Дисциплина
«Теория вероятности и математическая статистика»

Содержание дисциплины:

Тема 1. Введение
Теория вероятности и математическая статистика в современном мире. Связь дисциплины с экономическими науками.

Тема 2. Основные понятия теория вероятности.
Случайное событие и определение вероятности. Основные понятия теории вероятностей. Пространство элементарных исходов. Поле событий. Вероятность и её свойства. Дискретное пространство элементарных исходов .Основные формулы комбинаторики. Диаграммы Эйлера-Вьенна.

Тема 3. Теоремы сложения и умножения вероятности.
Понятие условной вероятности . Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимость событий. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.

Тема 4. Случайные величины и их распределения
Распределения случайных величин и их числовые характеристики. Функция распределения и её свойства. Примеры дискретных распределений и их числовые характеристики. Примеры абсолютно непрерывных распределений и их числовые характеристики. Законы больших чисел и центральная предельная теорема.

Тема 5. Элементы математической статистики.
Выборочное распределение. Элементы математической статистики.Вариационные ряды. Свойства эмпирической функции распределения. Таблицы частот.Гистораммы.

Тема 6. Значение и классификация статистических показателей.
Значение и классификация статистических показателей. Выборочные моменты. Распределения случайных величин. Нормальное распределение. Проверка гипотиз.

Тема 7. Корреляционный и регрессионный анализ.
Исследование статистической зависимости. Корреляционный и регрессионный анализ. Статистическая проверка гипотиз. Интервальные оценки.Метод наименьших квадратов. Средние значения.

Литература:

Фадеева Л.Н., Лебедев А.В. Теория вероятностей и математическая статистика, Эксмо, Москва, 2010, 496 стр.

Контрольные вопросы:

1. Чем случайный эксперимент отличается от детерминированного?
2. Что такое пространство элементарных исходов?
3. Игральную кость подбрасывают один раз. Перечислить все элементарные исходы эксперимента.
4. Игральную кость подбрасывают дважды. Перечислить все элементарные исходы эксперимента.
5. Монету подбрасывают трижды. Перечислить все элементарные исходы эксперимента.
6. Что такое событие? Достоверное событие? Невозможное событие?
7. Что такое объединение двух событий? Пересечение?
8. Записать событие, состоящее в том, что из событий A, B, C произошло хотя бы одно.
9. Записать событие, состоящее в том, что из событий A, B, C не произошло хотя бы одно.
10. Записать событие, состоящее в том, что случились все три события A, B, C одновременно.
11. Записать событие, состоящее в том, что событие A произошло, а события B и C не произошли.
12. Что дают в объединении событие и противоположное к нему? В пересечении?
13. В каком случае два события несовместны?
14. Каких значений не может принимать вероятность?
15. Чему равна вероятность достоверного события? Невозможного?
16. Чему равна вероятность объединения двух произвольных событий?
17. Как связаны вероятности прямого и противоположного событий?
18. Как задаётся вероятность на дискретном пространстве?
19. Как вычисляется вероятность события в классической схеме?
20. Сколько равновозможных элементарных исходов возникает при бросании трёх правильных игральных костей?
21. В какой схеме больше исходов: с учётом или без учёта порядка?
22. Сколько исходов возможно при выборе без возвращения и с учётом порядка? Что такое число размещений?
23. Сколько перестановок в множестве из n элементов возможно?
24. Сколько исходов возможно при выборе без возвращения и без учёта порядка? При выборе с возвращением и с учётом порядка?
25. Что такое плотность распределения вероятностей?
26. Как по плотности распределения вероятностей вычислять вероятности отрезков? Других событий?
27. Что такое геометрическое определение вероятности?
28. Что такое условная вероятность?
29. Чему равна вероятность пересечения двух произвольных событий?
30. Сформулировать теорему умножения вероятностей.
31. Что такое полная группа событий?
32. Привести пример задачи на формулу полной вероятности.
33. Для чего нужна формула Байеса?
34. Какие события называют независимыми?
35. Привести пример двух независимых событий.
36. Из колоды в 36 карт выбирают наугад одну. Независимы ли события выбрана пика. и .выбрана бубна.?
37. Дважды бросают правильную монету. Независимы ли события .при первом броске выпал герб. и .при втором броске выпала решка.?
38. Дважды бросают правильную монету. Независимы ли события .при первом броске выпал герб. и .при первом броске выпала решка.?
39. Что такое схема Бернулли?

40. Какова вероятность получить пять успехов в десяти испытаниях схемы Бернулли?
41. Почему в формуле Бернулли присутствует число сочетаний?
42. Чему равна сумма по всем k вероятностей в формуле Бернулли?
43. Для чего нужна теорема Пуассона?
44. Для чего нужна локальная теорема Муавра—Лапласа?
45. Для чего нужна интегральная теорема Муавра—Лапласа?
46. Приведите пример задачи, для решения которой необходима интегральная теорема Муавра—Лапласа.
47. Приведите пример задачи, для решения которой необходима локальная теорема Муавра—Лапласа.
48. Как по таблице дискретного распределения нарисовать график функции распределения?
49. Как по графику функции распределения дискретного закона восстановить таблицу распределения?
50. Как плотность распределения находится по функции распределения?
51. Как из нормально распределённой случайной величины сделать величину со стандартным нормальным распределением?
52. Гауссовская кривая—это график плотности или функции распределения? Какому распределению этот график отвечает?
53. Дать определение математического ожидания случайной величины с дискретным распределением.
54. Дать определение математического ожидания случайной величины с абсолютно непрерывным распределением.
55. Математическое ожидание случайной величины—число или функция?
56. Одинаковы ли математические ожидания у двух разных случайных величин с одним и тем же распределением?
57. Какой физический смысл имеет математическое ожидание?
58. Как вычислять математическое ожидание функции от случайной величины с дискретным распределением
59. Какой физический смысл имеет дисперсия?
60. Что такое среднеквадратическое отклонение?
61. Чем медиана отличается от моды?
62. Что показывает коэффициент корреляции?
63. Что можно сказать про случайные величины, если их коэффициент корреляции равен -1?
64. Если каждую из двух случайных величин увеличить вдвое, как изменится их коэффициент корреляции?
65. Чему равен коэффициент корреляции независимых случайных величин?
66. Какие вероятности позволяет оценивать неравенство Чебышёва?
67. Каков смысл закона больших чисел?

Контрольная работа по теории вероятностей и математической статистике. Вариант1

Задание 1.

У предприятия 3 вертолета. Вероятность того, что в течении месяца не потребует ремонта первая машина, равна 0,9; вторая - 0,8; и третья - 0,85. Какова вероятность того, что в течении месяца :

а) ни 1 машина не потребует ремонта;

б) все 3 машины потребуют ремонта;

в)одна из машин потребует ремонта ?

Задание 2.

На склад поступили детали, произведенные двумя заводами. Среди них 70 % изготовлены 1-м заводом, а остальные - 2-м. Известно, что 3% деталей 1-го завода и 5% деталей 2-го завода не удовлетворяют стандарту. Какова вероятность, что взятая наудачу деталь будет стандартной ?

Задание 3.

На проверку каждого из 7 двигателей затрачено соответственно: 41,9; 44,2; 42,3; 43,1; 42,8; 43,4; 42,0 мин. Требуется определить: несмещенные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения, предполагая, что время проверки работы двигателя имеет нормальное распределение.

Задание 4.

9. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией F (x):

$$F(x) = \begin{cases} 0 \ \text{п ри } x \le 3, \\ a \cdot (x-3) \ \text{п ри } 3 < x \le 8, \\ 1 \ \text{п ри } x > 8. \end{cases}$$

Требуется найти:

а) значение параметра а;

б) дифференциальную функцию f(x);

в) математическое ожидание и дисперсию случайной величины x;

г) построить графики функций F(x) и f(x);

д) вероятность того, что случайная величина x попадет в интервал (−1; 4).

Задание 5.

Для определения срока службы самолетов по схеме бесповторного случайного отбора было проверено 100 самолетов; результаты проверки приведены в таблице.

Срок службы самолета, лет	До 5	5-10	10-15	15-20	20 и более
Количество самолетов	12	28	40	15	5

1. Построить статистический ряд распределения
2. Начертить экспериментальную и теоретическую гистограмму распределения
3. Вычислить математичекое ожидание и дисперсию
4. С надежностью 0,96 вычислить интервал для срока службы самолетов.
5. Используя χ^2 - критерий Пирсона , на основании выборочных данный при уровне значимости α=0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина (срок службы самолетов) распределена по нормальному закону.

Контрольная работа по теории вероятностей и математической статистике. Вариант 2

Задание 1.

Среди изделий, произведенных на станке-автомате, в среднем бывает 90% изделий 1-го сорта. Какова вероятность того, что среди 7 наудачу выбранных изделий будет не менее 4 изделий 1-го сорта ?

Задание 2.

Каждый из 2 стрелков делает по 2 выстрела по мишени, вероятность попадания в которую для 1-го стрелка равна 0,8, для 2-го - 0,9. Составить закон распределения общего числа попаданий. Определить математическое ожидание и дисперсию числа попаданий.

Задание 3.

На загрузку каждого из 7 самолетов затрачено соответственно 41,9; 44,2; 42,3; 43,1; 42,8; 43,4; 42,0 мин. Требуется определить: несмещенные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения, предполагая, что время загрузки самолета имеет нормальное распределение.

Задание 4.

9. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией F (x):

$$F(x)=\begin{cases}0 & x \le 4,\\ a\cdot(x-4) & 4 < x \le 8,\\ 1 & x > 8.\end{cases}$$

Требуется найти:

а) значение параметра a;

б) дифференциальную функцию f(x);

в) математическое ожидание и дисперсию случайной величины x;

г) построить графики функций F(x) и f(x);

д) вероятность того, что случайная величина x попадет в интервал (−1; 6.

Задание 5.

Для определения стажа работы пилотов в аэропорту по схеме бесповторного случайного отбора было обработаны анкетные данные
100 пилотов приведены в таблице.

Стаж работы пилота лет	До 3	3-6	6-9	9-12	12 и более
Количество пилотов	12	28	40	15	5

6. Построить статистический ряд распределения
7. Начертить экспериментальную и теоретическую гистограмму распределения
8. Вычислить математичекое ожидание и дисперсию
9. С надежностью 0,96 вычислить интервал для стажа работы пилота;
10. Используя χ^2 - критерий Пирсона , на основании выборочных данный при уровне значимости α=0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина (Стаж работы пилота) распределена по нормальному закону.

Контрольная работа по теории вероятностей и математической статистике.
Вариант 3

Задание 1.
Среди изделий, хранящихся на складе, в среднем бывает 80% изделий 1-го сорта. Какова вероятность того, что среди 6 наудачу выбранных изделий будет не менее 4 изделий 1-го сорта ?

Задание 2.
Три водителя перевозили груз. 1-й перевез 1/3 всего груза, 2-й - 1/4, остальной груз перевез - 3-й. Вероятность того, что 1-й водитель будет оштрафован полицией, равна 0,15, 2-й - 0,1, 3-й - 0,1. При перевозке груза водитель был подвергнут штрафу. Найти вероятность того, что правила движения были нарушены 1-м водителем.

Задание 3.
На проверку каждого из 7 самолетов затрачено соответственно 31,9; 34,2; 32,3; 33,1; 32,8; 33,4; 32,0 мин. Требуется определить: несмещенные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения, предполагая, что время проверки самолета имеет нормальное распределение.

Задание 4.
9. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией F (x):

$$F(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 5,\\ a\cdot(x-5) \text{ при } 5<x\le 8,\\ 1 \text{ при } x>8.\end{cases}$$

Требуется найти:

а) значение параметра a;
б) дифференциальную функцию f(x);
в) математическое ожидание и дисперсию случайной величины x;
г) построить графики функций F(x) и f(x);
д) вероятность того, что случайная величина x попадет в интервал (−1; 4).

Задание 5.

Для определения срока службы самолетов по схеме бесповторного случайного отбора было проверено 100 самолетов; результаты проверки приведены в таблице.

Срок службы самолета, лет	До 5	5-10	10-15	15-20	20 и более
Количество самолетов	15	40	28	12	5

11. Построить статистический ряд распределения
12. Начертить экспериментальную и теоретическую гистограмму распределения
13. Вычислить математичекое ожидание и дисперсию
14. С надежностью 0,96 вычислить интервал для срока службы самолета.
15. Используя χ^2 - критерий Пирсона , на основании выборочных данный при уровне значимости α=0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина (срок службы самолетов) распределена по нормальному закону.

Контрольная работа по теории вероятностей и математической статистике.
Вариант 4

Задание 1.

Среди изделий, произведенных на станке-автомате, в среднем бывает 99% изделий 1-го сорта. Какова вероятность того, что среди 10 наудачу выбранных изделий будет не менее 4 изделий 1-го сорта ?

Задание 2.

Каждый из 2 стрелков делает по 2 выстрела по мишени, вероятность попадания в которую для 1-го стрелка равна 0,8, для 2-го - 0,6. Составить закон распределения общего числа попаданий. Определить математическое ожидание и дисперсию числа попаданий.

Задание 3.

На ремонт двигателя каждого из 7 автомобилей затрачено соответственно 23,4 24,2; 22,3; 21,9; 23,1; 22,8; 22,0 мин. Требуется определить: несмещенные оценки математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения, предполагая, что время ремонта двигателя имеет нормальное распределение.

Задание 4.

9. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией F (x):

$$F(x)=\begin{cases}0 & x\le 1,\\ a\cdot(x-1) & 1<x\le 8,\\ 1 & x>8.\end{cases}$$

Требуется найти:

а) значение параметра a;

б) дифференциальную функцию f(x);

в) математическое ожидание и дисперсию случайной величины x;

г) построить графики функций F(x) и f(x);

д) вероятность того, что случайная величина x попадет в интервал (−1; 6.

Задание 5.

Для определения стажа работы водителей в автопарке по схеме бесповторного случайного отбора было обработаны анкетные данные
50 водителей результаты приведены в таблице.

Стаж работы Водителя, лет	До 1	1-3	3-5	5-7	7 и более
Количество водителей	6	14	20	8	2

16. Построить статистический ряд распределения
17. Начертить экспериментальную и теоретическую гистограмму распределения
18. Вычислить математичекое ожидание и дисперсию
19. С надежностью 0,96 вычислить интервал для стажа работы водителя ;
20. Используя χ^2 - критерий Пирсона , на основании выборочных данный при уровне значимости α=0,05 проверить гипотезу о том, что случайная величина (Стаж работы водителя) распределена по нормальному закону.

Выполнить один из вариантов заданий

Разработала: Dr. Sc. ing., София Николаевна Негреева