j100 \text{ Ом};$$

$$\dot{Y}_B = \frac{1}{\dot{Z}_B} = \frac{1}{50 - j50} = 0.01 + j0.01 \text{ См};$$

$$\dot{Z}_B = r_b - jx_b = 50 - j50 \text{ Ом};$$

$$\dot{Y}_C = \frac{1}{\dot{Z}_C} = \frac{1}{100 - j50} = 0.008 + j0.004 \text{ См};$$

$$\dot{Z}_C = r_c + jx_c = 100 - j50 \text{ Ом}.$$

Напряжение смещения нейтрали определяется по формуле:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{nN} &= \frac{\dot{Y}_A \cdot \dot{E}_A + \dot{Y}_B \cdot \dot{E}_B + \dot{Y}_C \cdot \dot{E}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C} = \\ &= \frac{(0.004 - j0.008) \cdot 127 + (0.01 + j0.01)(-63.5 - j110) + (0.008 + j0.004)(-63.5 + j110)}{0.004 - j0.008 + 0.01 + j0.01 + 0.008 + j0.004} = \\ &= -23.465 - j90.19 \text{ В} \end{aligned}$$

Фазные напряжения на нагрузке в несимметричном режиме определяются по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U}_a = \dot{E}_A - \dot{U}_{nN} = 127 - (-23.465 - j90.19) = 150.465 + j90.19 \text{ В};$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_b &= \dot{E}_B - \dot{U}_{nN} = -63.5 - j110 - (-23.465 - j90.19) = \\ &= -40.035 - j19.795 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_c &= \dot{E}_C - \dot{U}_{nN} = -63.5 + j110 - (-23.465 - j90.19) = \\ &= -40.035 + j200.175 \text{ В}. \end{aligned}$$

Фазные токи нагрузки равны линейным токам и определяются по формулам:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_a}{\dot{Z}_A} = \frac{150.465 + j90.19}{50 + j100} = 1.323 - j0.843 \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_b}{\dot{Z}_B} = \frac{-40.035 - j19.795}{50 - j50} = -0.202 - j0.598 \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_c}{\dot{Z}_C} = \frac{-40.035 + j200.175}{100 - j50} = -1.121 + j1.441 \text{ A}.$$

Сумма фазных токов, по первому закону Кирхгофа, должна быть равна нулю:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0.$$

Комплекс полной мощности трехфазной нагрузки, соединенной звездой:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{U}_a \cdot \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \cdot \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \cdot \dot{I}_C^* = (150.465 + j90.19) \cdot (1.323 + j0.843) + \\ &+ (-40.035 - j19.795) \cdot (-0.202 + j0.598) + (-40.035 + j200.175) \cdot (-1.121 - j1.441) = \\ &= 476.426 + j59.553 \text{ ВА}. \end{aligned}$$

где:  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$  - сопряженные комплексы фазных токов.

Активная мощность  $P = 476.426$  Вт, а реактивная мощность  $Q = 59.553$  ВА.

**Пример расчета трехфазной цепи при соединении нагрузки треугольником:**

Заданна схема трехфазной трехпроводной цепи (рис. 2.8), с соединением нагрузки треугольником и сопротивления фаз нагрузки:

$r_{ab},$	$r_{bc},$	$r_{ca},$	$X_{ab},$	$X_{bc},$	$X_{ca},$
Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
100	50	100	200	150	300

Нагрузка несимметричная, ЭДС трехфазного идеального источника равны:  $\dot{E}_A = 127 \text{ В}$ ,  $\dot{E}_B = 127 \cdot e^{-j120^\circ}$ ,  $\dot{E}_C = 127 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}$ .

По заданным значениям активных и реактивных сопротивлений фаз нагрузки определить: фазные токи и напряжения на нагрузке, фазные напряжения на нагрузке, активную, реактивную, полную мощность.

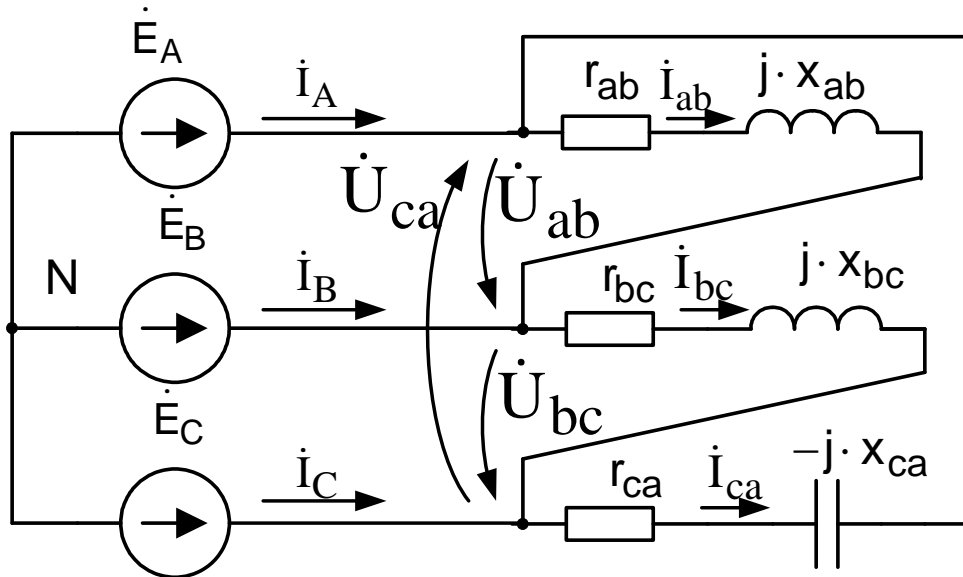


Рис. 2.8. Схема трехфазной цепи при соединении нагрузки треугольником

**Решение:**

В несимметричном режиме работы трехпроводной трехфазной цепи, с нагрузкой, соединенной треугольником, фазные напряжения на нагрузке равны линейным напряжениям источника питания. Величины этих напряжений можно определить по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{E}_A - \dot{E}_B = 127 - (-63.5 - j110) = 190.5 + j110 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{bc} = \dot{E}_B - \dot{E}_C = -63.5 - j110 - (-63.5 + j110) = -j220 \text{ В};$$

$$\dot{U}_{ca} = \dot{E}_C - \dot{E}_A = -63.5 + j110 - 127 = -190.5 + j110 \text{ В}.$$

При известных комплексных сопротивлениях фаз нагрузки:

$$\dot{Z}_{ab} = r_{ab} + jx_{ab} = 100 + j200 \text{ Ом};$$

$$\dot{Z}_{bc} = r_{bc} + jx_{bc} = 50 + j100 \text{ Ом};$$

$$\dot{Z}_{ca} = r_{ca} - jx_{ca} = 100 - j300 \text{ Ом}.$$

Фазные токи рассчитываются по закону Ома:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\dot{Z}_{ab}} = \frac{190.5 + j110}{100 + j200} = 0.821 - j0.542 \text{ А};$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\dot{Z}_{bc}} = \frac{-j220}{50 + j100} = -1.76 - j0.88 \text{ А};$$



$$\dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{-190.5 + j110}{100 - j300} = -0.52 - j0.462 \text{ A.}$$

Линейные токи определяются по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 0.821 - j0.542 - (-0.52 - j0.462) = 1.341 - j0.081 \text{ A;}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = -1.76 - j0.88 - (0.821 - j0.542) = -2.581 - j0.338 \text{ A;}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = -0.52 - j0.462 - (-1.76 - j0.88) = 1.239 + j0.418 \text{ A.}$$

Сумма линейных токов, по первому закону Кирхгофа, должна быть равна нулю:  $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ .

Комплекс полной мощности трехфазной нагрузки, соединенной треугольником:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{U}_{ab}^* \cdot \dot{I}_{ab} + \dot{U}_{bc}^* \cdot \dot{I}_{bc} + \dot{U}_{ca}^* \cdot \dot{I}_{ca} = (190.5 + j110) \cdot (0.821 + j0.542) + \\ &+ (-j220) \cdot (-1.76 + j0.88) + (-190.5 + j110) \cdot (-0.52 + j0.462) = \\ &= 338.709 + j435.483 \text{ ВА.} \end{aligned}$$

где:  $\dot{I}_{ab}^*, \dot{I}_{bc}^*, \dot{I}_{ca}^*$  - сопряженные комплексы фазных токов.

Активная мощность  $P = 338.709$  Вт, а реактивная мощность  $Q = 435.483$  ВА.

**Список литературы**

1. Электротехника / Под ред. В.Г. Герасимова. М.: Высш. шк., 1985, - 480с.
2. Касаткин В.С., Немцов М.В. Электротехника. М.: Высш. шк., 2000. – 542с.