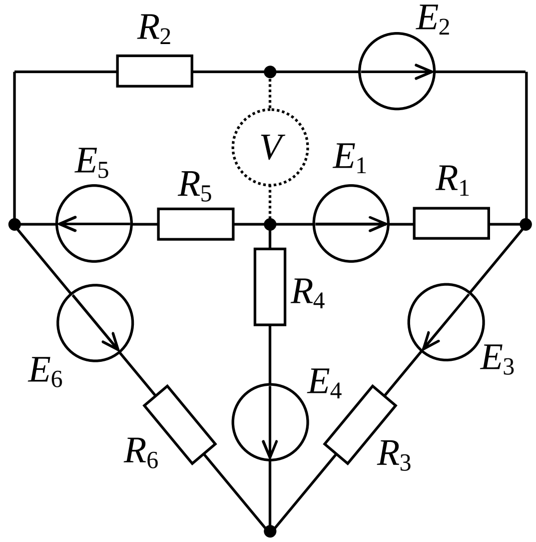
1.2. Методические рекомендации

По исходной схеме электрической цепи, например рис. 1.29, а и машинной распечатке индивидуального задания (рис. 1.29, б) сформируйте свою расчетную схему (рис. 1.30). Участок цепи, где величина источника ЭДС приравнена к нулю – закорачивается.



а)

```
C80-106854-17
R1= 39 R2= 34
R3= 78 R4= 71
R5= 88 R6= 22
E1=  0 E2=  0
E3=  0 E4=-69
E5= 18 E6=-39
```

б)

Рис. 1.29

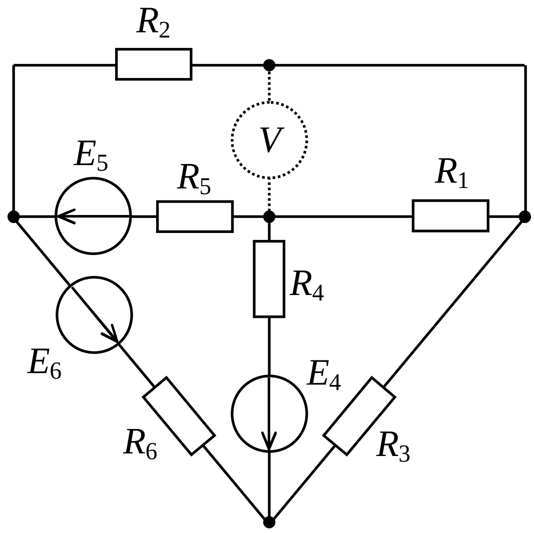


Рис. 1.30

В машинной распечатке индивидуального задания сопротивления резисторов R указаны в Омах [Ом], величины источников ЭДС E − в Вольтах [В].

Перед выполнением задания рекомендуется ознакомиться с задачами 2.1-2.9. учебного пособия [9].

1.3. Примеры расчёта линейных электрических цепей постоянного тока с несколькими источниками ЭДС

Задача 1.3.1. Рассчитать цепь методом непосредственного применения законов Кирхгофа. Составить баланс мощностей. Схема электрической цепи приведена на рис. 1.31. Параметры цепи: E_1=9, В;

E_5 = 45, В; R_1 = 19,5, Ом; R_2 = 7,5, Ом; R_3 = 13,5, Ом; R_4 = 10,5, Ом; R_5 = 15, Ом; R_6 = 6, Ом.

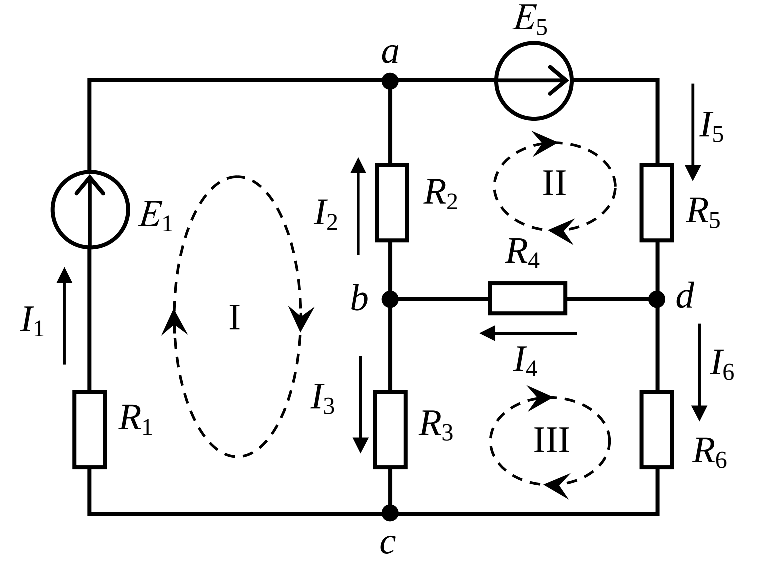


Рис. 1.31

Решение

Под понятием «рассчитать цепь» предполагается определение токов в ветвях.

Определяется количество ветвей в цепи: общее число ветвей - $n_В$=6, с источником тока n_J =0 ветвей. Значит необходимо составить 6 независимых уравнений по законам Кирхгофа.

На основании теоремы о независимости уравнений определяется количество уравнений по I и по II законам Кирхгофа.

Количество уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа $n_I = n_у - 1 = 4 - 1 = 3,$

где $n_у$=4 – количество потенциальных узлов.

Уравнения составляются для любых узлов.

Количество уравнений, составляемых по второму закону Кирхгофа $n_{II} = n_В - n_J - (n_у - 1) = 6 - 0 - (4-1) = 3.$

Уравнения составляются для независимых замкнутых контуров.

Выбираются положительные направления токов и обозначаются стрелками. Так же стрелками обозначаются направления обхода независимых контуров: I, II, III.

Уравнения по первому закону для узлов:

узел a: $I_1 + I_2 - I_5 = 0;$

узел b: $-I_2 - I_3 + I_4 = 0;$

узел c: $-I_1 + I_3 + I_6 = 0.$

Уравнения по второму закону для контуров:

контур I: $R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 = E_1$;
контур II: $R_2 \cdot I_2 + R_5 \cdot I_5 + R_4 \cdot I_4 = E_5$;
контур III: $-R_3 \cdot I_3 - R_4 \cdot I_4 + R_6 \cdot I_6 = 0$.

Система уравнений в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ R_1 & -R_2 & R_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & R_4 & R_5 & 0 \\ 0 & 0 & -R_3 & -R_4 & 0 & R_6 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ E_1 \\ E_5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Система уравнений в матричной форме после подстановки численных значений:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 19{,}5 & -7{,}5 & 13{,}5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7{,}5 & 0 & 10{,}5 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & -13{,}5 & -10{,}5 & 0 & 6 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9 \\ 45 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Решение системы уравнений на компьютере можно получить при помощи разработанной на кафедре ТОЭ УГАТУ программы «Gauss», а также стандартных математических пакетов, таких как *MatCad* или *Maple* и др.

Решением данной системы уравнений, являются следующие значения токов:

$I_1 = 0{,}9465$, А; $I_2 = 0{,}9826$, А; $I_3 = -0{,}1546$, А;
$I_4 = 0{,}8280$, А; $I_5 = 1{,}9291$, А; $I_6 = 1{,}1011$, А.

Проверка полученного решения производится составлением баланса мощностей, потребляемых резисторами и получаемых от источников:

$$P_{\text{потр}} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2 + R_6 \cdot I_6^2 =$$
$$= 19{,}5 \cdot 0{,}9465^2 + 7{,}5 \cdot 0{,}9826^2 + 13{,}5 \cdot (-0{,}1546)^2 + 10{,}5 \cdot 0{,}8280^2 +$$
$$+ 15 \cdot 1{,}9291^2 + 6 \cdot 1{,}1011^2 = 95{,}3278, \text{ Вт},$$
$$P_{\text{ист}} = E_1 \cdot I_1 + E_5 \cdot I_5 = 9 \cdot 0{,}9465 + 45 \cdot 1{,}9291 = 95{,}3280, \text{ Вт}.$$

$$P_{потр} = P_{ист}.$$

Баланс мощностей сходится.

Задача 1.3.2. Рассчитать цепь задачи 1.3.1 методом контурных токов. Составить баланс мощностей.

Решение

Определяется количество независимых контуров в цепи:

$$n_{II} = n_{В} - n_{J} – (n_{у} - 1) = 6 - 0 - (4-1) = 3,$$

где $n_{В}$=6 - общее число ветвей в цепи;

n_{J} =0 - число ветвей, содержащих источник тока;

$n_{у}$=4 - количество потенциальных узлов.

Выберем $n_{II} = 3$ независимых контура и положительные направления контурных токов (I_{I}, I_{II}, I_{III}), протекающих в них (рис. 1.32).

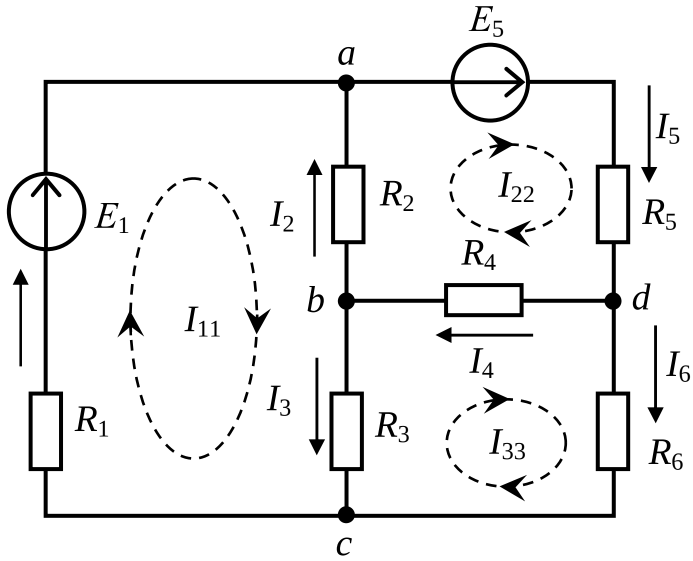


Рис. 1.32

Составляется система уравнений по методу контурных токов для независимых контуров:

$$(R_1+R_2+R_3)\cdot I_{11} – R_2\cdot I_{22} – R_3\cdot I_{33} = E_1;$$
$$-R_2\cdot I_{11} +(R_2+R_4+R_5)\cdot I_{22} – R_4\cdot I_{33} = E_5;$$
$$-R_3\cdot I_{11} –R_4\cdot I_{22} +(R_3+R_4+R_6)\cdot I_{33} = 0.$$

Подставляются численные значения в уравнения системы

$$(19{,}5+7{,}5+13{,}5)\cdot I_{11} – 7{,}5\cdot I_{22} – 13{,}5\cdot I_{33} = 9;$$
$$-7{,}5\cdot I_{11} +(7{,}5+10{,}5+15)\cdot I_{22} – 10{,}5\cdot I_{33} = 45;$$
$$-13{,}5\cdot I_{11} -10{,}5\cdot I_{22} +(13{,}5+10{,}5+6)\cdot I_{33} = 0.$$

Система уравнений в матричной форме после подстановки численных значений принимает вид:

$$\begin{bmatrix} 40,5 & -7,5 & -13,5 \\ -7,5 & 33 & -10,5 \\ -13,5 & -10,5 & 30 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 45 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Решением данной системы уравнений являются следующие значения контурных токов:

I_{11} = 0,9465, А; I_{22} = 1,9291, А; I_{33} = 1,1011, А.

Выбираются положительные направления токов в рассматриваемой схеме и обозначаются стрелками (рис. 1.32). Токи в ветвях схемы выражаются через контурные токи:

$I_1 = I_{11}$= 0,9465, А;
$I_2 = I_{22}-I_{11}$= 1,9291 – 0,9465 = 0,9826, А;
$I_3 = I_{11}-I_{33}$= 0,9465 - 1,1011 = - 0,1546, А;
$I_4 = I_{22}-I_{33}$= 1,9291 - 1,1011 = 0,8280, А;
$I_5 = I_{22}$= 1,9291, А;
$I_6 = I_{33}$= 1,1011, А.

Задача 1.3.3. Рассчитать цепь задачи 1.3.2 методом узловых потенциалов. Определить показания вольтметра (рис. 1.33).

Решение

Выбираются условно положительные направления токов во всех ветвях схемы. Потенциал одного из узлов принимается равным нулю (заземляется). Пусть φ_{33}=0, В (рис. 1.33).

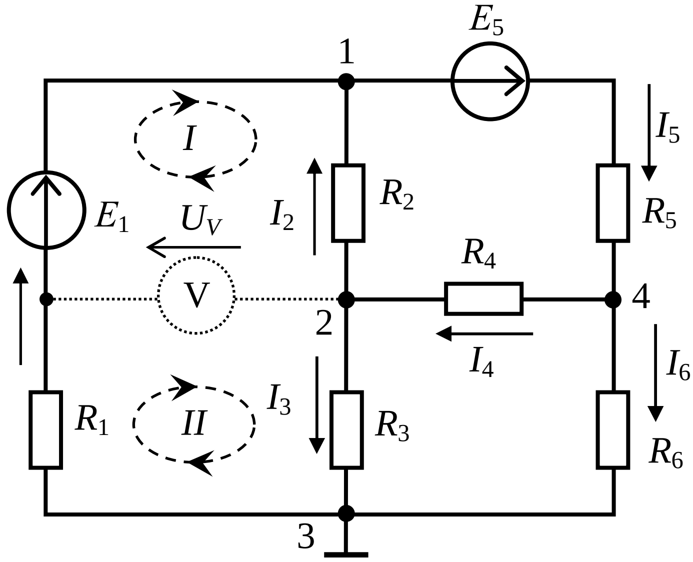


Рис. 1.33

Поскольку метод узловых потенциалов основан на первом законе Кирхгофа, то количество необходимых уравнений определяется следующим образом:

$$n_{\mathrm{I}} = n_{у} - 1 = 4 - 1 = 3,$$

где $n_у=4$ – количество потенциальных узлов.

Составляется система уравнений из n_{I} уравнений относительно потенциалов незаземлённых узлов:

$$G_{11}\cdot\varphi_{11} - G_{12}\cdot\varphi_{22} - G_{14}\cdot\varphi_{44} = J_{11};$$
$$-G_{21}\cdot\varphi_{11} + G_{22}\cdot\varphi_{22} - G_{24}\cdot\varphi_{44} = J_{22};$$
$$-G_{41}\cdot\varphi_{11} - G_{42}\cdot\varphi_{22} + G_{44}\cdot\varphi_{44} = J_{44}.$$

где G_{ii} – собственная проводимость i-го узла;

G_{ij} – взаимная проводимость i-го и j-го узлов;

J_{ij} – узловой ток i-го узла.

Следовательно, систему можно записать в виде:

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_5}\right)\cdot\varphi_{11}-\frac{1}{R_2}\cdot\varphi_{22}-\frac{1}{R_5}\cdot\varphi_{44}=\frac{E_1}{R_1}-\frac{E_5}{R_5};$$

$$-\frac{1}{R_2}\cdot\varphi_{11}+\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)\cdot\varphi_{22}-\frac{1}{R_4}\cdot\varphi_{44}=0;$$

$$-\frac{1}{R_5}\cdot\varphi_{11}-\frac{1}{R_4}\cdot\varphi_{22}+\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\right)\cdot\varphi_{44}=\frac{E_5}{R_5}.$$

Решением данной системы уравнений являются следующие значения потенциалов узлов:

$\varphi_{11} = -9{,}4567$, В; $\varphi_{22} = -2{,}0872$, В; $\varphi_{44} = 6{,}60671$, В.

Определяются токи во всех ветвях схемы из выражений, составленных на основе закона Ома:

$$I_1 = G_1 \cdot (\varphi_{33} - \varphi_{11} + E_1) = \frac{1}{R_1} \cdot (\varphi_{33} - \varphi_{11} + E_1) = 0,9465,\ \text{А};$$

$$I_2 = G_2 \cdot (\varphi_{22} - \varphi_{11}) = \frac{1}{R2} \cdot (\varphi_{22} - \varphi_{11}) = 0,9826,\ \text{А};$$

$$I_3 = G_3 \cdot (\varphi_{22} - \varphi_{33}) = \frac{1}{R3} \cdot (\varphi_{22} - \varphi_{33}) = -0,1546,\ \text{А};$$

$$I_4 = G_4 \cdot (\varphi_{44} - \varphi_{22}) = \frac{1}{R_4} \cdot (\varphi_{44} - \varphi_{22}) = 0,8280,\ \text{А};$$

$$I_5 = G_5 \cdot (\varphi_{11} - \varphi_{44} + E_5) = \frac{1}{R_5} \cdot (\varphi_{11} - \varphi_{44} + E_5) = 1,9291,\ \text{А};$$

$$I_6 = G_6 \cdot (\varphi_{44} - \varphi_{33}) = \frac{1}{R_6} \cdot (\varphi_{44} - \varphi_{33}) = 1,1011,\ \text{А}.$$

Показания вольтметра можно определить, составив уравнение согласно второму закону Кирхгофа для любого независимого замкнутого контура, содержащего вольтметр (рис. 1.33).

Для первого контура:

$$U_V - R_2 \cdot I_2 = E_1;$$

$$U_V = E_1 + R_2 \cdot I_2 = 9 + 7,5 \cdot 0,9826 = 16,3695,\ \text{В}.$$

Для второго контура:

$$-U_V + R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 = 0;$$

$$U_V = R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 = 19,5 \cdot 0,9465 + 13,5 \cdot (-0,1546) = 16,3696,\ \text{В}.$$

Задача 1.3.4. Рассчитать цепь задачи 1.3.3 методом наложения.

Решение

Определяется количество источников энергии в схеме: $n_E = 2$.

Составляется n_E схем с одним источником энергии для определения частичных токов, при этом все идеальные источники энергии кроме одного закорачивают. Выбираются условно положительные направления токов во всех ветвях схем (рис. 1.34).

Любой ток схемы определяется как алгебраическая сумма частичных токов, вызванных каждым источником электрической энергии в отдельности.

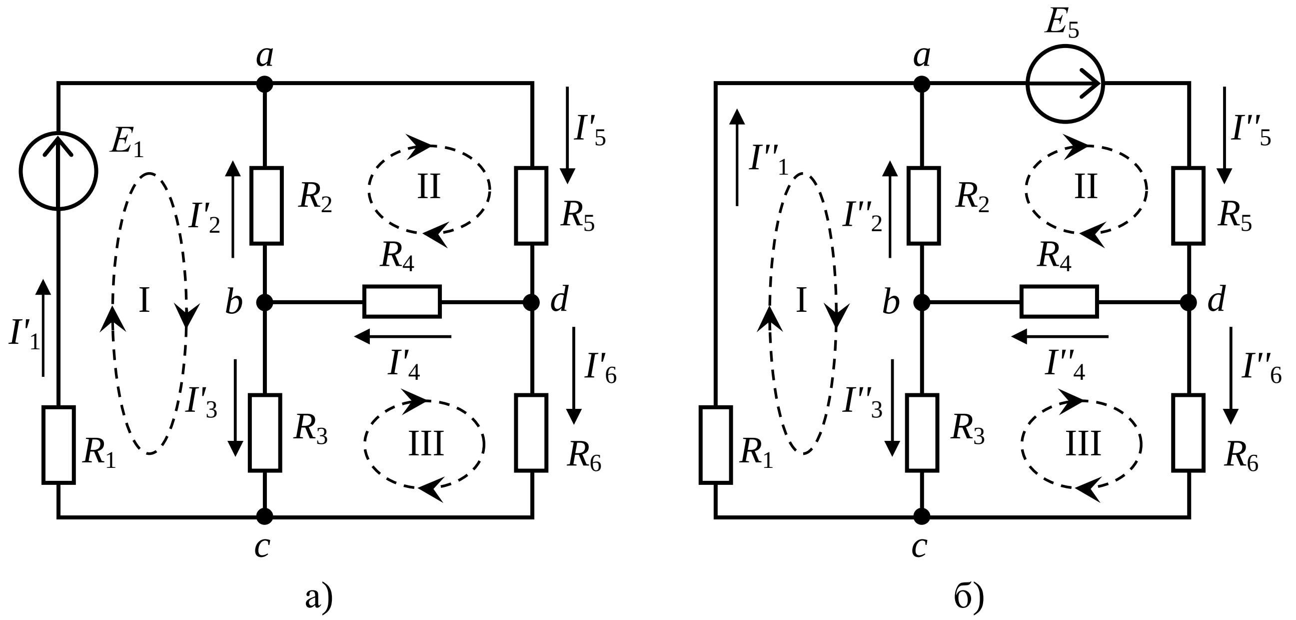


Рис. 1.34

Определить частичные токи, вызванные каждым источником электрической энергии в отдельности (рис. 1.34), любым известным методом, например по законам Кирхгофа.

Для схемы, изображенной на рис. 1.34, а:

узел a: $I'_1 + I'_2 - I'_5 = 0;$

узел b: $-I'_2 - I'_3 + I'_4 = 0;$

узел c: $-I'_1 + I'_3 + I'_6 = 0.$

контур I: $R_1 \cdot I'_1 - R_2 \cdot I'_2 + R_3 \cdot I'_3 = E_1;$

контур II: $R_2 \cdot I'_2 + R_5 \cdot I'_5 + R_4 \cdot I'_4 = 0;$

контур III: $-R_3 \cdot I'_3 - R_4 \cdot I'_4 + R_6 \cdot I'_6 = 0.$

Решением данной системы уравнений являются следующие значения токов:

$I'_1 = 0{,}3069$, А; $I'_2 = -0{,}1789$, А; $I'_3 = 0{,}124$, А;
$I'_4 = -0{,}0549$, А; $I'_5 = 0{,}1279$, А; $I'_6 = 0{,}1829$, А.

Для схемы, изображенной на рис. 1.34, б:

узел a: $I''_1 + I''_2 - I''_5 = 0;$

узел b: $-I''_2 - I''_3 + I''_4 = 0;$

узел c: $-I''_1 + I''_3 + I''_6 = 0.$

контур I: $R_1 \cdot I''_1 - R_2 \cdot I''_2 + R_3 \cdot I''_3 = 0;$

контур II: $R_2 \cdot I''_2 + R_5 \cdot I''_5 + R_4 \cdot I''_4 = E_5;$

контур III: $-R_3 \cdot I''_3 - R_4 \cdot I''_4 + R_6 \cdot I''_6 = 0.$

Решением данной системы уравнений являются следующие значения токов:

$I''_1 = 0,6396$, А; $I''_2 = 1,1615$, А; $I''_3 = -\ 0,2786$, А;
$I''_4 = 0,8829$, А; $I''_5 = 1,8012$, А; $I'''_6 = 0,9182$, А.

Определить токи схемы как алгебраическую сумму частичных токов:

$I_1 = I'_1 + I''_1 = 0,3069 + 0,6396 = 0,9465$, А;
$I_2 = I'_2 + I''_2 = (-0,1789) + 1,1615 = 0,9826$, А;
$I_3 = I'_3 + I''_3 = 0,124 + (-\ 0,2786) = -\ 0,1546$, А;
$I_4 = I'_4 + I''_4 = (-0,0549) + 0,8829 = 0,828$, А;
$I_5 = I'_5 + I''_5 = 0,1279 + 1,8012 = 1,9291$, А;
$I_6 = I'_6 + I''_6 = 0,1829 + 0,9182 = 1,1011$, А.

Задача 1.3.5. В схеме задачи 1.3.3 определить ток I_1.

Решение

Для определения тока в одной ветви самым рациональным является использование метода эквивалентного источника (генератора). Этот метод относится к методам частичного анализа цепей, т.е. не требует определения токов во всех ветвях. Исходная схема для расчета представлена на рис. 1.35.

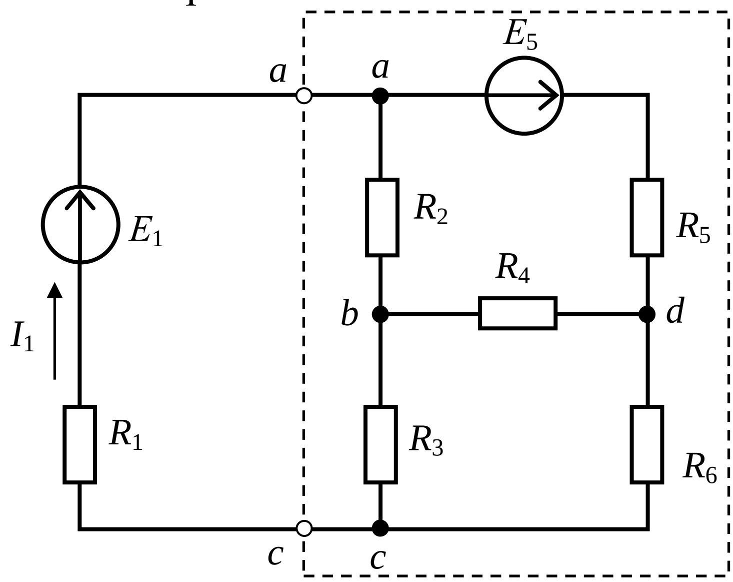
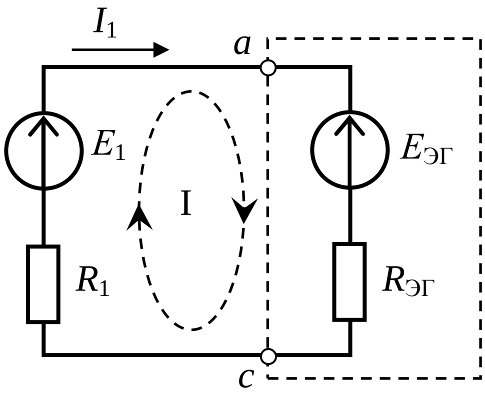


Рис. 1.35

Применение метода эквивалентного генератора основано на теореме об эквивалентном генераторе, согласно которой действие всех источников питания (на рисунке обведено пунктиром) на ветвь с неизвестным током заменяется воздействием одного, так называемого «эквивалентного», генератора. Этот генератор на эквивалентной схеме замещения (рис. 1.36, а) соединяется последовательно с исследуемой ветвью (на рисунке обведен пунктиром).



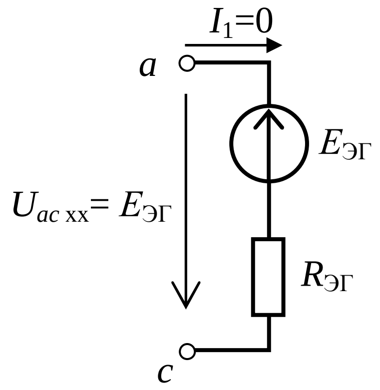


Рис. 1.36

Согласно второму закону Кирхгофа для первого контура (рис. 1.36, а) ток в ветви определяется из простого выражения:

$$I_1 = \frac{E_1 - E_{ЭГ}}{R_{ЭГ} + R_1},$$

где: $E_{ЭГ} = U_{ac\ xx}$ – напряжение между зажимами эквивалентного генератора a и c в режиме холостого хода (рис. 1.36, б);

$R_{ЭГ} = R_{ac\ xx}$ – сопротивление между зажимами a и c пассивного двухполюсника, полученного из схемы, соответствующей холостому ходу эквивалентного генератора.

Решение распадается на два основных этапа – определение эквивалентной ЭДС и определение входного сопротивления относительно точек ac.

1) Определение ЭДС эквивалентного генератора - $E_{ЭГ}$ (рис. 1.37).

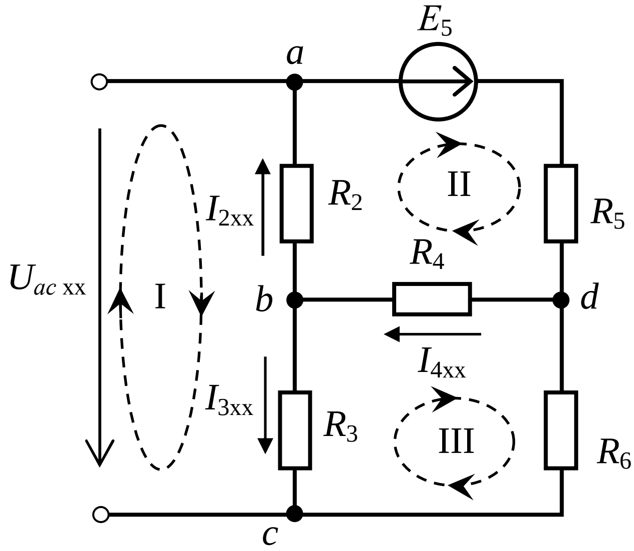


Рис. 1.37

Составляются уравнения для определения токов в ветвях схемы любым методом, например, по законам Кирхгофа:

$$\text{узел } d\text{: } I_{4\text{хх}} - I_{2\text{хх}} - I_{3\text{хх}} = 0;$$

$$\text{контур II: } R_2 \cdot I_{2\text{хх}} + R_5 \cdot I_{2\text{хх}} + R_4 \cdot I_{4\text{хх}} = E_5;$$

$$\text{контур III: } -R_3 \cdot I_{3\text{хх}} - R_4 \cdot I_{4\text{хх}} - R_6 \cdot I_{3\text{хх}} = 0.$$

Подставляются численные значения в уравнения:

$$I_{4\text{хх}} - I_{2\text{хх}} - I_{3\text{хх}} = 0;$$

$$7{,}5 \cdot I_{2\text{хх}} + 15 \cdot I_{2\text{хх}} + 10{,}5 \cdot I_{4\text{хх}} = 45;$$

$$-13{,}5 \cdot I_{3\text{хх}} - 10{,}5 \cdot I_{4\text{хх}} - 6 \cdot I_{3\text{хх}} = 0.$$

Решением данной системы уравнений, являются следующие значения токов

$$I_{2\text{хх}} = 1{,}53453,\ \text{А};\ I_{3\text{хх}} = -0{,}53708,\ \text{А};\ I_{4\text{хх}} = 0{,}99744,\ \text{А}.$$

Для определения ЭДС эквивалентного генератора составляется уравнение согласно второму закону Кирхгофа для первого контура:

$$E_{ЭГ} = U_{ac\,\text{хх}} = -R_2 \cdot I_{2\text{хх}} + R_3 \cdot I_{3\text{хх}} = -7{,}5 \cdot 1{,}53453 + 13{,}5 \cdot (-0{,}53708) = \\ = -18{,}759555,\ \text{В}.$$

2) Определение эквивалентного сопротивления двухполюсника - $R_{ЭГ} = R_{ac\,\text{хх}}$.

Для определения эквивалентного сопротивления двухполюсника все источники ЭДС закорачиваются (их внутренние сопротивления равны нулю), а источники тока размыкаются (их внутренние сопротивления равны бесконечности) – рис. 1.38, а.

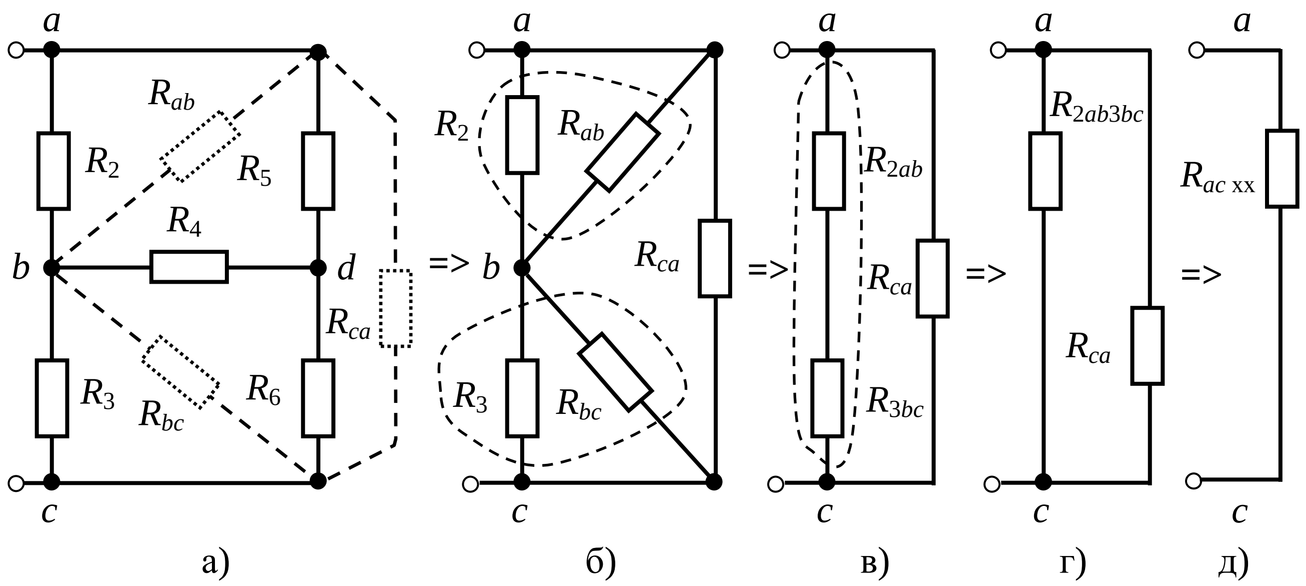


Рис. 1.38

Производится эквивалентное преобразование звезды, образованной сопротивлениями R_4, R_5, R_6 в треугольник:

$$R_{ab} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_6} = 10,5 + 15 + \frac{10,5 \cdot 15}{6} = 51,75, \text{ Ом.}$$

$$R_{bc} = R_4 + R_6 + \frac{R_4 \cdot R_6}{R_5} = 10,5 + 6 + \frac{10,5 \cdot 6}{15} = 20,7, \text{ Ом.}$$

$$R_{ca} = R_5 + R_6 + \frac{R_5 \cdot R6}{R_4} = 15 + 6 + \frac{15 \cdot 6}{10,5} = 29,57, \text{ Ом.}$$

Далее производятся преобразования на параллельно включенных участках цепи (рис. 1.38, б):

$$R_{2ab} = \frac{R_2 \cdot R_{ab}}{R_2 + R_{ab}} = \frac{7,5 \cdot 51,75}{7,5 + 51,75} = 6,55, \text{ Ом};$$

$$R_{3bc} = \frac{R_3 \cdot R_{bc}}{R_3 + R_{bc}} = \frac{13,5 \cdot 20,7}{13,5 + 20,7} = 8,17, \text{ Ом.}$$

Резисторы R_{2ab} и R_{3bc} включены последовательно (рис. 1.38, в):

$$R_{2ab3bc} = R_{2ab} + R_{3bc} = 6,55 + 8,17 = 14,72 \text{ Ом.}$$

Эквивалентное сопротивление цепи (рис. 1.38, г, д):

$$R_{\text{ЭГ}} = R_{ac\ \text{хх}} = \frac{R_{ca} \cdot R_{2ab3ac}}{R_{ca} + R_{2ab3ac}} = \frac{29,57 \cdot 14,72}{29,57 + 14,72} = 9,83, \text{ Ом.}$$

Искомый ток в первой ветви определяется из уравнения:

$$I_1 = \frac{E_1 - E_{\text{ЭГ}}}{R_{\text{ЭГ}} + R_1} = \frac{9 - (-18,759555)}{9,83 + 19,5} = 0,9465, \text{ А.}$$

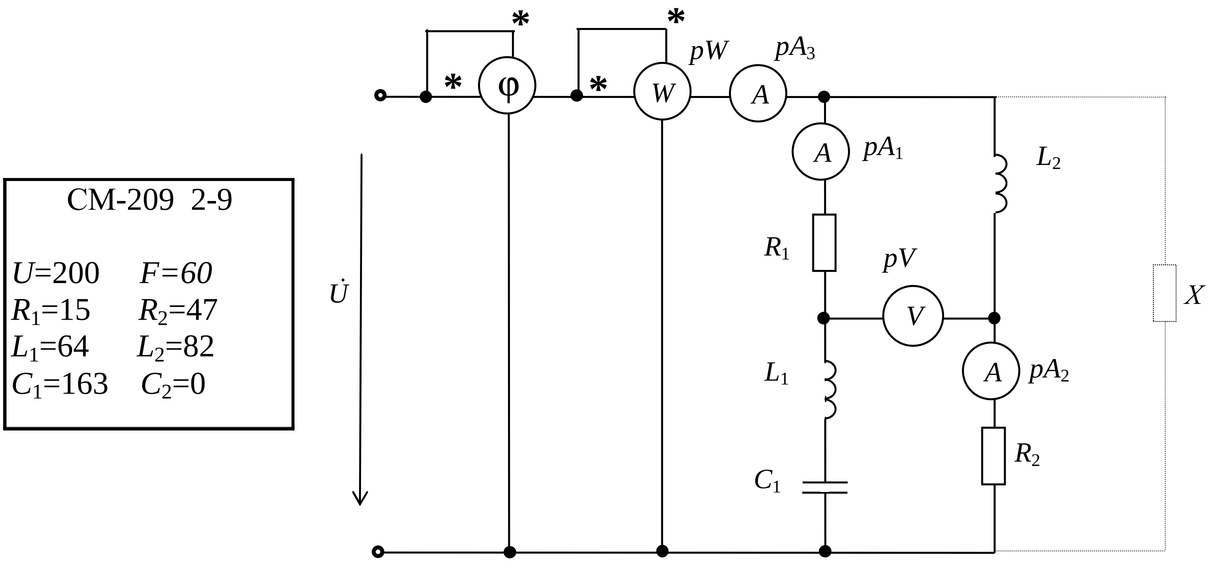


Рис. 2.2

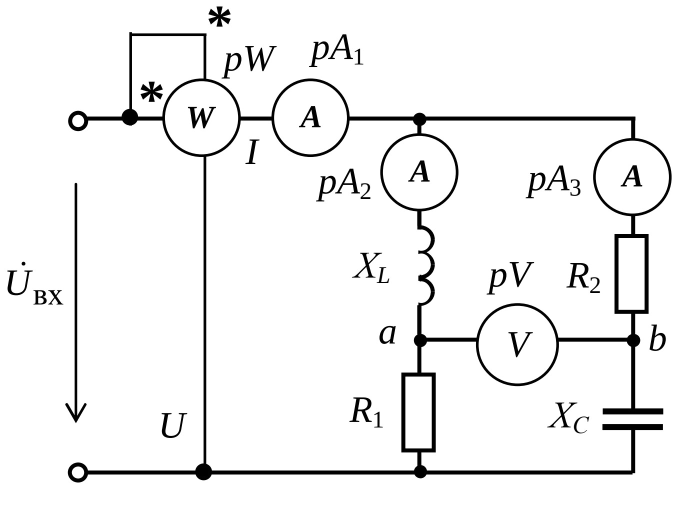
Перед выполнением задания рекомендуется ознакомиться с задачами 3.1 – 5.5 учебного пособия [9].

2.3. Примеры расчёта линейных электрических цепей однофазного синусоидального тока

Задача 2.3.1. К цепи, изображенной на рис. 2.3, а, приложено напряжение $U_{вх}$=12 В. Параметры элементов цепи: $R_1=10\sqrt{3}$, Ом; $R_2=20\sqrt{3}$, Ом; X_L=10, Ом; X_c=20, Ом. Определить показания приборов и построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Решение

Изобразим схему в виде расчетной схемы замещения, представив сопротивления элементов цепи и входное напряжение $\dot{U}_{вх}$ в комплексной форме (рис. 2.3, б). Модули комплексов действующих значений будут являться показаниями приборов.



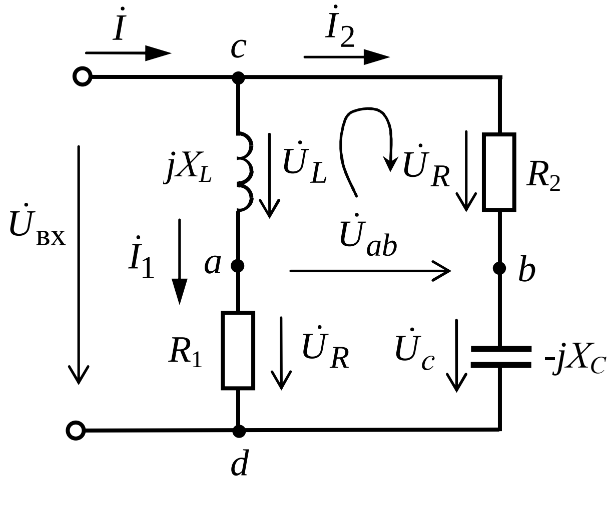


Рис. 2.3

Цепь содержит две параллельные ветви, на каждой из которых действует одно и тоже напряжение $\dot{U}_{вх}$. Так как для напряжения на входе начальная фаза не задана, то она принимается равной нулю, т.е.

$$\dot{U}_{вх} = U_{вх} e^{j\psi_U} = 12 e^{j0°} = 12, \text{ В.}$$

Определяются комплексные сопротивления обеих ветвей:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_L = 10\sqrt{3} + j10 = 20\, e^{j30°}, \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = 20\sqrt{3} - j20 = 40 e^{-j30°}, \text{ Ом.}$$

Определим комплексные токи в ветвях $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ по закону Ома:

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_{вх} / \underline{Z}_1 = 12 e^{j0°}/(20 e^{j30°}) = 0{,}6 e^{-j30°}, \text{ А;}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_{вх} / \underline{Z}_2 = 12 e^{j0°}/(40\, e^{-j30°}) = 0{,}3 e^{j30°}, \text{ А;}$$

или в алгебраической форме записи:

$$\dot{I}_1 = 0{,}6\cos(-30°) + j0{,}6\sin(-30°) = 0{,}52 - j0{,}3, \text{ А;}$$

$$\dot{I}_2 = 0{,}3\cos(30°) + j0{,}3\sin(30°) = 0{,}26 + j0{,}15, \text{ А.}$$

Ток в неразветвленной части цепи определяется в соответствии с первым законом Кирхгофа для узла *c* (рис. ЭЦ-2.3, б):

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0{,}52 - j0{,}3 + 0{,}26 + j0{,}15 = 0{,}78 - j\,0{,}15, \text{ А}$$

или в показательной форме записи комплекса

$$\dot{I} = \sqrt{0{,}78^2 + 0{,}15^2} \cdot e^{j\,\mathrm{arctg}\frac{0{,}15}{0{,}78}} = 0{,}8\, e^{-j10{,}89°}, \text{ А.}$$

Показания амперметров соответственно составят:

$$pA_1 \Rightarrow 0{,}8,\ \text{А};\ pA_2 \Rightarrow 0{,}6,\ \text{А};\ pA_3 \Rightarrow 0{,}3,\ \text{А}.$$

Для определения показания вольтметра pV определяется напряжение U_{ab}, при этом составим уравнение по второму закону Кирхгофа для любого контура в который входит это напряжение (рис. 2.3, б). Например, уравнение по второму закону Кирхгофа в комплексной форме для контура *acba* (обход контура по часовой стрелке):

$$-(j\,X_L)\,\dot I_1 + R_2\,\dot I_2 - \dot U_{ab} = 0.$$

Откуда

$$\dot U_{ab} = R_2\,\dot I_2 - (j\,X_L)\,\dot I_1 =$$

$$= 20\sqrt{3}\,(0{,}26 + j0{,}15) - (j10)(0{,}52 - j0{,}3) = 6+j(0) = 6\,e^{j0°},\ \text{В}.$$

Показание вольтметра соответственно составит: $pV \Rightarrow 6$, В.

Ваттметр измеряет активную мощность, выделившуюся на активных сопротивлениях R_1 и R_2,

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = 10\sqrt{3}\cdot 0{,}6^2 + 20\sqrt{3}\cdot 0{,}3^2 = 9{,}36,\ \text{Вт}.$$

Показание ваттметра может быть также определено следующим образом

$$P = \text{Re}[\dot U_{\text{вх}}\,\overset{*}{\underline{I}}] = \text{Re}[12\cdot(0{,}78 + j\,0{,}15)] = \text{Re}[(9{,}36 + j1{,}8)] = 9{,}36,\ \text{Вт},$$

где $\overset{*}{\underline{I}}$ - сопряженное значение тока $\dot I$.

Показание ваттметра соответственно составит: $pW \Rightarrow 3{,}36$ Вт.

Построение векторной диаграммы токов и напряжений поводится следующим образом. Находятся падения напряжений $\dot U_L, \dot U_C, \dot U_{R_1}, \dot U_{R_2}$ на соответствующих элементах схемы (рис. 2.3, б):

$$\dot U_L = (+j\,X_L)\ \dot I_1 = 0{,}6e^{-j30°}\cdot 10e^{j90°} = 6\,e^{j60°},\ \text{В};$$

$$\dot U_{R_1} = R_1\,\dot I_1 = 0{,}6\,e^{-j30°}\cdot 10\sqrt{3} = 10{,}38\,e^{-j30°},\ \text{В};$$

$$\dot U_{R_2} = R_2\,\dot I_2 = 0{,}3\,e^{j30°}\cdot 20\sqrt{3} = 10{,}38\,e^{j30°},\ \text{В};$$

$$\dot U_C = (-j\,X_C)\,\dot I_2\cdot 0{,}3\,e^{j30°}\cdot 20\,e^{-j90°} = 6\,e^{-j60°},\ \text{В}.$$

Построение векторов напряжений на элементах каждой ветви осуществляется в соответствии с уравнениями, составленными согласно второму закону Кирхгофа:

$$\dot U_L + \dot U_{R_1} - \dot U_{\text{вх}} = 0;$$
$$\dot U_{R_2} + \dot U_c - \dot U_{\text{вх}} = 0.$$

Откуда:

$$\dot U_L + \dot U_{R_1} = \dot U_{\text{вх}};$$
$$\dot U_{R_2} + \dot U_c = \dot U_{\text{вх}}.$$

Векторная диаграмма токов и напряжений представлена на рис. 2.4.

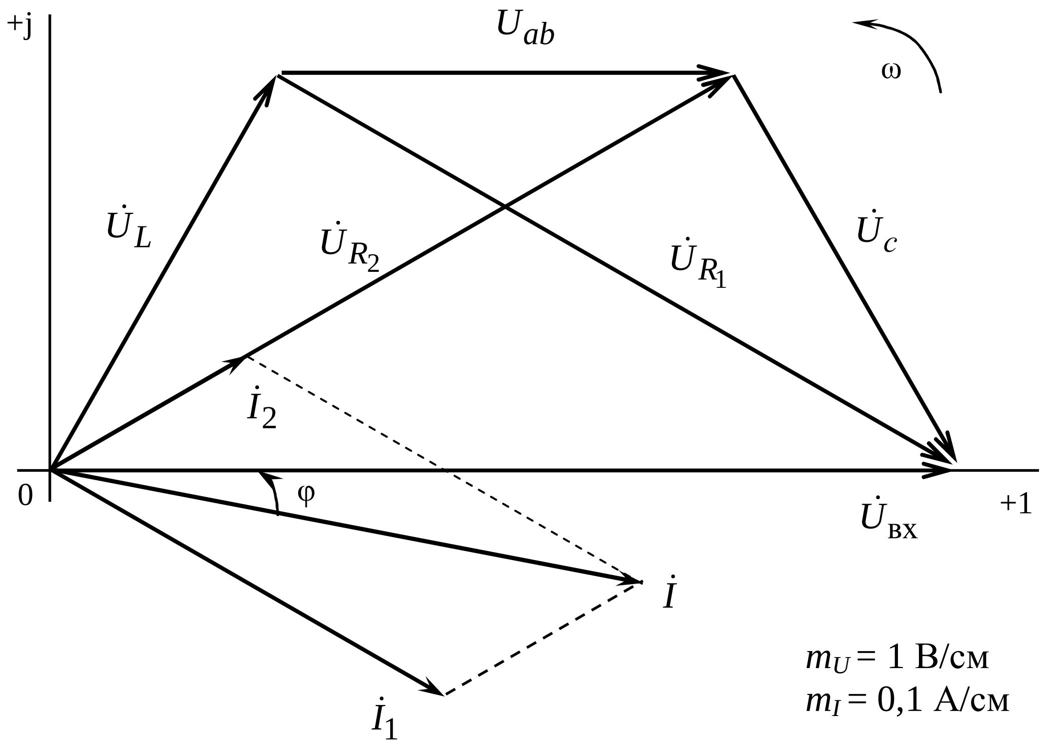


Рис. 2.4

Задача 2.3.2. Катушка индуктивности с параметрами $R_{\text{к}}$=30 Ом, $X_{\text{к}}$=40 Ом включена в сеть синусоидального тока 220 В. Определить, конденсатор какой емкости C нужно подключить, чтобы коэффициент мощности цепи стал равен единице.

Решение

Электрическая схема подключения емкости к катушке для улучшения коэффициент мощности (cosφ) изображена на рис. 2.5.

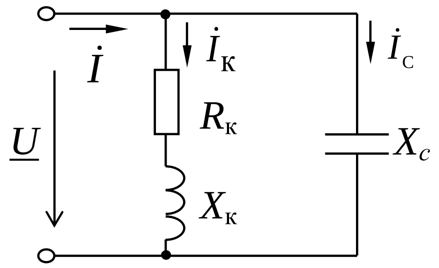


Рис. 2.5

Комплексное сопротивление катушки:

$$\underline{Z}_к = R_к + jX_к = 30 + j40 = 50^{j53^о8'}, \text{ Ом.}$$

Ток, протекающий в катушке, при отсутствии компенсации:

$$\dot I_к = \frac{\dot U}{\underline{Z}_к} = \frac{220e^{j0^\circ}}{50e^{j53{,}8^\circ}} = 4{,}4e^{-j53{,}8^\circ}, \quad \text{А}.$$

Угол сдвига фаз при этом $\varphi_к = \psi_u - \psi_i = 0-(-53{,}8^\circ) = 53{,}8^\circ$, а $\cos\varphi = \cos 53{,}8^\circ = 0{,}59$.

Проводимость катушки:

$$\underline{Y}_к = \frac{1}{\underline{Z}_к} = \frac{1}{50e^{j53^\circ 8'}} = 0{,}02e^{-j53^\circ 8'} = 0{,}012 - j0{,}016 \text{ См.}$$

Рассчитаем активную и реактивную составляющие тока катушки:

$$I_R = G_к \cdot U = 220 \cdot 0{,}012 = 2{,}64 \text{ А.}$$

$$I_L = B_к \cdot U = 220 \cdot 0{,}016 = 3{,}52 \text{ А.}$$

Для достижения $\cos\varphi=1$ параллельно обмотке двигателя нужно подключить конденсатор емкостью C, проводимость которого может быть определена из формулы

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{B_L - B_c}{G} \quad \text{или} \quad B_c = B_L - G \cdot \operatorname{tg}\varphi, \text{ См.}$$

Определим угол φ: $\varphi = \arccos 1 = 0^\circ$.

Емкостная проводимость:

$$B_с = 0{,}016 - 0{,}012 \cdot \operatorname{tg} 0^\circ = 0{,}016, \text{ См.}$$

Емкостная составляющая тока:

$$I_c = B_c \cdot U = 220 \cdot 0{,}016 = 3{,}52, \text{ А.}$$

Емкостное сопротивление:

$$X_c = \frac{1}{B_c} = \frac{1}{0{,}016} = 62{,}5, \text{ Ом.}$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{2\pi f X_c} = \frac{1}{2\pi 50 \cdot 62{,}5} \approx 51 \cdot 10^{-6},\ \Phi\ =\ 51,\ \text{мкФ}.$$

По расчетным значениям токов строим векторную диаграмму токов и напряжений (рис. 2.6), где $\dot{I}_к$ – ток катушки до подключения конденсатора, а ток $\dot{I}$ - результирующий ток после подключения конденсатора.

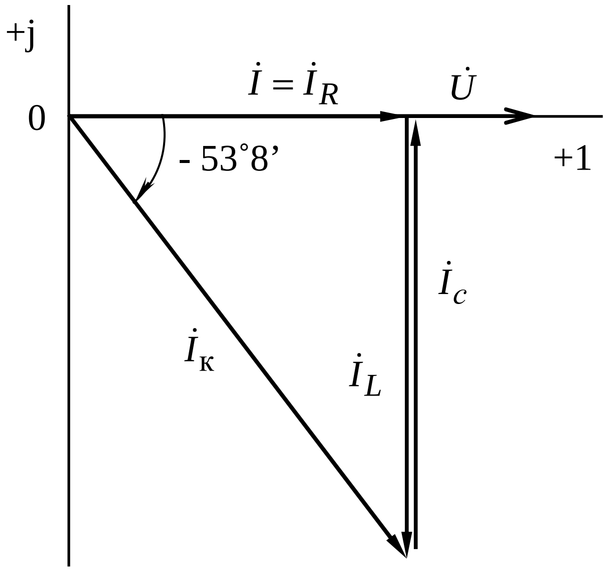


Рис. 2.6

Результирующий ток I после компенсации составит:

$$I = \sqrt{I_R{}^2 + \left(I_L - I_C\right)^2} = \sqrt{2{,}64^2 + \left(3{,}52 - 3{,}52\right)^2} = 2{,}64,\ \ \text{А}.$$

В результате компенсации ток в проводах катушки (I), уменьшился по сравнению со случаем без компенсации ($I_к$) в 1,7 раза, т.е уменьшились потери на нагрев этих проводов.

3.2. Методические рекомендации

По исходной схеме электрической цепи и машинной распечатке индивидуального задания сформируйте свою расчетную схему. Если в распечатке указано нулевое значение, это означает, что данный элемент в расчетной схеме отсутствует, участок закорачивается.

В общем случае однофазные приемники, которые образуют симметричный и несимметричный трехфазные приемники, содержат один или два элемента, включенные последовательно.

Так, например, для индивидуального задания 902491-10 расчетная схема приобретает вид, представленный на рис. 3.2.

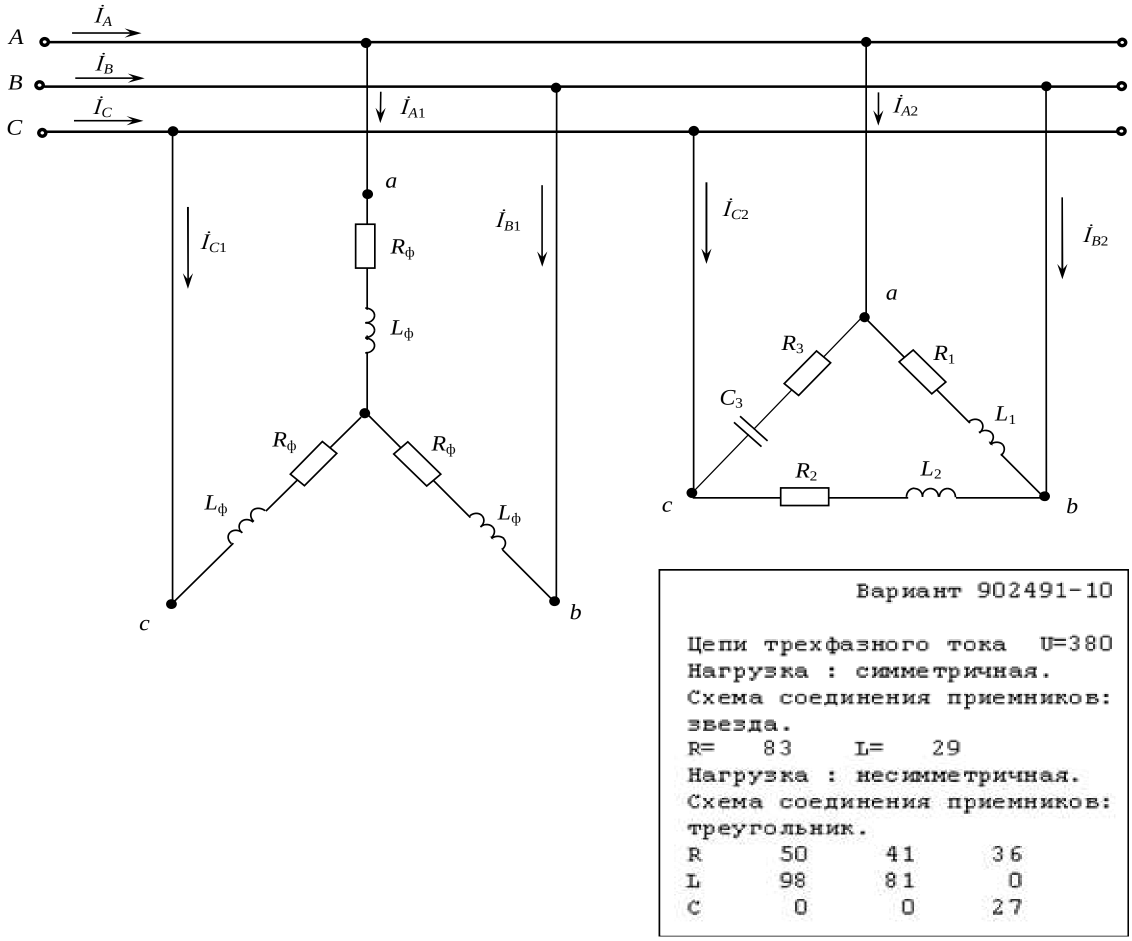


Рис. 3.2

Сопротивления заданы в Омах [Ом], индуктивности в Миллигенри [мГн], емкости в микрофарадах [мкФ]. Частоту питающей сети принять f = 50 Гц.

Перед выполнением задания рекомендуется ознакомиться с задачами 6.1-7.3. учебного пособия [9].

3.3. Примеры расчёта трехфазных цепей

Задача 3.3.1. К трехфазной линии с линейным напряжением $U_Л = 380$ В подключены три одинаковых однофазных приемника ($R_ф = 3$, Ом, $X_{Cф} = 4$, Ом), соединенные по схеме «звезда с нейтральным проводом» (рис. 3.3). Определить токи в фазах и нейтральном проводе, а также потребляемую мощность (активную, реактивную, полную). Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

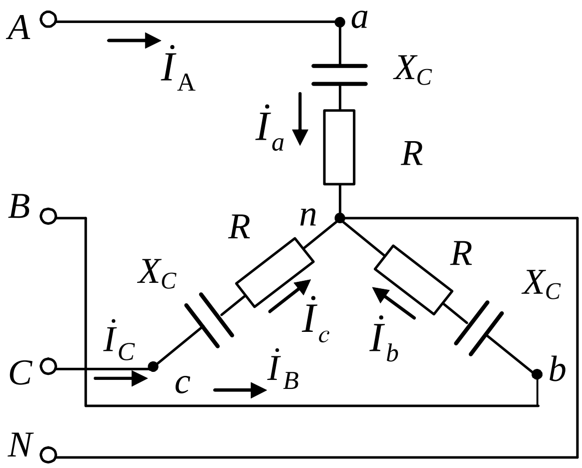


Рис. 3.3

Решение

Нагрузка всех фаз одинакова, поэтому расчет проводят для одной фазы.

Определяется фазное напряжение:

$$U_ф = \frac{U_Л}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220, \;\; В,$$

или в комплексной форме, принимая начальную фазу $\psi_{uA} = 0$,

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A = U_ф e^{j\psi uA} = 220e^{j0°}, \;\; В;$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B = U_ф e^{j\psi uB} = 220e^{-j120°}, \;\; В;$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C = U_ф e^{j\psi uC} = 220e^{j120°}, \;\; В.$$

Нагрузка всех фаз одинакова, поэтому комплексные сопротивления всех фаз одинаковые:

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = R_ф - jX_ф = Z_ф e^{j\varphi_ф} = (3 + j4), \text{ Ом} = 5e^{-j53°}, \;\; \text{Ом};$$

где $\quad Z_ф = \sqrt{R_ф{}^2 + X_{Cф}{}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \quad$ Ом;

$$\varphi_{ф} = \mathrm{arctg}\frac{-X_{Cф}}{R_{ф}} = \mathrm{arctg}(-\frac{4}{3}) = -53°.$$

Фазные и линейные токи определим по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{220e^{j0°}}{5e^{-j53°}} = 44e^{j53°}, A;$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{220e^{-j120°}}{5e^{-j53°}} = 44e^{-j67°}, A;$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{220e^{j120°}}{5e^{-j53°}} = 44e^{j173°}, A.$$

Строим векторную диаграмму фазных и линейных напряжений в выбранном масштабе m_U, откладываем векторы токов в масштабе m_I в фазах под углом $\varphi_ф$ = - 53° к собственным фазным напряжениям. Звезда токов получается симметричной, ток в нейтральном проводе I_N равен нулю (рис. 3.4) : $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$.

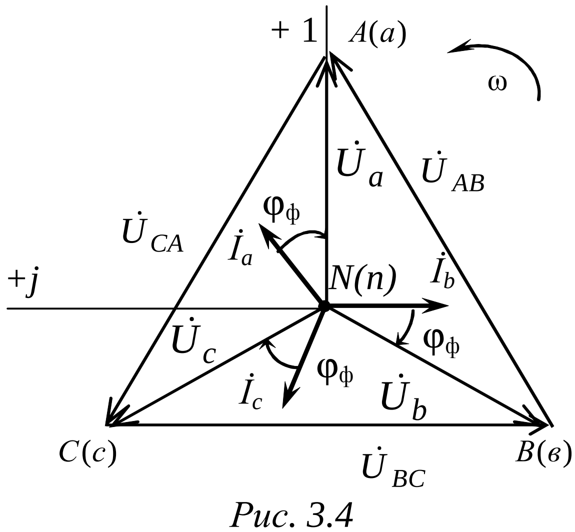


Рис. 3.4

При обрыве нейтрального провода режим работы приемников не изменится, так как ток там отсутствует, поэтому при симметричной нагрузке **наличие нейтрального провода необязательно**.

Активная мощность, потребляемая нагрузкой каждой фазы одинакова, поэтому суммарная активная мощность может быть определена следующим образом:

$$P = 3U_ф I_ф \cos\varphi_ф = \sqrt{3}U_л I_л \cos\varphi_ф =$$

$$= \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 44 \cdot \cos\ (\text{-}53°) = 17375,\ \text{Вт}.$$

Реактивная мощность:

$$Q = 3U_ф I_ф \sin\varphi_ф = \sqrt{3} U_л I_л \sin\varphi_ф =$$

$$= \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 44 \sin \cdot (-53°) = -23101, \text{вар.}$$

Полная мощность:

$$S = 3U_ф I_ф = \sqrt{3} U_л I_л = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 44 = 28959, \text{ ВА.}$$

Измерения активной и реактивной мощностей производят с помощью трех, двух или одного ваттметров, используя различные схемы их включения.

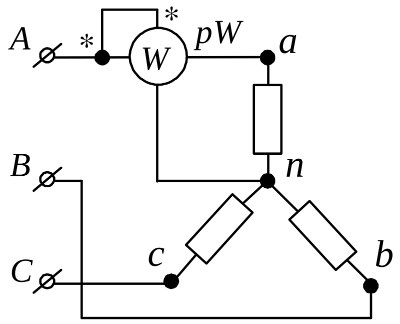


Рис. 3.5

При симметричном приемнике, соединенном по схеме «звезда с нейтральным проводом» или «звезда без нейтрального проводом», активная мощность одной фазы $P_ф$ определяется с помощью одного ваттметра по схеме рис. 3.5, тогда активная мощность трехфазной цепи:

$$P = 3\ P_ф = 3\ P_{pW} = 3U_a I_a \cos\varphi_a =$$

$$= 3 \cdot 380 \cdot 44 \cdot \cos(-53°) = 17375, \text{ Вт.}$$

Задача 3.3.2. Три однофазных приемника соединены по схеме «звезда с нейтральным проводом» и включены в трехфазную сеть напряжением 380 В. Сопротивлением нейтрального провода можно пренебречь. Сопротивления фаз:

$$\underline{Z}_a = (30 + j40), \text{ Ом}; \ \underline{Z}_b = (24 + j18), \text{ Ом}; \ \underline{Z}_c = (80 - j60), \text{ Ом}.$$

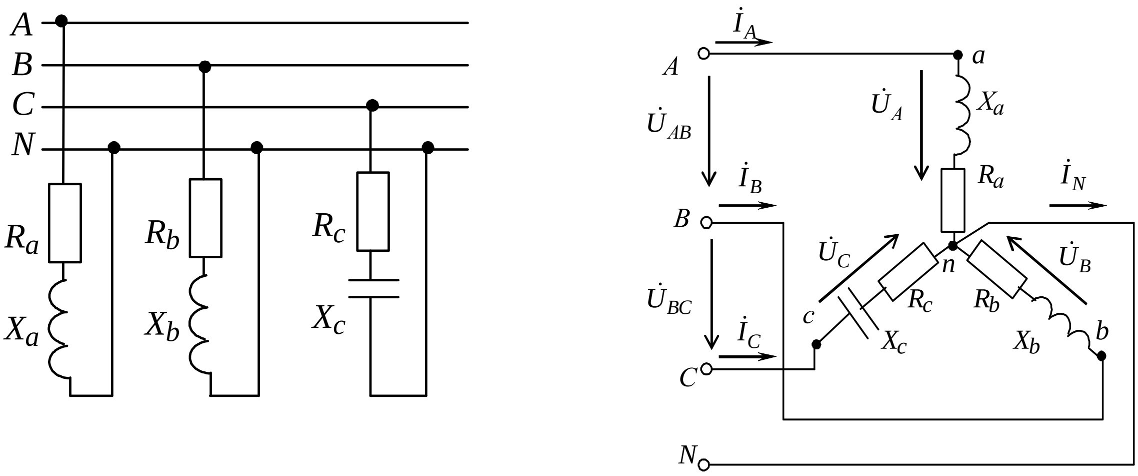
Требуется изобразить схему включения приемников; определить токи в проводах сети; построить векторную диаграмму токов и напряжений; изобразить схему включения ваттметров для измерения активной мощности и определить их показания; вычислить активную, реактивную и полную (кажущуюся) мощности.

Решение

Схемы включения приемников принципиальная (а) и замещения (б) представлены на рис. 3.6.

Наличие нейтрального провода обеспечивает симметричную систему фазных напряжений на приемниках.

Напряжение сети – это линейное напряжение.



а) б)

Рис. 3.6

Определяется фазное напряжение:

$$U_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220, \text{ В.}$$

Система фазных напряжений в комплексной форме:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A = U_{\text{ф}} e^{j0} = 220 e^{j0^\circ}, \quad \text{В;}$$

$$\dot{U}_b = \dot{U}_B = U_{\text{ф}} e^{-j120^\circ} = 220 e^{-j120^\circ}, \quad \text{В;}$$

$$\dot{U}_c = \dot{U}_C = U_{\text{ф}} e^{j120^\circ} = 220 e^{j120^\circ}, \quad \text{В.}$$

Сопротивления фаз

$$\underline{Z}_a = R_a + jX_a = 30 + j40 = 50 e^{j53^\circ}, \ \text{Ом;}$$

$$\underline{Z}_b = R_b + jX_b = 24 + j18 = 30 e^{j37^\circ}, \ \text{Ом;}$$

$$\underline{Z}_c = R_c - jX_c = 80 - j60 = 100 e^{-j37^\circ}, \ \text{Ом.}$$

Для схемы соединения приемников «звезда» фазные и линейные токи равны между собой и определяются согласно закону Ома:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{220 e^{j0^\circ}}{50 e^{j53^\circ}} = 4{,}4 e^{-j53^\circ} = \left(2{,}6 - j3{,}5\right), \ \text{А;}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{220 e^{-j120^\circ}}{30 e^{j37^\circ}} = 7{,}3 e^{-j157^\circ} = \left(-6{,}7 - j2{,}8\right), \ \text{А;}$$

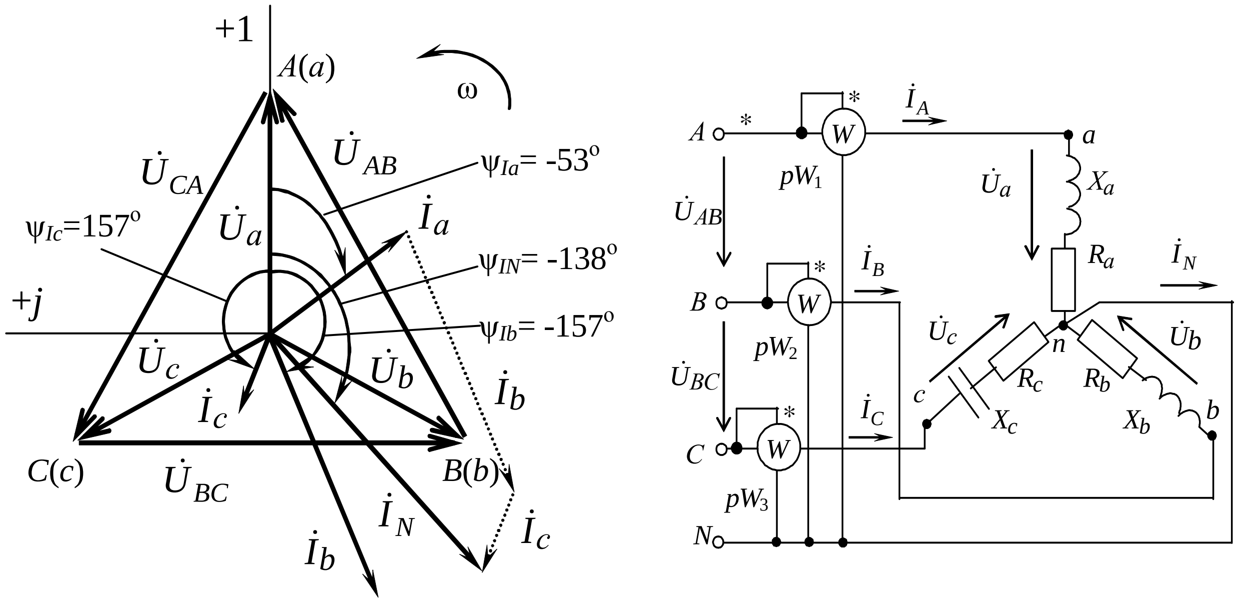
$$\dot{I}_C = \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{220 e^{j120^\circ}}{100 e^{-j37^\circ}} = 2{,}2 e^{j157^\circ} = \left(-2{,}0 + j0{,}8\right), \ \text{А.}$$

Ток в нейтральном проводе

$$\dot I_N = \dot I_A + \dot I_B + \dot I_C = 2,6 - j3,5 - 6,7 - j2,8 - 2,0 + j0,8 =$$

$$= \left(-6,1 - j5,5\right) = 8,2e^{-j138^\circ}, \text{ А.}$$

Для построения векторной диаграммы токов и напряжений необходимо выбрать масштабы напряжений m_U и токов m_I. Относительно комплексных осей откладываются фазные и линейные напряжения и токи со своими начальными фазами. Ток в нейтральном проводе – это результат геометрического сложения векторов фазных токов, и его расположение и длина должны соответствовать расчетному значению $\dot I_N$ (рис. 3.7, а).



а) б)

Рис. 3.7

Для измерения активной мощности в четырехпроводных сетях используется метод трех ваттметров (рис. 3.7, б).

Активная мощность цепи при включении ваттметров по рис. 3.7, б, определится следующим образом:

-показание первого ваттметра pW_1:

$$P_1 = \mathrm{Re}[\dot U_A \overset{*}{\underline{I}}_A] = \mathrm{Re}[220e^{j0^\circ} \cdot 4,4e^{j53^\circ}] =$$

$$= 220 \cdot 4,4 \cdot \cos 53^\circ = 582,56, \quad \text{Вт;}$$

-показание второго ваттметра pW_2:

$$P_2 = \mathrm{Re}[\dot U_B \overset{*}{\underline{I}}_B] = \mathrm{Re}[220e^{-j120^\circ} \cdot 7,3e^{j157^\circ}] =$$

$$= 220 \cdot 7,3 \cdot \cos 37^\circ = 1282,61, \text{ Вт;}$$

-показание третьего ваттметра pW_3:

$$P_3 = \mathrm{Re}[\dot{U}_C \overset{*}{\underline{I}}_C] = \mathrm{Re}[220e^{j120^\circ} \cdot 2,2e^{-j157^\circ}] =$$
$$= 220 \cdot 2,2 \cdot \cos(-37^\circ) = 386,54, \quad \text{Вт}.$$

Активная мощность цепи:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 582,56 + 1282,61 + 386,54 = 2251,71, \ \text{Вт}.$$

Активная мощность, потребляемая нагрузкой:

$$P = P_a + P_b + P_c = R_a I_a{}^2 + R_b I_b{}^2 + R_c I_c{}^2 =$$
$$= 30 \cdot 4,4^2 + 24 \cdot 7,3^2 + 80 \cdot 2,2^2 \approx 2246,96, \text{Вт};$$

или

$$P = P_a + P_b + P_c = U_a I_a \cos\varphi_a + U_b I_b \cos\varphi_b + U_c I_c \cos\varphi_c =$$
$$= 220 \cdot 4,4 \cdot \cos 53^\circ + 220 \cdot 7,3 \cdot \cos 37^\circ + 220 \cdot 2,2 \cdot \cos(-37^{o}) \approx 2251,7, \text{Вт}.$$

Реактивная мощность:

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c = X_a I_a{}^2 + X_b I_b{}^2 - X_c I_c{}^2 =$$
$$= 40 \cdot 4,4^2 + 18 \cdot 7,3^2 - 80 \cdot 2,2^2 \approx 1346,42, \ \text{вар}.$$

Реактивная мощность Q_c отрицательная, так как сопротивление фазы c носит емкостной характер.

Полная мощность:

$$S = \sqrt{P^2 + S^2} = \sqrt{2251,7^2 + 1346,42^2} = 2623,55, \text{В А};$$

или

$$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = \dot{U}_a \overset{*}{\underline{I}}_a + \dot{U}_b \overset{*}{\underline{I}}_b + \dot{U}_c \overset{*}{\underline{I}}_c = P + jQ =$$
$$= 2251,7 + j1346,42 \approx 2623,55 \cdot e^{j31^\circ}, \text{ВА}.$$

Задача 3.3.3. К трехфазной системе напряжением 380, В подключены три одинаковых приемника ($R_ф$ = 3, Ом, $X_{Lф}$ = 4, Ом), соединенные по схеме «треугольник» (рис. 3.8). Определить токи в фазных и линейных проводах и потребляемую мощность (активную, реактивную, полную). Построить векторную диаграмму токов и напряжений. Изобразить схему включения ваттметров для измерения активной мощности и определить их показания.

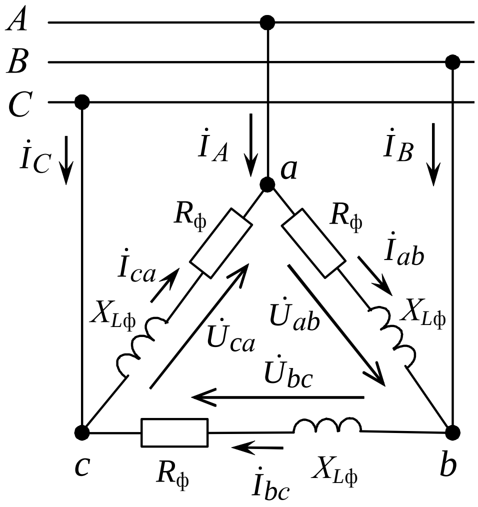


Рис. 3.8

Решение

Нагрузка всех фаз одинакова, поэтому расчет проводится для одной фазы.

Комплексное сопротивление всех фаз одинаково:

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = R_ф + jX_{Lф} = Z_ф e^{j\varphi_ф} = (3 + j4),\ \text{Ом} = 5e^{j53^\circ},\quad \text{Ом};$$

где $Z_ф = \sqrt{R_ф{}^2 + X_{Lф}{}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,\ \text{Ом};$

$$\varphi_ф = \operatorname{arctg}\frac{X_{Lф}}{R_ф} = \operatorname{arctg}(\frac{4}{3}) = 53^\circ.$$

Напряжение сети - это линейное напряжение, кроме того, в схеме соединения «треугольник» $U_ф = U_л = 380$, В, то есть фазные напряжения приемников равны линейным напряжениям источников. Следовательно, система фазных напряжений приемников в комплексной форме будет иметь вид:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} = U_л e^{j30^\circ} = 380e^{j30^\circ},\quad \text{В};$$

$$\dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC} = U_л e^{-j90^\circ} = 380e^{-j90^\circ},\quad \text{В};$$

$$\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA} = U_л e^{j150^\circ} = 380e^{j150^\circ},\quad \text{В}.$$

Поскольку нагрузка симметричная, то модули фазных токов одинаковые и по закону Ома равны:

$$I_ф = \frac{U_ф}{Z_ф} = \frac{380}{5} = 76,\ \text{А};$$

а и их фазы отличаются от фаз соответствующих напряжений на один и тот же угол, равный $\varphi_ф = 53^\circ$.

Следовательно, фазные токи равны:

$$\dot{I}_{ab} = 76e^{-j53^\circ} = (45{,}74 - j60{,}70),\ \text{А};$$

$$\dot{I}_{bc} = 76e^{-j143^\circ} = (-60{,}70 - j45{,}74),\ \text{А};$$

$$\dot{I}_{ac} = 76e^{j97^\circ} = (-9{,}26 + j75{,}43),\ \text{А}.$$

Модули линейных токов так же одинаковые (только для симметричной нагрузки) и равны:

$$I_\text{л} = \sqrt{3}I_\text{ф} = \sqrt{3}\cdot 76 = 131{,}6,\ \text{А}.$$

Активная мощность, потребляемая нагрузкой:

$$P = \sqrt{3}U_\text{л}I_\text{л}\cos\varphi = \sqrt{3}\cdot 380\cdot 131{,}6\cdot\cos 53^\circ = 51969,\ \text{Вт} \approx 52,\ \text{кВт};$$

реактивная мощность:

$$Q = \sqrt{3}U_\text{л}I_\text{л}\sin\varphi = \sqrt{3}\cdot 380\cdot 131{,}6\cdot\sin 53^\circ = 69293,\ \text{вар} \approx 69,\ \text{квар};$$

полная мощность:

$$S = \sqrt{3}U_\text{л}I_\text{л} = \sqrt{3}\cdot 380\cdot 131{,}6 = 86616,\ \text{ВА} \approx 87,\ \text{кВА}.$$

Векторная диаграмма может быть построена в двух вариантах, в зависимости от изображения системы напряжения (рис. 3.9). Предварительно выбирают масштабы тока и напряжения. Фазные токи отстают от соответствующих напряжений на угол $\varphi_\text{ф} = 53^\circ$. Линейные токи находятся из соотношений, составленных согласно первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca};\quad \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab};\quad \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

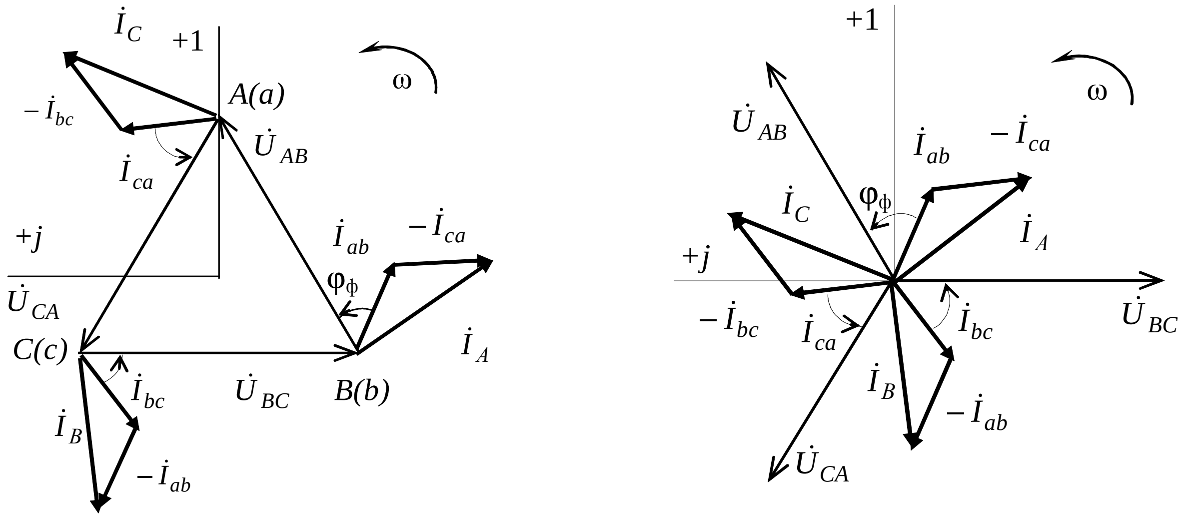


Рис. 3.9

Измерения активной и реактивной мощностей производятся с помощью трех, двух или одного ваттметров, используя различные схемы их включения.

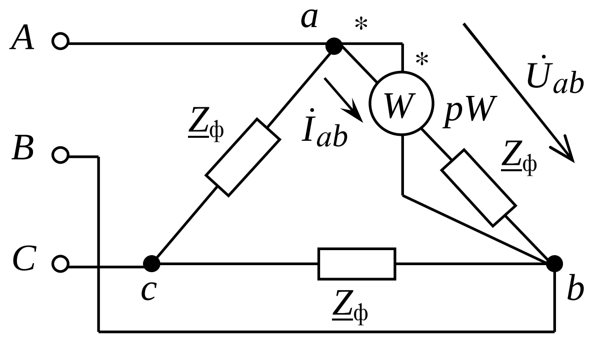


Рис.3.10

При симметричном приемнике активная мощность одной фазы $P_ф$ определяется с помощью одного ваттметра по схеме рис. 3.10, тогда активная мощность трехфазной цепи:

$$P = 3\,P_ф = 3\,P_{pW} =$$
$$=3U_{ab}I_{ab}\cos\varphi_{ab} = 3U_ф I_ф \cos\varphi_ф =$$
$$=3\cdot380\cdot76\cdot\cos(53^o) \approx 52,\ кВт.$$

Задача 3.3.4. К трехпроводной трехфазной линии с напряжением 380, В подключены три однофазных приемника по схеме «треугольник» с параметрами: R_1= 5, Ом; R_2= 6, Ом; X_{L2}= 8, Ом; R_3=4, Ом; X_{C3}= 3, Ом. Определить токи в фазах и линейных проводах, активную, реактивную и полную мощности. Построить векторную диаграмму токов и напряжений. Изобразить схему включения ваттметров для измерения активной мощности и определить их показания.

Решение

Однофазные приемники к трехпроводной сети подключаются по схеме “треугольник“ (рис. 3.11).

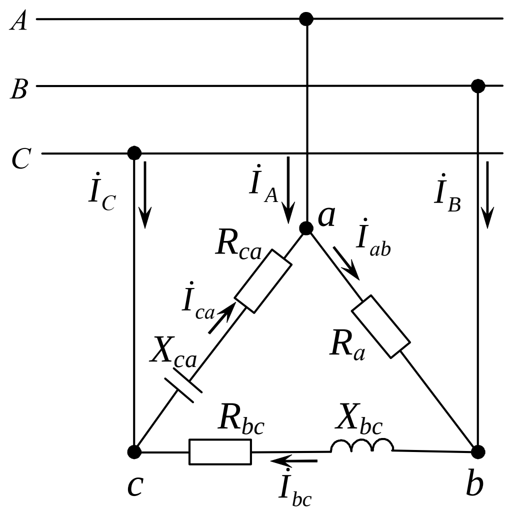


Рис. 3.11

Нагрузка несимметричная, поэтому ток каждой фазы нужно считать отдельно.

Напряжение сети - это линейное напряжение, кроме того, в схеме соединения «треугольник» $U_ф = U_л$ = 380, В, то есть фазные напряжения приемников равны линейным напряжениям источников. Следовательно, система фазных напряжений приемников в комплексной форме будет иметь вид:

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB} = U_{л} e^{j30^\circ} = 380 e^{j30^\circ}, \quad В;$$

$$\dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC} = U_{л} e^{-j90^\circ} = 380 e^{-j90^\circ}, \quad В;$$

$$\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA} = U_{л} e^{j150^\circ} = 380 e^{j150^\circ}, \quad В.$$

Комплексные сопротивления фаз:

$$\underline{Z}_{ab} = R_{ab} = R_1 = 5 \text{ Ом} = 5e^{j0^\circ}, \text{Ом};$$

$$\underline{Z}_{bc} = R_{bc} + jX_{bc} = R_2 + jX_{L2} = 6 + j8, \text{ Ом} = 10e^{j53^\circ}, \text{Ом};$$

$$\underline{Z}_{ca} = R_{ca} + jX_{ca} = R_3 - jX_{C3} = 4 - j3, \text{ Ом} = 5e^{-j37^\circ}, \text{Ом};$$

Фазные токи определяются согласно закону Ома:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{380e^{j30^\circ}}{5e^{j0^\circ}} = 76e^{-j30^\circ} =$$

$$= 76 \cdot \cos 30^\circ + j76 \cdot \sin 30^\circ = (65{,}8 + j38), \text{ А};$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{380e^{-j90^\circ}}{10e^{j53^\circ}} = 38e^{-j143^\circ} =$$

$$= 38 \cdot \cos(-143^\circ) + j38 \cdot \sin(-143^\circ) = (-30{,}3 - j22{,}9), \text{ А};$$

$$\dot{I}_{ac} = \frac{\dot{U}_{ac}}{\underline{Z}_{ac}} = \frac{380e^{j150^\circ}}{5e^{-j37^\circ}} = 76e^{j187^\circ} =$$

$$= 76 \cdot \cos(187^\circ) + j76 \cdot \sin(187^\circ) = (-75{,}4 - j9{,}3), \text{ А}.$$

Линейные токи определяются из фазных по первому закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = 65{,}8 + j38{,}0 - (-75{,}4 - j9{,}3) =$$

$$= 141{,}2 + j47{,}3 = 148{,}9e^{j18{,}5^\circ}, \text{А};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = -30{,}3 - j22{,}9 - (65{,}8 + j38{,}0) =$$

$$= -96{,}1 - j60{,}9 = 113{,}8e^{-j147{,}6^\circ}, \text{А};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = -75{,}4 - j9{,}3 - (-30{,}3 - j22{,}9) =$$

$$= -45{,}1 + j13{,}6 = 47{,}1e^{j163{,}2^\circ}, \text{А}.$$

Сумма линейных токов должна равняться нулю:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 141{,}2 + j47{,}3 - 96{,}1 - j60{,}9 - 45{,}1 + j13{,}6 = 0.$$

Активная мощность:

$$P = R_{ab}I_{ab}^2 + R_{bc}I_{bc}^2 + R_{ca}I_{ca}^2 =$$

$$= 5\cdot 76^2 + 6\cdot 38^2 + 4\cdot 76^2 = 60648,\ \text{Вт} = 60{,}6,\ \text{кВт}.$$

Реактивная мощность:

$$Q = X_{ab}I_{ab}^2 + X_{bc}I_{bc}^2 - X_{ca}I_{ca}^2 =$$

$$= 0 + 8\cdot 38^2 - 3\cdot 76^2 = -57\,76,\ \text{вар} \approx 5{,}8,\ \text{квар};$$

здесь знак “минус” показывает, что преобладает емкостная нагрузка.

Полная мощность:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{60648^2 + 5776^2} = 60875\text{,ВА} = 60{,}9,\ \text{кВА}.$$

Векторные диаграммы токов и напряжений в двух вариантах представлены на рис. 3.12.

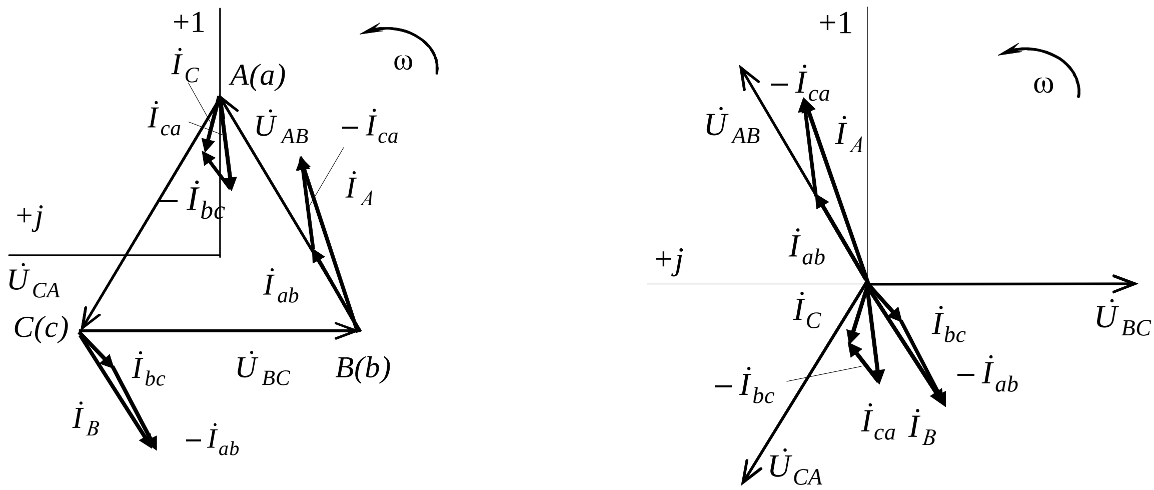


Рис. 3.12

Предварительно выбирают масштабы тока и напряжения. Векторы фазных токов $\dot I_{ab}$, $\dot I_{bc}$, $\dot I_{ca}$ откладывают относительно векторов соответствующих напряжений под углами $\varphi_{ab} = 0$, $\varphi_{bc} = 53°$, $\varphi_{ca} = -37°$ или в соответствии с полученными их начальными фазами $\psi_{ab} = 30°$; $\psi_{bc} = -143°$; $\psi_{ca} = 187°$. Затем по первому закону Кирхгофа строят векторы линейных токов $\dot I_A$, $\dot I_B$, $\dot I_C$, длина и направление которых должны соответствовать расчетным данным:

$$\dot I_A = \dot I_{ab} - \dot I_{ca};\ \ \dot I_B = \dot I_{bc} - \dot I_{ab};\ \ \dot I_C = \dot I_{ca} - \dot I_{bc}.$$

В трехпроводных сетях для измерения активной мощности используется метод двух ваттметров, причем один из ваттметров включается на “перевернутое” линейное напряжение (рис. 3.13).

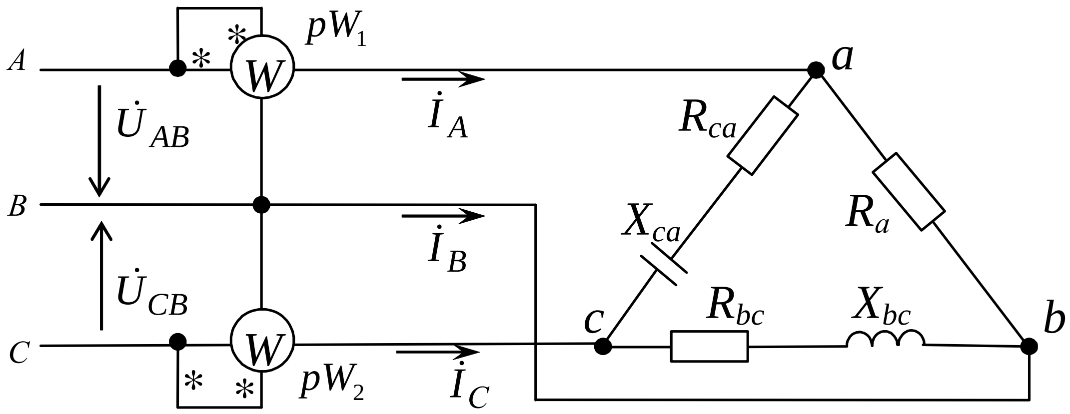


Рис. 3.13

Активная мощность цепи при включении ваттметров по рис. 3.13 определится следующим образом:

-показание первого ваттметра pW_1:

$$P_1 = \mathrm{Re}[\dot{U}_{AB}\overset{*}{\underline{I}}_A] = \mathrm{Re}[380e^{j30°}\cdot 148{,}9e^{-j18{,}5°}] =$$
$$= 380\cdot 148{,}9\cdot \cos 115° = 55444{,}7, \quad \text{Вт};$$

-показание второго ваттметра pW_2:

$$P_2 = \mathrm{Re}[\dot{U}_{CB}\overset{*}{\underline{I}}_C] = \mathrm{Re}[-380e^{-j90°}\cdot 47{,}1e^{-j163°}] =$$
$$= \mathrm{Re}[380e^{j90°}\cdot 47{,}1e^{-j163°}] = 380\cdot 47{,}1\cdot \cos(-73{,}2°) = 5172{,}5, \text{ Вт.}$$

Активная мощность цепи:

$$P = P_1 + P_2 = 55444{,}7 + 5172{,}5 = 60617{,}2, \text{ Вт} \approx 60{,}6\text{, кВт}$$