

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Камчатский государственный технический университет»

Кафедра «Технологические машины и оборудование»

**Е. А. Степанова**

## **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

*Методические указания к изучению  
дисциплины для студентов направления подготовки  
16.03.03 «Холодильная, криогенная техника  
и системы жизнеобеспечения»  
очной и заочной формы обучения*

Петропавловск-Камчатский  
2016

УДК 539.3/.6(076)  
ББК 30.121  
С79

Рецензент

*А. Р. Ляндзберг,*  
кандидат технических наук, доцент кафедры  
«Защита окружающей среды и водопользование»  
ФГБОУ ВПО «КамчатГТУ»

**Степанова, Елена Анатольевна**

С79 Сопротивление материалов : методические указания к изучению дисциплины для студентов направления подготовки 16.03.03 «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения» очной и заочной формы обучения / Е. А. Степанова. – Петропавловск-Камчатский : КамчатГТУ, 2016. – 66 с.

Методические указания к изучению дисциплины составлены в соответствии с требованиями к освоению основной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 16.03.03 «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения» федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования.

Рекомендованы к изданию президиумом учебно-методического совета ФГБОУ ВО «КамчатГТУ» (протокол № 2 от 19 февраля 2016 г.).

УДК 539.3/.6(076)  
ББК 30.121

© КамчатГТУ, 2016  
© Е. А. Степанова, 2016

## Оглавление

1. Краткая характеристика дисциплины .....	4
2. Цели и задачи изучения дисциплины .....	5
3. Содержание дисциплины.....	6
3.1. Содержание лекционных занятий.....	6
3.2. Содержание практических занятий .....	9
3.3. Содержание лабораторных занятий .....	9
3.4. Задания для практических работ .....	10
3.5. Организация самостоятельной работы студентов.....	16
4. Вопросы для самоконтроля .....	27
5. Содержание и методические рекомендации к выполнению контрольной работы .....	32
5.1. Методические рекомендации к выполнению контрольной работы .....	32
5.2. Требования к оформлению контрольной работы.....	33
5.3. Содержание контрольной работы.....	35
Рекомендуемая литература.....	66

## 1. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Сопротивление материалов» относится к базовой части программы бакалавриата.

В соответствии с учебным планом изучение дисциплины «Сопротивление материалов» завершается сдачей экзамена в третье семестре.

В «Сопротивление материалов» широко используются знания, полученные студентами при изучении дисциплин: математика, физика, теоретическая механика, инженерная и машинная графика, вычислительная техника и информационные технологии, технология конструкционных материалов, материаловедение.

В результате изучения дисциплины студент должен:

*знать:*

- основные уравнения и методы решения задач сопротивления материалов;
- основы проектирования и основные методы расчета на прочность, жесткость, динамику и устойчивость, долговечность машин;
- физико-механические характеристики материалов и методы их определения.

*уметь:*

- проводить расчеты деталей и узлов машин и аппаратов аналитически и с помощью вычислительных методов;
- систематизировать научно-техническую информацию, отечественный и зарубежный опыт, а также выявлять прототипы конструкций при проектировании новых образцов техники;
- конструировать и использовать стандартные детали при создании новых образцов техники;

*владеть:*

- навыками выполнения расчетов и конструирования новых и типовых деталей и узлов машин по критериям прочности, долговечности и износостойкости, пользуясь справочной литературой и стандартами;

- навыками выбора материалов по критериям прочности, долговечности и износостойкости;
- навыками участия в работе над инновационными проектами, используя базовые методы исследовательской деятельности.

## 2. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

*Целью дисциплины «Сопротивление материалов» является теоретическая и практическая подготовка в области прикладной механики деформируемого твердого тела, развитие инженерного мышления, приобретение знаний, необходимых для изучения последующих дисциплин.*

Основной *задачей* изучения является подготовка студентов к производственной деятельности в соответствии с квалификационной характеристикой.

*Задачами дисциплины «Сопротивление материалов» являются:*

- овладение теоретическими основами и практическими методами расчетов на прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций и машин, необходимыми как при изучении дальнейших дисциплин, так и в практической деятельности бакалавров;

- ознакомление с современными подходами к расчету сложных систем, элементами рационального проектирования конструкций.

В процессе обучения формируются следующие ***профессиональные компетенции (ПК):*** *готовностью участвовать в работах по технико-экономическим обоснованиям проектируемых образцов низкотемпературной техники, по составлению отдельных видов технической документации машин и аппаратов, их элементов и сборочных единиц (ПК-11).*

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1 Содержание лекционных занятий

*Тема 1. Основные понятия и определения.* Допущения о свойствах материала конструкции. Изучаемые объекты и расчетные схемы. Классификация нагрузок. Метод сечений. Напряжения. Деформации.

*Тема 2. Осевое растяжение (сжатие).* Осевое растяжение (сжатие). Внутренние усилия. Нормальные напряжения в поперечных сечениях бруса при растяжении (сжатии). Деформации. Закон Гука при растяжении (сжатии).

*Тема 3. Механические испытания материалов.* Диаграммы растяжения образца из малоуглеродистой стали. Диаграмма растяжения материала. Механические характеристики материалов. Диаграмма растяжения пластичных и хрупких материалов, не имеющих площадки текучести. Испытания на сжатие.

*Тема 4. Основы теории напряженного состояния в точке тела.* Напряженное состояние в точке тела. Виды напряженных состояний. Линейное напряженное состояние. Плоское напряженное состояние. Объемное напряженное состояние.

*Тема 5. Напряженно-деформированное состояние в точке.* Деформированное состояние в точке. Обобщенный закон Гука. Потенциальная энергия деформации при линейном напряженном состоянии. Удельная потенциальная энергия деформации при объемном напряженном состоянии.

*Тема 6. Основные теории прочности.* Теория наибольших нормальных напряжений (первая теория прочности). Теория наибольших деформаций (вторая теория прочности). Теория наибольших касательных напряжений (третья теория прочности). Теория наибольшей удельной потенциальной энергии формоизменения (четвертая теория прочности – энергетическая). Теория Мора.

*Тема 7. Геометрические характеристики плоских сечений.* Понятие геометрических плоских сечений. Моменты инерции плоских фигур. Моменты инерции простейших фигур. Моменты инерции сложных фигур. Зависимости

между моментами инерции относительно параллельных осей. Зависимости между моментами инерции при повороте координатных осей. Положение главных осей и главные моменты инерции.

*Тема 8. Сдвиг.* Сдвиг. Внутренние усилия и напряжения в поперечных сечениях бруса при сдвиге. Чистый сдвиг. Напряжения на наклонных площадках при чистом сдвиге. Главные напряжения. Деформация при чистом сдвиге. Закон Гука при сдвиге. Потенциальная энергия деформации при сдвиге. Соотношения между упругими постоянными конструкционных материалов. Расчет на прочность при сдвиге.

*Тема 9. Кручение брусев круглого поперечного сечения.* Основные понятия. Внутренние усилия в поперечных сечениях вала. Экспериментальная картина деформации круглого вала при кручении. Гипотезы теории кручения валов круглого сечения. Напряжения в поперечных сечениях вала при кручении. Вывод формулы касательных напряжений при кручении. Изменение касательных напряжений по сечению вала (построение эпюры  $\tau$ ). Деформация при кручении. Анализ напряженного состояния и разрушения при кручении. Расчет валов на прочность и жесткость при кручении. Потенциальная энергия деформации при кручении.

*Тема 10. Прямой изгиб. Внутренние усилия.* Общие понятия. Определение опорных реакций. Внутренние усилия в поперечных сечениях балки при изгибе. Правило знаков для поперечных сил  $Q$  и изгибающих моментов  $M$ . Эпюры внутренних усилий. Дифференциальные зависимости между изгибающим моментом  $M$ , поперечной силой  $Q$  и интенсивностью распределенной нагрузки  $q$ . Контроль правильности построения Эпюр  $Q$  и  $M$ .

*Тема 11. Нормальные напряжения при чистом изгибе.* Экспериментальное изучение работы материала при чистом изгибе. Гипотезы, положенные в основу вывода формул нормальных напряжений при изгибе. Нормальные напряжения при чистом изгибе (вывод формулы нормального напряжения  $\sigma$ ). Изменение нормальных напряжений по высоте поперечного сечения балки (эпюра  $\sigma$ ). Расчет на прочность по нормальным напряжениям.

*Тема 12. Касательные напряжения при поперечном изгибе.* Экспериментальное изучение работы материала при поперечном изгибе. Гипотезы, положенные в основу вывода формулы касательных напряжений при поперечном изгибе. Касательные напряжения в сечении балки при изгибе (вывод формулы касательного напряжения  $\tau$ ). Расчет на прочность по касательным напряжениям.

*Тема 13. Главные напряжения при изгибе. Полная проверка прочности балок при изгибе.* Главные напряжения при прямом изгибе. Проверка прочности по главным напряжениям. Экстремальные касательные напряжения при изгибе. Траектории главных напряжений.

*Тема 14. Перемещения в балках при прямом изгибе.* Линейные и угловые перемещения в балках при прямом изгибе. Дифференциальное уравнение упругой линии балки. Определение перемещений в балках интегрированием дифференциального уравнения изогнутой оси балки. Метод начальных параметров.

*Тема 15. Сложное сопротивление. Косой изгиб.* Основные понятия. Усилия и напряжения при косом изгибе. Нулевая линия и ее свойства. Расчет на прочность при косом изгибе. Изгиб с растяжением сжатием.

*Тема 16. Внецентренное растяжение (сжатие) (ВРС).* Основные понятия внецентренного растяжения (сжатия). Расчет внутренних усилий и напряжений при ВРС. Свойства нулевой линии при ВРС. Ядро сечения.

*Тема 17. Сложное сопротивление. Изгиб с кручением.* Основные понятия и определения. Внутренние усилия, действующие на вал при изгибе с кручением. Расчет на прочность.

*Тема 18. Устойчивость сжатых стержней*  
Основные понятия. Формула Эйлера. Продольно-поперечный изгиб сжатых стержней.

*Тема 19. Динамические нагрузки. Удар.*  
Понятие о динамическом нагружении. Ударное действие нагрузки.



### **3.2. Содержание практических занятий**

#### **Практическая работа № 1.**

Расчет бруса на прочность и жесткость при растяжении – сжатии.

#### **Практическая работа № 2.**

Расчет статически неопределимых систем при осевом растяжении (сжатии).

#### **Практическая работа № 3.**

Расчет бруса на прочность и жесткость при кручении.

#### **Практическая работа № 4.**

Расчет бруса на прочность при изгибе.

#### **Практическая работа № 5**

Расчет вала редуктора на прочность.

#### **Практическая работа № 6**

Расчет сжатых стержней на потерю устойчивости.

### **3.3. Содержание лабораторных занятий**

#### **Лабораторная работа № 1.**

Определение механических характеристик при осевом растяжении стержня из малоуглеродистой стали.

Лабораторная работа по дисциплине «Сопротивление материалов» располагаются на учебном терминале Камчатского Государственного Технического Университета. Курс виртуальных лабораторных работ.

Точка доступа: <http://www.labrab.ru/KamchatGTU/>.

#### **Лабораторная работа № 2.**

Расчет геометрических характеристик сечений сложной формы.

**Цель работы:** приобретение навыков расчета геометрических характеристик сечений сложной формы.

**Обеспечение работы:** чертеж составного сечения, миллиметровая бумага формата А4, карандаш, инструменты: линейка, треугольник.

### ***Лабораторная работа № 3.***

Расчет соединений работающих, на сдвиг.

***Цель работы:*** приобретение навыков расчета заклепочных и болтовых соединений.

***Обеспечение работы:*** расчетная схема, карандаш, инструменты: линейка, треугольник.

### ***Лабораторная работа № 4.***

Расчет на прочность по нормальным и касательным напряжениям. Полная проверка прочности балок при изгибе.

***Цель работы:*** приобретение навыков расчета на прочность по нормальным и касательным напряжениям.

***Обеспечение работы:*** расчетная схема, миллиметровая бумага формата А4, карандаш, инструменты: линейка, треугольник, таблица сортамента (двутавры стальные горячекатаные по ГОСТ 8239-89)

### ***Лабораторная работа № 5.***

Расчет внутренних усилий и напряжений при ВРС (3 часа).

***Цель работы:*** приобретение навыков расчета внутренних усилий и напряжений при ВРС.

***Обеспечение работы:*** расчетная схема, карандаш, инструменты: линейка, треугольник.

### ***Лабораторная работа № 6.***

Определение сил, напряжений и перемещений при ударе.

***Цель работы:*** приобретение навыков определения сил, напряжений и перемещений при прямом продольном ударе.

***Обеспечение работы:*** схема прямого продольного удара, карандаш, инструменты: линейка.

## ***3.4. Задания для практических работ***

### ***Практическая работа № 1.***

*Расчет бруса на прочность и жесткость при растяжении – сжатии.*

Для консольного бруса переменного сечения (рис. 3.1):

1. Построить эпюры нормальной силы, нормальных напряжений и перемещений.

2. Определить допускаемую нагрузку  $P$  и при найденном значении нагрузки вычислить наибольшее перемещение. Принять  $F = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ,  $a = 0,2 \text{ м}$ . Остальные данные взять из табл. 3.1.

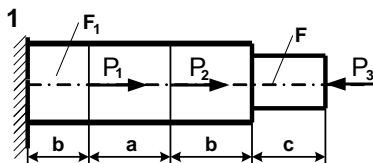


Рис. 3.1. Заданная схема

Таблица 3.1

Номер варианта	Порядковый номер цифры в варианте						Материал
	$F_1, \text{м}^2$	$b, \text{м}$	$P_1, \text{кН}$	$c, \text{м}$	$P_2, \text{кН}$	$P_3, \text{кН}$	
1	1,2	1,0	1	1,5	-4	2,5	Сталь Ст.3
2	1,7	1,5	2	1,5	3	1,5	Сталь 20ХН
3	1,5	2,0	-2	1,0	4	-1,0	Титан ВТ-3
4	2,0	2,0	1	1,0	-3	-2,0	Сталь 20
5	1,3	1,0	2	2,5	4	-1,5	Сталь Ст.5

### Практическая работа № 2.

Расчет статически неопределимых систем при осевом растяжении (сжатии).

Для стержневой статически неопределимой системы (рис. 3.2) рассчитать допустимую нагрузку  $[P]$  из условия обеспечения ее прочности и определить величину перемещения точки приложения силы  $P_1$  при вычисленном значении нагрузки. В расчетах принять  $F = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ,  $a = 0,5 \text{ м}$ . Остальные данные взять из таблицы 3.2.

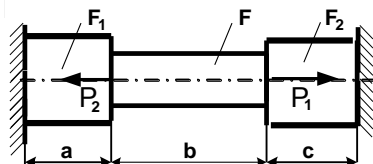


Рис. 3.2. Заданная схема

Таблица 3.2

Номер варианта	Порядковый номер цифры в варианте					
	$F_1, м^2$	$b, м$	$P_1, кН$	$c, м$	$P_2, кН$	$P_3, кН$
1	1	1	2	2	1	1
2	2	2	3	1	3	2
3	3	3	1	1	3	3
4	2	1	4	2	2	4
5	3	2	2	3	3	1

**Практическая работа № 3. Расчет бруса на прочность и жесткость при кручении.**

Для стального бруса постоянного поперечного сечения (рис. 3.3) и заданных исходных данных (табл.3.3) требуется:

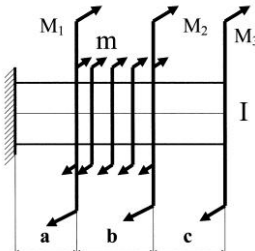


Рис. 3.3. Заданная схема

Таблица 3.3

Номер варианта	Моменты, кНм			$m$ , кНм/м	$[\tau]$ , МПа	Расстояние, м		
	$M_1$	$M_2$	$M_3$			$a$	$b$	$c$
1	1,1	1,1	1,1	0,5	35	0,8	0,8	0,8
2	1,2	1,2	1,2	0,6	40	0,9	0,9	0,9
3	1,3	1,3	1,3	0,7	45	1,0	1,0	1,0
4	1,4	1,4	1,4	0,8	50	1,1	1,1	1,1
5	1,5	1,5	1,5	0,9	55	1,2	1,2	1,2

1. Определить во всех поперечных сечениях крутящий момент  $M_k$  и построить эпюру крутящих моментов.

2. Определить диаметр бруса сплошного круглого сечения и диаметр бруса трубчатого сечения  $c = \frac{d}{D} = 0,6$  ( $d$  - внутренний диаметр) из условий прочности и жесткости.

3. Построить эпюры углов поворота.

Модуль сдвига  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа. Допускаемый относительный угол закручивания не должен превышать 0,8 градуса на 1 м длины бруса.

### Практическая работа № 4

Расчет бруса на прочность при изгибе.

1. Из расчета на прочность по наибольшим напряжениям подобрать для балки (рис. 3.4) размеры сечений четырех видов (рис. 3.5).

2. Вычертить сечения в одном масштабе и сравнить погонные веса.

3. В сечении балки с наибольшей поперечной силой для каждого типа сечения вычислить наибольшие касательные напряжения.

В расчетах принять  $P = 50$  кН;  $a = 0,4$  м; материал балки – сталь Ст.3. остальные данные взять из табл. 3.4.

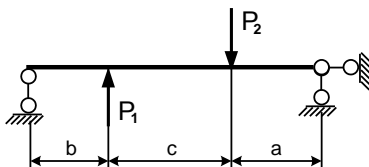


Рис. 3.4. Заданная схема

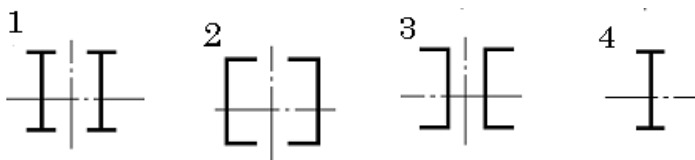


Рис. 3.5. Виды сечений

Таблица 3.4

Номер варианта	Исходные данные				
	$b, м$	$c, м$	$P_2, кН$	Вид сечения	$P_1, кН$
1	1,0	2,0	4	4	1
2	1,5	2,5	3	1	-1
3	2,0	1,5	2	2	-2
4	2,5	1,0	-2	3	2
5	3,0	1,5	-3	2	3

### Практическая работа № 5

Расчет вала редуктора на прочность.

Для заданного варианта кинематической схемы редуктора (рис. 3.6) из условия прочности рассчитать диаметр промежуточного вала, если передаваемая им мощность  $N$  [кВт] и угловая скорость его вращения  $n$  [об/мин] заданы.

При расчете вала его опоры считать шарнирными, все шестерни диаметрами  $D_1$  и  $D_2$  с прямыми зубьями, вал  $A$  – ведущий, вал  $B$  – выходной (ведомый). Радиальную силу в зубчатом зацеплении принять  $R = 0,4T$ , где  $T$  – окружная сила. Остальные данные взять из табл. 3.5.

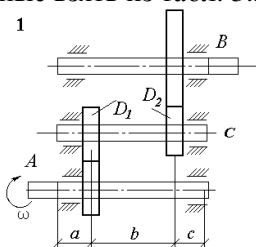


Рис. 3.6. Заданная схема

Таблица 3.5

Номер варианта	Исходные данные								
	$a$ [см]	$b$ [см]	$\alpha$ [град]	$c$ [см]	$D_1$ [см]	$D_2$ [см]	$N$ квт	$n$ [об/мин]	Марка материала
1	8	15	30	16	20	10	10	200	40
2	10	16	45	15	18	12	12	100	45
3	12	18	-30	14	22	14	14	150	20ХН
4	14	14	60	12	21	10	16	250	40Х
5	12	15	-30	10	24	14	18	100	40

### Практическая работа № 6

Расчет сжатых стержней на потерю устойчивости.

Стальная стойка имеет в главных центральных осях сечения  $x$  и  $y$  различные условия закрепления (рис. 3.7). Для поперечного сечения стойки (рис. 3.8), составленного из тонкостенных профилей, рассчитать допустимое значение осевой нагрузки и вычислить коэффициент запаса по устойчивости.

В расчетах принять  $[\sigma] = 160$  МПа, для расчета стержней средней гибкости использовать формулу Ясинского  $\sigma_{кр} = a - b\lambda$ , где  $a = 304$ ,  $b = 1,12$  МПа. Остальные данные взять из табл. 3.6.

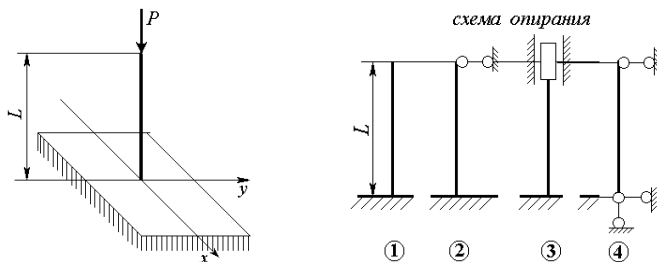


Рис. 3.7 Заданные условия закрепления в главных центральных осях сечения

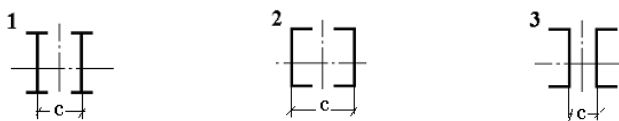


Рис. 3.8 Формы сечения

Таблица 3.6

Цифра варианта	Исходные данные					
	с [см]	L [м]	Форма сечения	N профиля	Схема опирания	
					Плоскость zx	Плоскость zy
1	6	2,5	1	12	1	2
2	3	2,6	2	14	2	3
3	4	2,8	3	16	3	4
4	2	3,0	1	18	4	1
5	5	3,2	2	20	3	2

### **3.5 Организация самостоятельной работы студентов**

#### *3.5.1 Цель, задачи и виды самостоятельной работы студентов.*

##### *Рекомендации по организации самостоятельной работы*

Самостоятельная работа студентов является одной из важнейших составных частей учебного процесса.

Самостоятельно приобретенные знания являются более оперативными, они становятся личной собственностью, а также мотивом поведения, развивают интеллектуальные черты, внимание, наблюдательность, критичность.

Целью самостоятельной работы студентов является овладение фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности по профилю, опытом творческой, исследовательской деятельности. Самостоятельная работа студентов способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Задачами самостоятельной работы студентов являются:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную, справочную документацию и специальную литературу;
- развитие познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений;
- использование материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на лабораторных занятиях.

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.



Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Основными видами внеаудиторной самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины «Сопротивление материалов» являются:

– для овладения знаниями: формирование конспекта лекций на базе рекомендованной учебной литературы;

– для закрепления и систематизации знаний: усвоение содержания конспекта лекций, подготовка к лабораторным работам, к тестированию, к зачетам;

– для формирования умений: выполнение расчетно-графических работ по отдельным разделам содержания дисциплины;

Основными видами аудиторной самостоятельной работы студентов являются:

– текущие консультации;

– прием и защита расчетно-графических работ;

– прием и защита лабораторных работ.

Одна из основных особенностей обучения в высшей школе заключается в том, что постоянный внешний контроль заменяется самоконтролем, активная роль в обучении принадлежит уже не столько преподавателю, сколько студенту.

Система вузовского обучения подразумевает самостоятельность студентов в планировании и организации своей деятельности. Вчерашнему школьнику сделать это бывает весьма непросто: если в школе ежедневный контроль со стороны учителя заставлял постоянно и систематически готовиться к занятиям, то в вузе вопрос об уровне знаний вплотную встает перед студентом только в период сессии. Такая ситуация оборачивается для некоторых соблазном весь семестр посвятить свободному времяпрепровождению, а когда приходит сессия, материала, подлежащего усвоению, оказывается так много, что никакая память не способна с ним справиться в оставшийся промежуток времени.

Самостоятельная работа студентов должна оказывать важное влияние на формирование личности будущего специалиста, она планируется студентом самостоятельно. Каждый студент самостоятельно определяет режим своей работы и меру труда, затрачиваемого на овладение учебным содержанием по каждой дисциплине. Он выполняет внеаудиторную самостоятельную работу по личному индивидуальному плану, в зависимости от его подготовки, времени и других условий.

Зная основные методы научной организации умственного труда, можно при наименьших затратах времени, средств и трудовых усилий достичь наилучших результатов.

Эффективность усвоения поступающей информации зависит от работоспособности человека в тот или иной момент его деятельности.

Работоспособность – способность человека к труду с высокой степенью напряженности в течение определенного времени. Различают внутренние и внешние факторы работоспособности.

К внутренним факторам работоспособности относятся интеллектуальные особенности, воля, состояние здоровья.

К внешним:

- организация рабочего места, режим труда и отдыха;
- уровень организации труда - умение получить справку и пользоваться информацией;
- величина умственной нагрузки.

Выдающийся русский физиолог Н. Е. Введенский выделил следующие условия продуктивности умственной деятельности:

- во всякий труд нужно входить постепенно;
- мерность и ритм работы. Разным людям присущ более или менее разный темп работы;
- привычная последовательность и систематичность деятельности;
- правильное чередование труда и отдыха.

Отдых не предполагает обязательного полного бездействия со стороны человека, он может быть достигнут простой перемены дела. В течение дня работоспособность изменяется.

Наиболее плодотворным является утреннее время (с 8 до 14 часов), причем максимальная работоспособность приходится на период с 10 до 13 часов, затем послеобеденное – (с 16 до 19 часов) и вечернее (с 20 до 24 часов). Очень трудный для понимания материал лучше изучать в начале каждого отрезка времени (лучше всего утреннего) после хорошего отдыха.

Составной частью научной организации умственного труда является овладение техникой умственного труда.

Физически здоровый молодой человек, обладающий хорошей подготовкой и нормальными способностями, должен, будучи студентом, отдавать учению 9–10 часов в день (из них 6 часов в вузе и 3–4 часа дома). Любой предмет нельзя изучать за несколько дней перед экзаменом. Если студент (курсант) в году работает систематически, то он быстро все вспомнит, восстановит забытое. Если же подготовка шла аврально, то у студента не будет даже общего представления о предмете, он забудет все сданное.

Следует взять за правило: учиться ежедневно, начиная с первого дня семестра.

Время, которым располагает студент для выполнения учебного плана, складывается из двух составляющих: одна из них – это аудиторная работа в вузе по расписанию занятий, другая – внеаудиторная самостоятельная работа. Задания и материалы для самостоятельной работы выдаются во время учебных занятий по расписанию. На текущих консультациях преподаватель осуществляет контроль за самостоятельной работой, а также оказывает помощь студентам по правильной организации работы.

Начинать самостоятельные внеаудиторные занятия следует с первых же дней семестра, пропущенные дни будут потеряны безвозвратно, компенсировать их позднее усиленными занятиями без снижения качества работы и ее производительности невозможно. Первые дни семестра очень важны для того, чтобы включиться в работу, установить определенный порядок, равномерный ритм на весь семестр. Ритм в работе – это ежедневные самостоятельные занятия, желательно в одни и те же часы, при целесообразном чере-

довании занятий с перерывами для отдыха. Вначале для того, чтобы организовать ритмичную работу, требуется сознательное напряжение воли. Как только человек втянулся в работу, принуждение снижается, возникает привычка, работа становится потребностью.

Если порядок в работе и ее ритм установлены правильно, то студент изо дня в день может работать, не снижая своей производительности и не перегружая себя. Правильная смена одного вида работы другим позволяет отдыхать, не прекращая работы.

Таким образом, первая задача организации внеаудиторной самостоятельной работы – это составление расписания, которое должно отражать время занятий, их характер, перерывы на обед, ужин, отдых, сон, проезд и т.д. Расписание не предопределяет содержания работы, ее содержание неизбежно будет изменяться в течение семестра. Порядок же следует закрепить на весь семестр и приложить все усилия, чтобы поддерживать его неизменным (кроме исправления ошибок в планировании, которые могут возникнуть из-за недооценки объема работы или переоценки своих сил).

Начиная работу, не нужно стремиться делать вначале самую тяжелую ее часть, надо выбрать что-нибудь среднее по трудности, затем перейти к более трудной работе.

Самостоятельные занятия потребуют интенсивного умственного труда, который необходимо не только правильно организовать, но и стимулировать. При этом очень важно уметь поддерживать устойчивое внимание к изучаемому материалу. Выработка внимания требует значительных волевых усилий. Именно поэтому, если студент замечает, что он часто отвлекается во время самостоятельных занятий, ему надо заставить себя сосредоточиться. Подобную процедуру необходимо продельвать постоянно, так как это является тренировкой внимания. Устойчивое внимание появляется тогда, когда человек относится к делу с интересом.

Следует правильно организовать свои занятия по времени: 50 минут - работа, 5–10 минут – перерыв; после 3 часов работы перерыв – 20–25 минут. Иначе нарастающее утомле-

ние повлечет неустойчивость внимания. Очень существенным фактором, влияющим на повышение умственной работоспособности, являются систематические занятия физической культурой. Организация активного отдыха предусматривает чередование умственной и физической деятельности, что полностью восстанавливает работоспособность человека.

При работе с книгой необходимо подобрать литературу, научиться правильно ее читать, вести записи. Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только после правильного уяснения предыдущего. Важно помнить, что рациональные навыки работы с книгой – это всегда большая экономия времени и сил. Полезно составлять опорные конспекты. При изучении материала по учебнику полезно в тетради (на специально отведенных полях) дополнять конспект лекций. Там же следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем. Выводы, полученные в результате изучения, рекомендуется в конспекте выделять, чтобы они при перечитывании записей лучше запоминались.

Различают два вида чтения; первичное и вторичное. *Первичное* - это внимательное, неторопливое чтение, при котором можно остановиться на трудных местах. После него не должно остаться ни одного непонятого слова. Содержание не всегда может быть понятно после первичного чтения.

Задача *вторичного* чтения полное усвоение смысла целого (по счету это чтение может быть и не вторым, а третьим или четвертым).

Основным видом систематизированной записи прочитанного является конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

1. Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;
2. Выделите главное, составьте план;
3. Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;

4. Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

5. Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

Овладение навыками конспектирования требует от студента целеустремленности, повседневной самостоятельной работы.

Если в процессе самостоятельной работы над изучением теоретического материала или при выполнении задания у студента возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения у него разъяснений или указаний. В своих вопросах студент должен четко выразить, в чем он испытывает затруднения, характер этого затруднения.

### *3.5.2. Задания для самостоятельной работы студентов*

*Расчетно-графическая работа № 1 «Расчет стержня на осевое растяжение-сжатие».*

Для ступенчатого стального стержня, изображенного на рисунке 3.9 при осевых нагрузках  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  по табл. 3.7, требуется построить эпюру продольных сил, определить диаметры поперечных сечений ступенчатого стержня заданной формы из условия прочности, при  $[\sigma] = 160$  МПа. Определить абсолютную продольную деформацию (удлинение) стержня.

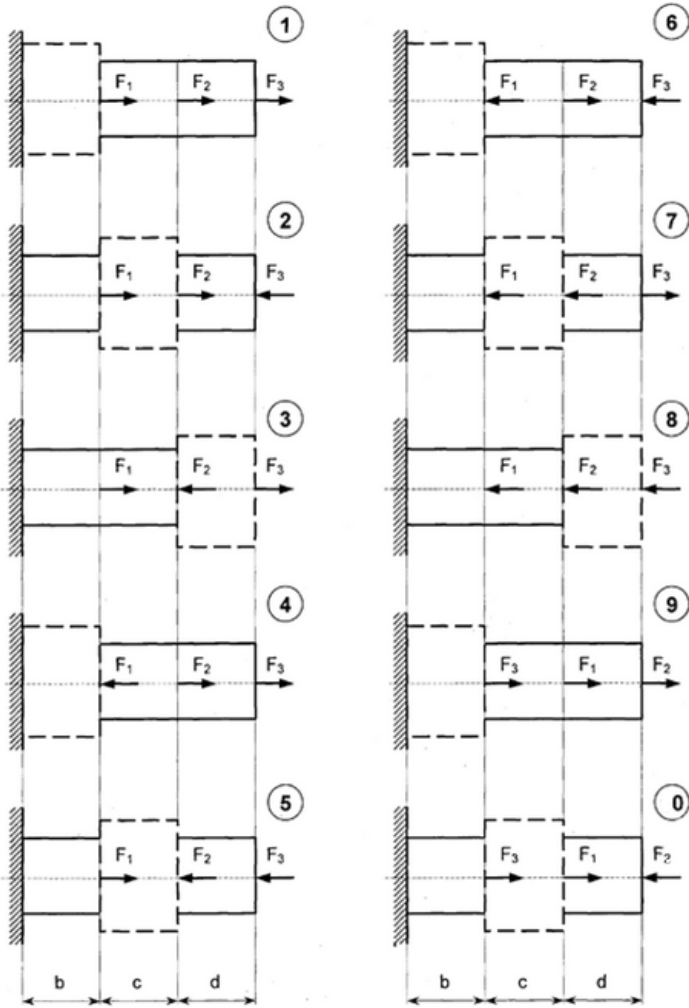


Рис. 3.9. Расчетная схема

Таблица 3.7

Номер варианта	$b, \text{ м}$	$c, \text{ м}$	$d, \text{ м}$	$F_1, \text{ кН}$	$F_2, \text{ кН}$	$F_3, \text{ кН}$
1	2	3	4	5	6	7
0	380	360	480	60	50	30
1	120	180	210	10	40	50
2	180	240	100	20	10	40

Окончание табл. 3.7

1						
3	240	360	180	30	20	10
4	360	420	200	40	30	20
5	480	240	120	50	40	30
6	300	150	150	80	50	40
7	360	300	240	20	60	50
8	420	360	300	30	20	60
9	400	480	240	50	30	20

*Расчетно-графическая работа № 2 «Подбор диаметра вала по условию прочности на кручение».*

Для стального вала круглого поперечного сечения, нагруженного скручивающими моментами  $m_1, m_2, m_3, m_4$  (рис. 3.10, табл. 3.8), требуется построить эпюру крутящих моментов, определить диаметр вала из условия прочности, при  $[\tau] = 80$  МПа.

Таблица 3.8

Номер варианта	$m_1, кНм$	$m_2, кНм$	$m_3, кНм$	$m_4, кНм$
0	8	7	6	5
1	28	10	23	6
2	10	22	10	26
3	5	17	9	28
4	7	24	11	21
5	5	22	10	26
6	33	8	25	8
7	14	10	24	12
8	27	12	22	6
9	5	18	8	25

*Расчетно-графическая работа № 3 «Расчет балки на прочность».*

Для заданной расчетной схемы (табл. 3.9) двухопорной балки построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и подобрать стальную балку двутаврового поперечного сечения. Проверить опасное сечение балки по касательным напряжениям. Принять  $[\sigma] = 160$  МПа,  $[\tau] = 100$  МПа.



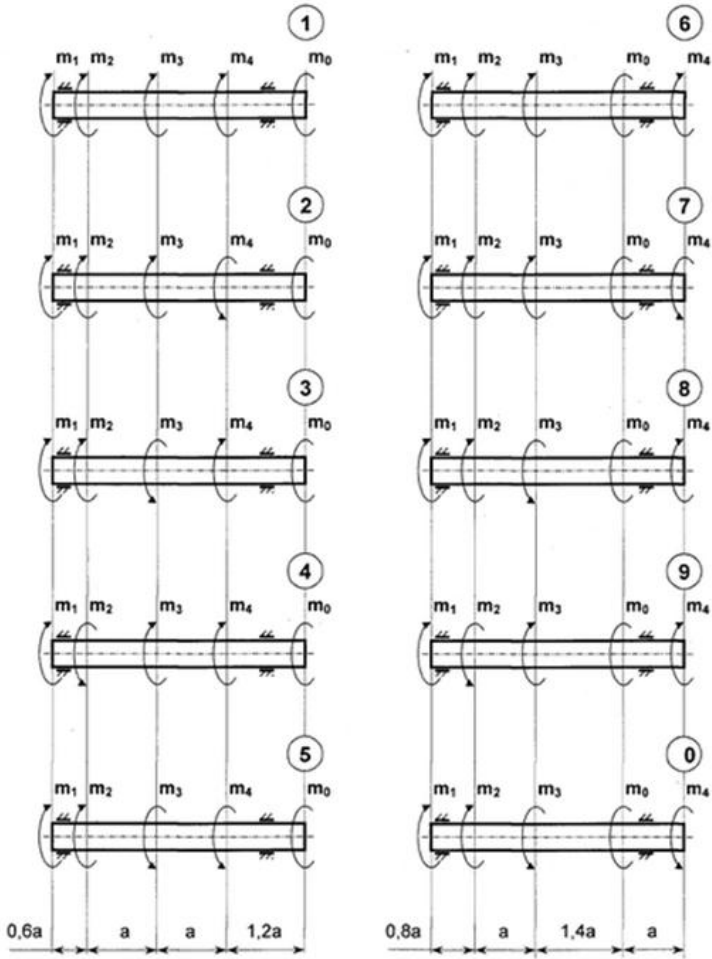
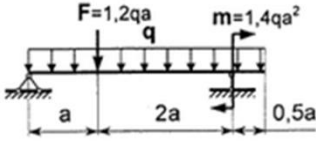


Рис. 3.10. Расчетная схема

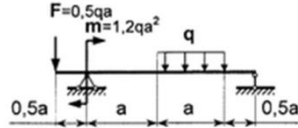
Таблица 3.9

Номер варианта	$a$ , м	$q$ , кН/м	Номер варианта	$a$ , м	$q$ , кН/м
0	1,8	18	5	1,2	26
1	0,8	30	6	2,2	14
2	3,0	10	7	1,4	24
3	1,0	28	8	2,0	16
4	2,5	12	9	1,6	22

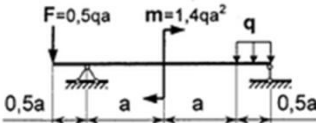
**Вариант № 0**



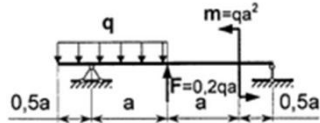
**Вариант № 1**



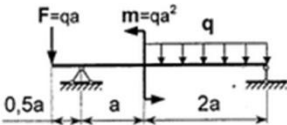
**Вариант № 2**



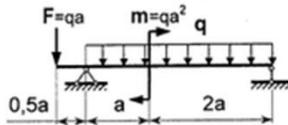
**Вариант № 3**



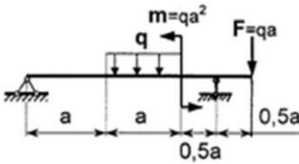
**Вариант № 4**



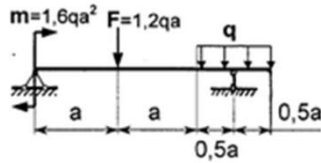
**Вариант № 5**



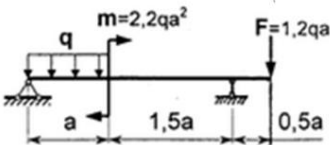
**Вариант № 6**



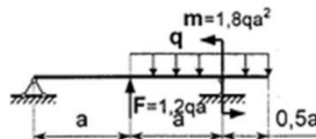
**Вариант № 7**



**Вариант № 8**



**Вариант № 9**



#### 4. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Внутренние силы и внутренние силовые факторы. Определение внутренних силовых факторов методом сечений.

2. Построение эпюр внутренних силовых факторов методом сечений и с использованием дифференциальных зависимостей (ускоренный метод).

3. Закономерности эпюр внутренних силовых факторов и практические приемы их построения в стержнях, валах, балках.

4. Понятия о напряжениях, деформациях и перемещениях в точках нагруженного тела при его упругом деформировании.

5. Осевое растяжение-сжатие бруса. Распределение напряжений в поперечных сечениях, определение опасного сечения и опасной точки. Условие прочности.

6. Перемещения и деформации участков стержней под нагрузкой. Расчет на жесткость.

7. Статически неопределимые стержневые системы и их расчет с использованием условий совместности деформаций.

8. Механические свойства конструкционных материалов. Стандартные испытания на растяжение. Упругая и упруго-пластическая области деформирования материала, модуль упругости, стандартные характеристики прочности.

9. Стандартные испытания на сжатие. Пластичные и хрупкие материалы, различия в характере их разрушения.

10. Условные расчеты на прочность (срез и смятие). Расчет заклепочных, болтовых и сварных соединений.

11. Кручение бруса круглого поперечного сечения. Распределение напряжений по сечению, расположение опасной точки, условие прочности. Рациональная форма поперечных сечений валов.

12. Угловые деформации и перемещения сечений валов. Расчет на жесткость.

13. Геометрические характеристики плоских сечений. Статические моменты площади, расчет положения центра тяжести составных сечений.

14. Моменты инерции сечений, их изменение при параллельном переносе и повороте осей координат. Главные оси сечения и главные моменты инерции составных сечений.

15. Поперечный изгиб бруса. Распределение напряжений по высоте сечения, опасная точка. Условие прочности при изгибе. Рациональная форма поперечного сечения бруса.

16. Касательные напряжения при поперечном изгибе, их распределение по высоте сечения и расчет по формуле Журавского.

17. Косой изгиб бруса, определение положения нейтральной линии и выбор опасной точки. Расчет на прочность.

18. Внецентренное растяжение – сжатие бруса. Определение опасной точки и расчет на прочность.

19. Понятие о главных площадках и главных напряжениях в точке нагруженного бруса; виды напряженных состояний.

20. Расчет эквивалентных напряжений по различным гипотезам прочности.

21. Алгоритм и особенности расчета на прочность валов редукторов.

22. Понятие о статической неопределимости конструкций, их классификация.

23. Раскрытие статической неопределимости стержневых систем с использованием условий совместности деформаций.

24. Формула Эйлера.

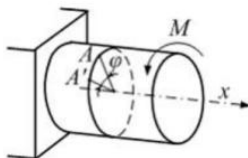
25. Продольно-поперечный изгиб сжатых стержней.

26. Понятие о динамическом нагружении.

27. Ударное действие нагрузки.

### ***Тест для самоконтроля***

1. Величина  $\varphi$  является ...



1. угловым перемещением центра тяжести поперечного сечения

2. углом поворота стержня

3. угловым перемещением поперечного сечения стержня

4. углом поворота точки A.

2. Нормальное напряжение в точке сечения – это ...

1. проекция вектора полного напряжения в точке на плоскость сечения
2. геометрическая сумма векторов полного и касательного напряжений в точке
3. проекция вектора полного напряжения в точке на нормаль к сечению
4. проекция вектора касательного напряжения в точке на нормаль к сечению

3. Если свойства материала в точке не зависят от направления, то такой материал называется ...

1. анизотропным
2. изотропным
3. идеально упругим
4. однородным

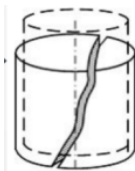
4. Вдали от мест нагружения характер распределения нормальных напряжений по площади поперечного сечения при растяжении – сжатии зависит от ...

1. способа приложения внешних сил
2. величины и способа приложения внешних сил
3. формы поперечного сечения
4. статического эквивалента внешней нагрузки

5. Стержень квадратного сечения растянут силами  $F$ . Если сторону квадрата увеличить в 2 раза, то абсолютное удлинение стержня ...

1. увеличится в 4 раза
2. уменьшится в 4 раза
3. уменьшится в 2 раза
4. увеличится в 2 раза

6. Материал образца, вид которого после испытания на сжатие показан на рисунке сплошными линиями, ...



1. Упругий
2. Хрупкий
3. Пластичный
4. Изотропный

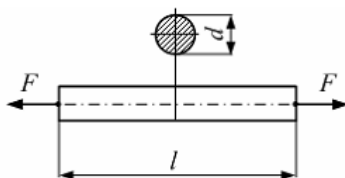
7. Способность материала сопротивляться разрушению под действием внешних нагрузок называется ...

1. твердостью
2. упругостью
3. прочностью
4. изотропностью

8. Тело, один размер которого намного превышает два других, называется ...

1. пластиной
2. стержнем
3. оболочкой
4. массивом

9. На рисунке показан стержень, растянутый силами  $F$ . Величины:  $F$ ,  $l$ ,  $d$ ,  $E$ ,  $\mu$  – заданы. Диаметр стержня изменится на величину ...

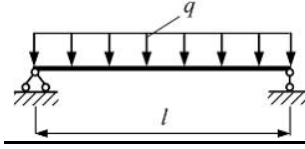


1.  $-\frac{4F\mu}{\pi d E}$
2.  $-\frac{F\mu}{\pi d E}$
3.  $\frac{4F\mu}{\pi d E}$
4.  $-\frac{\pi d E}{4F\mu}$

10. Абсолютная величина отношения поперечной деформации к продольной деформации называется ...

1. теоретическим коэффициентом концентрации напряжений
2. коэффициентом Пуассона (коэффициентом поперечной деформации)
3. градиентом напряжений в месте концентрации
4. концентрацией напряжений

11. Балка длиной  $L$  нагружена равномерно распределенной нагрузкой с интенсивностью  $q$ . Значение (по абсолютной величине) максимального изгибающего момента равно ...



1.	2.	3.	4.
$ql^2$	$\frac{1}{2}ql^2$	$\frac{1}{4}ql^2$	$\frac{1}{8}ql^2$

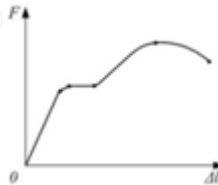
12. В сопротивлении материалов относительно структуры и свойств материала принимаются гипотезы ...

1. сплошности, однородности, изотропности и идеальной упругости
2. устойчивости, жесткости и прочности
3. сплошности, однородности и линейности
4. изотропности, идеальной упругости и пластичности

13. При выводе формул для определения напряжений в точке поперечного сечения стержня при сложном сопротивлении используется ...

1. гипотеза об изотропности материала
2. принцип неизменности начальных размеров
3. гипотеза о сплошности материала
4. принцип независимости действия сил

14. Основные механические характеристики материала определены по диаграмме растяжения образца, показанной на рисунке. Деталь из этого материала будет работать на растяжение или сжатие в условиях статического нагружения при напряжениях, не превышающих предел текучести. В этом случае ...



1. дополнительные испытания не требуются
2. необходимо провести испытания на сжатие
3. необходимо провести испытания на кручение
4. необходимо провести испытания на сдвиг и сжатие

15. Внутренними силовыми факторами называются ...

1. проекции главного вектора и главного момента внутренних сил на координатные оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , одна из которых перпендикулярна к плоскости сечения, а две другие лежат в этой плоскости (начало координат располагается в центре тяжести сечения)

2. главный вектор и главный момент всех внутренних сил в сечении

3. момент внешних сил отсеченной части относительно главных центральных осей сечения

4. проекции внешних сил отсеченной части на главные центральные оси сечения

## 5. СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

### 5.1. Методические рекомендации к выполнению контрольной работы

Задания в контрольной работе для студентов заочной формы обучения индивидуальные и представлены в вариантах. Вариант задания контрольной работы выбирается по последней цифре шифра студента.

Прежде чем приступить к выполнению заданий контрольной работы необходимо изучить рекомендуемую литературу. Изучать материал рекомендуется по темам или по главам (параграфам) учебника. Сначала следует прочитать весь материал темы (параграфа), особенно не задерживаясь на том, что показалось не совсем понятным; часто это становится понятным из последующего. Затем надо вернуться к местам, вызвавшим затруднения, и внимательно разобраться в том, что было неясно. Особое внимание при повторном чтении обратите на формулировки соответствующих определений и т. п. (они обычно бывают набраны в учебнике курсивом или разрядкой); в точных формулировках, как правило, бывает существенно каждое слово и очень полезно понять, почему данное положение сформулировано именно так. Однако не следует стараться заучить формулировки; важно понять их смысл и уметь изложить результат своими словами. Закончив изучение темы, полезно составить краткий конспект, по возможности не заглядывая в учебник. За-



кончив изучение темы, нужно проверить, можете ли вы дать ответ на все вопросы программы курса по этой теме (осуществить самопроверку).

Следует иметь в виду, что в различных учебниках материал может излагаться в разной последовательности. Поэтому ответ на какой-нибудь вопрос данной темы может оказаться в другой главе учебника, но на изучении курса в целом это, конечно, никак не скажется.

Целью выполнения контрольной работы по механике является освоение и закрепление теоретического материала, развитие способности к самостоятельной работе.

После выполнения оформленная контрольная работа представляется преподавателю на проверку.

Если в результате проверки обнаружены существенные ошибки в расчетах, либо работа не соответствует установленным требованиям оформления, она возвращается студенту на доработку. При этом замечания преподавателя могут сообщаться студенту в устной или письменной форме (в виде рецензии) и иметь обязательный или рекомендательный характер. Замечания, в общем случае, подлежат исправлению, однако некоторые мелкие недостатки (например, опiski или погрешности оформления) могут исправляться студентом непосредственно при защите контрольной работы.

При отсутствии ошибок либо после их устранения работа допускается к защите. Защита расчетно-графической работы (контрольной работы) состоит из краткого изложения студентом ее основных положений и ответов на вопросы по теоретическому и практическому содержанию расчета. Основное требование – на защите студент должен продемонстрировать понимание существа инженерных задач, решаемых в контрольной работе.

## ***5.2. Требования к оформлению контрольной работы***

*Расчетно-графическая работа (контрольная работа) состоит из пояснительной записки (ПЗ) и графической части.*

Пояснительная записка оформляется на листах белой бумаги формата А4 машинописным (в т.ч. на принтере), с со-

блюдением основных требований ГОСТ 2.105-95 «Общие требования к текстовым документам», ГОСТ 2.106-96 «Текстовые документы».

Пояснительная записка *расчетно-графической работы (контрольной работы)* может быть оформлена с упрощениями, рукописным (не чертежным) шрифтом при условии аккуратного, четкого написания букв, цифр и символов.

Пояснительная записка *расчетно-графической работы (контрольной работы)* включает:

- Титульный лист;
- Основную часть;

Верхнее поле *титульного листа* (рис. 5.1), с указанием принадлежности к ведомству, выполняется шрифтом не ниже 10, далее располагаются наименования учебного заведения, кафедры и дисциплины (шрифт 12). Затем шрифтом 14 указывается вид работы (контрольная). Ниже шрифтом 16 – шифр работы. Шифр работы «СМХТ.123456.000ПЗ» обозначает: СМ (Сопротивление материалов) – дисциплина; ХТ – направление; 123456 – личный шифр студента; 000 – порядковый номер документа, ПЗ – обозначение пояснительной записки. Поля «Выполнил» с указанием данных студента и «Принял» с указанием данных преподавателя оформляются шрифтом 10–12. На нижней строке титульного листа шрифтом 12 в одну строку через запятую указываются город и год выполнения работы.

*Основная часть* выполняется в соответствии с заданием.

Перед решением каждой задачи *расчетно-графической работы (контрольной работы)* надо выписать полностью ее условие с числовыми данными, составить аккуратный эскиз кинематической схемы.

Решение каждой задачи *расчетно-графической работы (контрольной работы)* должно сопровождаться краткими, последовательными и грамотными без сокращения слов объяснениями. Надо избегать многословных пояснений и пересказа учебника. Необходимо указать размерность всех величин и подчеркнуть окончательные результаты.

ФГБОУ ВО «Камчатский государственный технический университет»  
Кафедра «Технологические машины и оборудование»

Дисциплина «Сопротивление материалов»

*Расчетно-графическая работа  
(контрольная работа)  
[указать нужный вид работы]*

СМХТ.123456.000ПЗ  
*[указать свой шифр, правила см. выше]*

Выполнил: \_\_\_\_\_ Принял: \_\_\_\_\_  
Студент группы *[шифр группы]* \_\_\_\_\_ *[должность преподавателя]*  
*[Фамилия И.О. студента]* \_\_\_\_\_ *[Фамилия И.О. преподавателя]*  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Петропавловск-Камчатский, 20\_\_

*Рис. 5.1. Образец оформления титульного лист*

*Графическая часть расчетно-графической работы (контрольной работы) состоит из 2–3-х чертежей формата А3.*

### **5.3. Содержание контрольной работы**

#### *4.3.1 Задание № 1 «Осевое растяжение-сжатие»*

**Задача № 1.** Для ступенчатого стального стержня, изображенного на рисунке 5.2 при осевых нагрузках  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  по табл. 5.1, требуется построить эпюру продольных сил, определить диаметры поперечных сечений ступенчатого стержня заданной формы из условия прочности.  $[\sigma] = 160$  МПа.  $E = 2 \times 10^5$  МПа.

*Таблица 5.1*

Номер варианта	$b$ , м	$c$ , м	$d$ , м	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН	$F_3$ , кН
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>
0	380	360	480	60	50	30
1	120	180	210	10	40	50

1	2	3	4	5	6	7
2	180	240	100	20	10	40
3	240	360	180	30	20	10
4	360	420	200	40	30	20
5	480	240	120	50	40	30
6	300	150	150	80	50	40
7	360	300	240	20	60	50
8	420	360	300	30	20	60
9	400	480	240	50	30	20

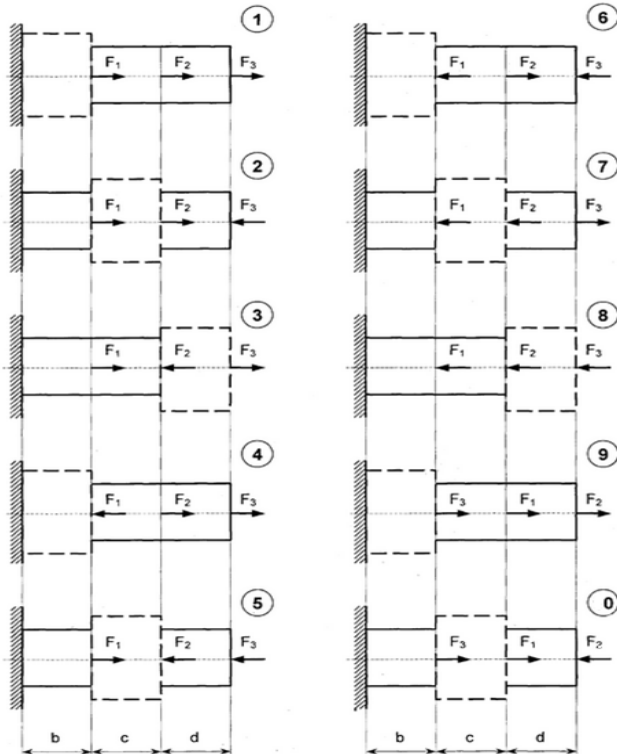


Рис. 5.2. Расчетная схема

**Задача № 2.** Для консольного бруса переменного сечения (рис. 5.3):

1. Построить эпюры нормальной силы, нормальных напряжений и перемещений.

2. Определить допускаемую нагрузку  $P$  и при найденном значении нагрузки вычислить наибольшее перемещение. Принять  $F = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ,  $a = 0,2 \text{ м}$ . Остальные данные взять из табл. 5.2.

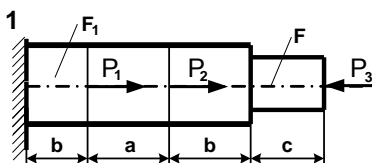


Рис. 5.3. Заданная схема

Таблица 5.2

Но- мер вариан- та	Порядковый номер цифры в варианте						Материал
	$F_1$ , $\text{м}^2$	$b$ , м	$P_1$ , кН	$c$ , м	$P_2$ , кН	$P_3$ , кН	
1	1,2	1,0	1	1,5	-4	2,5	Сталь Ст.3
2	1,7	1,5	2	1,5	3	1,5	Сталь 20ХН
3	1,5	2,0	-2	1,0	4	-1,0	Титан ВТ-3
4	2,0	2,0	1	1,0	-3	-2,0	Сталь 20
5	1,3	1,0	2	2,5	4	-1,5	Сталь Ст.5
6	1,4	1,5	-1	1,5	-3	2,0	Алюминий Д16
7	1,8	2,0	-1	2,0	3	1,0	Сталь 40Х
8	1,9	1,0	-2	1,0	4	-2,5	Сталь 45
9	1,6	1,5	-1	2,0	-4	1,0	Сталь Ст.4
0	2,0	2,0	2	1,5	-3	1,5	Латунь Л-68

### Теоретическая часть

*Сопротивление материалов* – раздел механики, в котором изучаются экспериментальные и теоретические основы и методики расчета наиболее распространенных элементов различных конструкций под воздействием внешних нагрузок.

Основной задачей *сопротивления материалов* является разработка методов расчета элементов различных конструкций на *прочность, жесткость и устойчивость* при одновременном удовлетворении требований надежности и экономичности.

*Прочность* – способность элементов конструкций сопротивляться действию внешних нагрузок не разрушаясь.

*Жесткость* – способность элементов конструкций, под действием внешних нагрузок получать лишь незначительные деформации, лежащие в пределах допустимых значений.

*Устойчивость* – способность элементов конструкций принимать первоначальную форму устойчивого равновесия после снятия внешних нагрузок.

В сопротивлении материалов за расчетную модель принята модель *идеализированного деформируемого тела* и для решения поставленной задачи делается ряд **допущений**:

1). *Материал тела представляет собой однородную сплошную среду.* Физико-механические свойства тела одинаковы по всем направлениям (изотропная среда). Тела, у которых изменчивость механических свойств обусловлена неоднородностью структуры и спецификой изготовления, называются *анизотропными*, их свойства зависят от направления.

2). *Материал до известного предела нагружения обладает идеальной упругостью.* *Упругостью* называется способность материальных тел восстанавливать первоначальную форму и размеры тела после снятия нагрузки. Деформации, полностью исчезающие после снятия нагрузки, называются *упругими* в отличие от *пластических*, или *остаточных*, которые не исчезают.

3). *Перемещения точек элемента (или системы элементов), обусловленные его деформацией, весьма малы по сравнению с размерами самого элемента.* На основе этого допущения вводится *принцип начальных размеров*, согласно которому при составлении уравнений равновесия элемент или систему элементов рассматривают как недеформируемое тело. Такой подход позволяет пренебречь изменениями в расположении внешних сил при деформировании реального тела.

4). *Перемещения точек элемента (системы элементов) в упругой стадии работы материала пропорциональны силам, вызывающим эти перемещения.* Системы, подчиняющиеся такой закономерности, называются *линейно-деформируемыми*. Для них справедлив принцип независимости действия и сло-

жения действия сил (принцип суперпозиции), который может быть сформулирован следующим образом: результат воздействия на тело системы сил равен сумме результатов воздействия отдельных составляющих этой системы, прикладываемых к телу последовательно и в любом порядке.

5). В теле до приложения нагрузки нет внутренних (начальных) усилий.

6). Деформации тела настолько малы, что можно не учитывать их влияние на взаимное расположение нагрузок.

7). Результат воздействия на конструкцию системы нагрузок равен сумме результатов воздействия каждой нагрузки в отдельности. Это положение носит название *принципа независимости действия сил*.

8). *Гипотеза плоских сечений*. Поперечные сечения бруса плоские до приложения нагрузки остаются плоскими, и после приложения нагрузки.

9). *Принцип Сен-Венана*. В точках тела, достаточно удалённых от места приложения нагрузок, внутренние силы весьма мало зависят от конкретного способа приложения этих нагрузок. Этот принцип позволяет производить замену одной системы сил другой системой, статически эквивалентной, что может упростить расчёт.

Реальные конструкции, как правило, характеризуются большой сложностью конструктивных форм (мост, купол и т. п.). Провести расчёт реальной конструкции с учётом всех конструктивных особенностей очень часто сложно и иногда даже невозможно.

Вместе с тем конструктивные особенности не всегда оказывают существенное влияние на работу сооружения. Поэтому при расчёте реальной конструкции её всегда заменяют идеализированной упрощённой схемой – так называемой расчётной схемой, выбор которой является исключительно ответственным этапом расчёта.

От этого выбора зависит точность и трудоёмкость расчёта. Иногда даже небольшое уточнение её ведёт за собой существенное усложнение расчёта или наоборот.

Расчётная схема должна удачно отражать основной характер работы реальной конструкции, устраняя несущественные второстепенные факторы.

При схематизации реальных объектов основными элементами расчётных схем являются: брус, оболочка, конструкция крепления этих элементов, также делаются упрощения в системе сил, приложенных к элементу конструкции.

Все внешние силы (*нагрузки*), действующие на изучаемое тело, следует рассматривать как проявление взаимодействия его с окружающими телами, которое представляется в виде сил или *пар сил (моментов)*.

Все внешние силы (*нагрузки*) могут рассматриваться как *сосредоточенные* или *распределённые*.

В природе сосредоточенных сил не бывает. Все реальные тела практически контактируют через небольшие площадки. Однако принцип Сен-Венана позволяет распределённую нагрузку заменить равнодействующей силой, что упрощает расчёт.

*Сосредоточенные нагрузки* выражаются в ньютонах [Н] и обозначается буквой F.

*Распределённые нагрузки* обозначается буквой q.

Распределённые нагрузки могут быть поверхностными (например, давление ветра, воды на стенку).

Распределённые нагрузки могут быть объёмными.

Распределённые нагрузки по длине (например, силу тяжести стержня, учитывая небольшие размеры его поперечного сечения, рассматривают как распределённую нагрузку по длине).

Сосредоточенные и распределённые нагрузки могут быть как *статическими*, так и *динамическими*.

*Статическими* называются нагрузки, которые изменяют свою величину или точку приложения с очень небольшой скоростью, так что возникающими при этом ускорениями можно пренебречь.

*Динамическими* называются нагрузки, изменяющиеся во времени с большой скоростью. Возникшие при этом силы инерции могут многократно превосходить те же нагрузки, приложенные статически.



Законы изменения нагрузок во времени могут иметь весьма сложный характер.

В сопротивлении материалов основным изучаемым элементом конструкции является *брус* – тело, у которого один из линейных размеров (длина) значительно превышает два других, определяющих поперечное сечение. При работе конструкции ее элементы воспринимают внешние силы и действие их передают друг другу.

Внешние силы делятся на *активные* и *реактивные* (реакции связей). Активные связи принято называть *нагрузками*. По способу приложения нагрузки бывают *объемные* и *поверхностные*, *распределенные* и *сосредоточенные*, по характеру изменения в процессе приложения – *статические*, *динамические* и *повторно-переменные*, по продолжительности действия – *постоянные* и *временные*.

В процессе деформации бруса, под нагрузкой происходит изменение взаимного расположения элементарных частиц тела, в результате чего в нем возникают внутренние силы. По своей природе внутренние силы представляют собой взаимодействие частиц тела, обеспечивающее его целостность и совместность деформаций. Для определения этих сил применяют *метод сечений* (рис. 5.4): надо мысленно рассечь брус, находящийся в равновесии, на две части и рассмотреть равновесие одной из них.

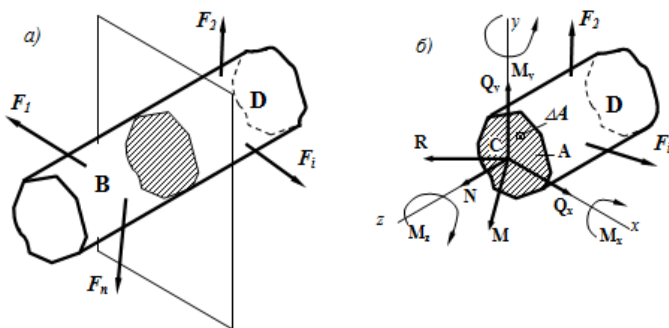


Рис. 5.4. Метод сечений

Под действием внешних нагрузок в поперечном сечении бруса возникают следующие внутренние силовые факторы (рис. 5.5):

$N_z$  - продольная растягивающая (сжимающая) сила;

$M_z$  - крутящий момент;

$Q_x$  ( $Q_y$ ) - поперечные силы;

$M_x$  ( $M_y$ ) - изгибающие моменты.

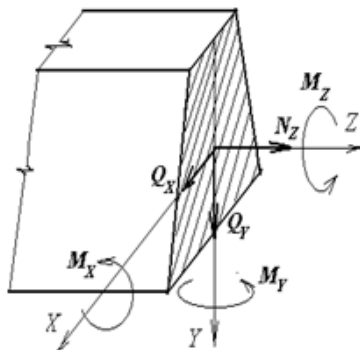


Рис.5.5. Внутренние силовые факторы

Каждый внутренний силовой фактор определяется из соответствующего уравнения равновесия оставшейся после расчленения бруса части (*уравнения статики*).

При простейших случаях нагружения бруса в его поперечных сечениях возникает один внутренний силовой фактор.

Если в поперечном сечении бруса имеет место только внутренняя продольная сила  $N_z$ , такая деформация называется *растяжением/сжатием*.

Если в сечении бруса возникает только внутренний крутящий момент  $M_z$ , то такая деформация называется *кручением*.

*Изгиб* - вид нагружения, при котором в поперечных сечениях бруса действует изгибающий момент  $M_x$  ( $M_y$ ).

Случай, когда в поперечных сечениях бруса есть только поперечная сила  $Q_x$  ( $Q_y$ ) называется *сдвиг*.

*Внутренняя продольная сила* принимается положительной, в случае если она стремится растянуть отсеченную часть бруса.

*Внутренний крутящий момент* принимается положительным, если он стремится повернуть рассматриваемое сечение против хода часовой стрелки, при взгляде на него со стороны отброшенной части бруса.

*Внутренняя поперечная сила* принимается положительной, если она стремится повернуть рассматриваемую часть бруса по ходу часовой стрелки.

*Внутренний изгибающий момент* принимается положительным, если он стремится *сжать верхние* слои бруса.

В инженерной практике особое место занимает умение ясно представить взаимодействие сил в конструкции, а также связь между внешними и внутренними силами в элементах конструкции, для этого *графически изображают внутренние силовые факторы в функции осевой координаты и называют эти графики - эпюрами.*

На основании *допущения о сплошности* тела можно считать, что внутренние силы непрерывно распределены по всему сечению. Выделим в произвольной точке малую площадку  $\Delta A$ , а равнодействующую внутренних сил на этой площадке обозначим  $\Delta R$ . Отношение

$$\frac{\Delta R}{\Delta A} = p_{cp}$$

представляет собой среднее напряжение на данной площадке. Если площадку  $\Delta A$  уменьшить, то в пределе получим полное напряжение в точке

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A} = p$$

Полное напряжение  $p$  может быть разложено на три составляющие: по нормали к плоскости сечения и по двум осям в плоскости сечения (рис. 5.6). Проекция вектора полного напряжения  $p$  на нормаль обозначается через  $\sigma$  и называется *нормальным напряжением*. Составляющие в плоскости сечения называются *касательными напряжениями* и обозначаются  $\tau$ . В зависимости от расположения и наименования осей обозначения  $\sigma$  и  $\tau$  снабжаются системой индексов.

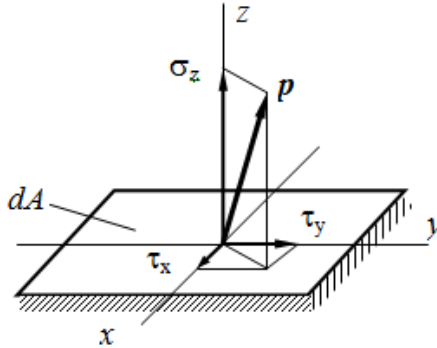


Рис. 5.6. разложение полного напряжения  $p$  на три составляющие: по нормали к плоскости сечения и по двум осям в плоскости сечения

Установим связь между напряжениями и внутренними силами, возникающими в поперечном сечении стержня. Для этой цели выделим на сечении бесконечно малую площадку  $dA$  и приложим к ней элементарные силы  $\sigma dA$ ,  $\tau_x dA$ ,  $\tau_y dA$  (рис. 5.7).

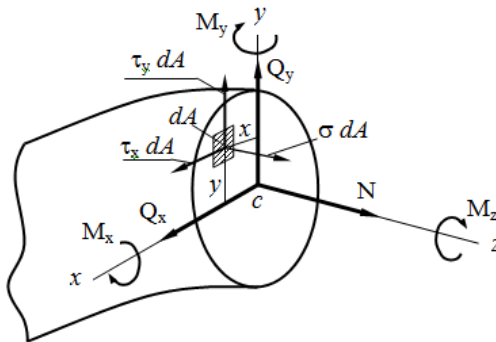


Рис. 5.7. Связь между напряжениями и внутренними силами

Суммируя проекции этих элементарных сил, а также их моменты относительно осей  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$ , найдём:

$$N = \int_A \sigma dA; \quad M_x = \int_A y \sigma dA;$$

$$Q_y = \int_A \tau_y dA; \quad M_y = \int_A x \sigma dA;$$

$$Q_x = \int_A \tau_x dA; \quad M_z = \int_A (\tau_y x - \tau_x y) dA.$$

Знак «А» у интеграла показывает, что интегрирование проводится по всей площади поперечного сечения. Приведённые формулы позволяют определить равнодействующие внутренних сил через напряжения, если известен закон распределения последних по сечению.

*Одной из основных задач сопротивления материалов является задача об определении напряжении через равнодействующие внутренних сил.*

**Осевым растяжением (сжатием)** брусьев называют такой вид деформирования, при котором в их поперечных сечениях возникает единственный внутренний силовой фактор – продольная сила  $N_z$ . Для определения продольной силы используется метод сечений.

$$N_z = \Sigma F_z^{\text{вн}}.$$

$N_z$  равномерно распределяется по площади поперечного сечения, вызывая нормальные напряжения.

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A}.$$

При растяжении (сжатии) наблюдаются абсолютные и относительные деформации.

– Абсолютная продольная деформация (удлинение):

$$l_1 - l = \Delta l;$$

– Абсолютная поперечная деформация (сужение):

$$h_1 - h = -\Delta h;$$

– Относительная продольная деформация:

$$\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon;$$

– Относительная поперечная деформация:

$$\frac{-\Delta h}{h} = -\varepsilon.$$

Отношение

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$$

называется коэффициентом поперечной деформации (коэффициентом Пуассона).

Напряжения и деформации взаимосвязаны законом Гука

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где  $E$  – модуль упругости (модуль Юнга).

В общем случае абсолютная продольная деформация (удлинение) стержня определяется по формуле:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N_z dz}{EA_z}$$

При ступенчатом изменении нагрузки  $N_z$  и конфигурации сечения абсолютная продольная деформация (удлинение) стержня определяется по формуле:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{EA_i}$$

Условие прочности при растяжении (сжатии) выражается неравенством:

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A} \leq [\sigma],$$

где  $[\sigma]$  – допускаемые напряжения.

Условие прочности позволяет решать три типа задач:

1. Проверка прочности (проверочный расчет):

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A} \leq [\sigma];$$

2. Подбор сечения (проектировочный расчет)

$$A \geq \frac{N_{max}}{[\sigma]};$$

### 3. Определение грузоподъемности (допускаемой нагрузки)

$$N_{max} \leq [\sigma]A.$$

#### Пример решения задачи

**Задача № 1.** Для ступенчатого стального стержня, изображенного на рисунке 5.8 при осевых нагрузках  $F_1 = 100 \text{ кН}$ ,  $F_2 = 600 \text{ кН}$ , требуется построить эпюру продольных сил, определить диаметры поперечных сечений ступенчатого стержня заданной формы из условия прочности. Определить абсолютную продольную деформацию (удлинение) стержня. Длины участков даны в метрах.  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

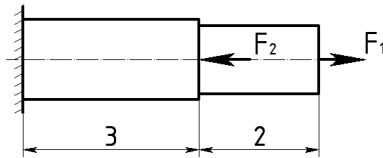


Рис. 5.8. Расчетная схема

#### Решение:

На рисунке 5.9 приведена эпюра продольных сил  $N_z$  для заданного стержня.

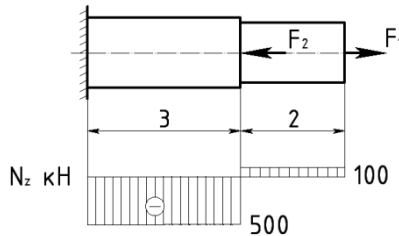


Рис. 5.9. Расчетная схема и эпюра продольных сил

Для правой части стержня площадь поперечного сечения

$$A \geq \frac{N_{max}}{[\sigma]} = \frac{100 \times 10^3}{160 \times 10^6} = 0,625 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

$$A = \pi r^2 = 0,625 \cdot 10^{-3}.$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{0,625 \cdot 10^{-3}}{3,14}} = 0,014 \text{ м}.$$

Диаметр поперечного сечения правой части стержня равен 0,028 м.

Для левой части стержня площадь поперечного сечения

$$A \geq \frac{N_{max}}{[\sigma]} = \frac{500 \times 10^3}{160 \times 10^6} = 3,13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

$$A = \pi r^2 = 3,13 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{3,13 \cdot 10^{-3}}{3,14}} = 0,032 \text{ м}.$$

Диаметр поперечного сечения левой части стержня равен 0,064 м.

$$\Delta l = \sum_{i=l}^n \frac{N_i l_i}{EA_i}.$$

$$\Delta l = -\frac{500 \times 10^3 \times 3}{2 \times 10^{11} \times 3,13 \times 10^{-3}} + \frac{100 \times 10^3 \times 2}{2 \times 10^{11} \times 0,625 \times 10^{-3}} = -80 \times 10^{-5} \text{ м}.$$

Абсолютная продольная деформация (укорочение) стержня равна  $-80 \times 10^{-5}$  м.

**Задача № 2.** Для консольного бруса переменного поперечного сечения, расчетная схема которого показана на рис. 5.10, построить эпюры нормальной силы, нормальных напряжений и перемещений. Рассчитать допускаемую нагрузку [F] на заданную конструкцию. При найденном значении допускаемой нагрузки вычислить величину максимального перемещения. В расчетах принять: площадь поперечного сечения;  $A = 5 \times 10^{-4} \text{ м}^2$  материал бруса – сталь 20ХН;  $a = 0,2$  м. Соотношение площадей и длин пролетов участков бруса задано на чертеже. Остальные данные для выполнения расчетов взять из справочной литературы.

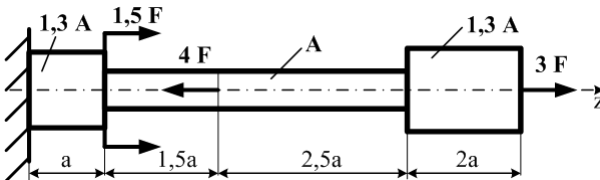


Рис. 5.10. Расчетная схема бруса



**Решение:**

Как известно, нормальное напряжение прямо пропорционально нормальной силе и обратно пропорционально площади поперечного сечения:  $\sigma = N/A$ . Так как нормальная сила и площадь поперечного сечения на каждом участке разные, следует рассчитать нормальное напряжение для каждого участка в отдельности, и по полученным значениям построить эпюру напряжений.

Результаты расчетов приведены в таблице 5.3, а соответствующая эпюра показана на рис.5.12.

Таблица 4.3

1 участок	$\sigma_1 = \frac{0,5F}{1,3A} = 0,38 \frac{F}{A}$
2 участок	$\sigma_2 = \frac{-F}{A} = -\frac{F}{A}$
3 участок	$\sigma_3 = \frac{3F}{A} = 3 \frac{F}{A}$
4 участок	$\sigma_4 = \frac{3F}{1,3A} = 2,3 \frac{F}{A}$

Допускаемая нагрузка [F] рассчитывается из условия прочности для растяжения – сжатия бруса. Максимальное нормальное напряжение  $\max \sigma$  определяется по эпюре Эс (рис. 5.12).

В рассматриваемой задаче из анализа эпюры Эс (рис. 5.12) следует, что  $\max \sigma = 3 F/A$ . Для заданной марки стали 20ХН по справочным данным предел текучести равен  $600 \text{ МПа}$ ; нормативный коэффициент запаса  $[k_T]$  принимаем равным 1,3. Тогда  $[\sigma] = \sigma_m/[k_T] = 600/1,3 = 461,54 \text{ МПа}$  и после подстановки этих параметров в условие прочности получаем нестрогое неравенство:

$$3 \frac{F}{A} \leq [\sigma].$$

Тогда:

$$[F] \leq \frac{A[\sigma]}{3} = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 461,54 \cdot 10^6}{3} = 76,92 \cdot 10^3 \text{ Н} = 76,92 \text{ кН}.$$

Под действием внешней нагрузки происходит изменение начальных размеров отдельных участков стержня, вследствие чего возникают перемещения сечений стержня вдоль его про-

дольной оси  $z$ . Изменение размера участка рассчитывается с учетом величины и направления нормальной силы, числовые значения которой определяются по  $\Delta N$ , и конкретных размеров этого участка. Результаты расчетов приведены в таблице 5.4.

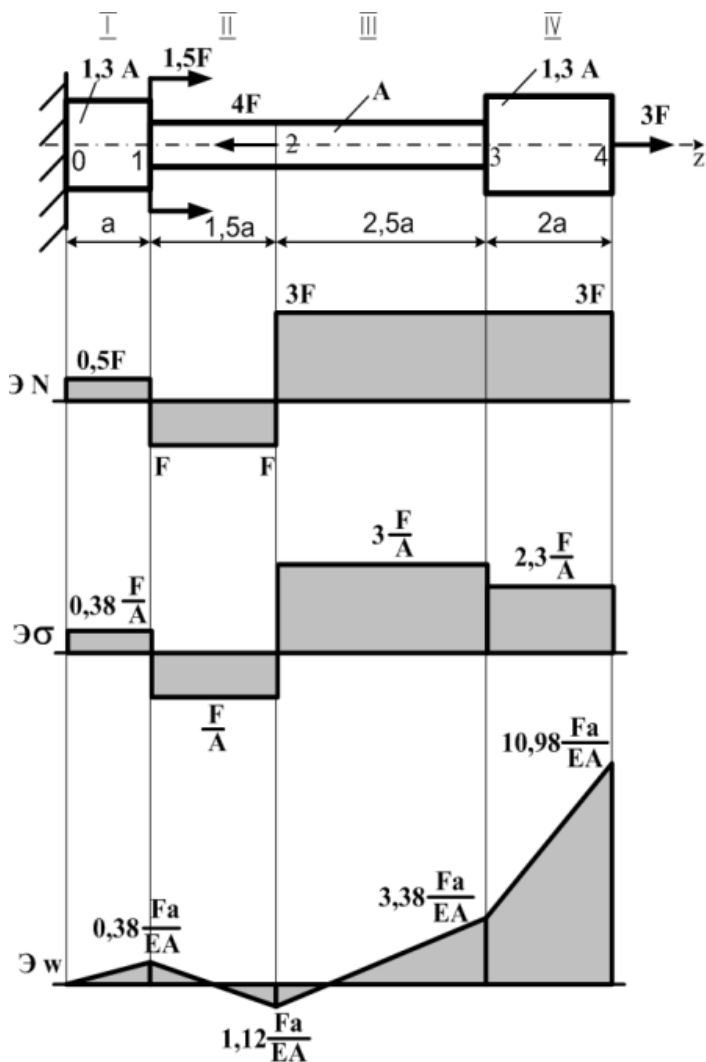


Рис. 5.12. Эпюры распределения нормальной силы и нормальных напряжений

Под действием внешней нагрузки происходит изменение начальных размеров отдельных участков стержня, вследствие чего возникают перемещения сечений стержня вдоль его продольной оси  $z$ . Изменение размера участка рассчитывается с учетом величины и направления нормальной силы, числовые значения которой определяются по  $\Delta_N$ , и конкретных размеров этого участка. Результаты расчетов приведены в таблице 5.4.

Таблица 5.4

1 участок	$\Delta L_1 = \frac{N_1 \cdot L_1}{A_1 \cdot E} = \frac{0,5F \cdot a}{1,3A \cdot E} = 0,38 \frac{F \cdot a}{A \cdot E}$
2 участок	$\Delta L_2 = \frac{N_2 \cdot L_2}{A_2 \cdot E} = \frac{-F \cdot 1,5 \cdot a}{A \cdot E} = -1,5 \frac{F \cdot a}{A \cdot E}$
3 участок	$\Delta L_3 = \frac{N_3 \cdot L_3}{A_3 \cdot E} = \frac{3F \cdot 2,5 \cdot a}{A \cdot E} = 7,5 \frac{F \cdot a}{A \cdot E}$
4 участок	$\Delta L_4 = \frac{N_4 \cdot L_4}{A_4 \cdot E} = \frac{3F \cdot 2 \cdot a}{1,3 \cdot A \cdot E} = 4,6 \frac{F \cdot a}{A \cdot E}$

Начало координат устанавливается в опоре (точка  $O$  рис. 5.12). Перемещение сечения 1 бруса вдоль оси  $z$   $w_{10}$  происходит только за счет удлинения 1 участка.

Тогда:

$$w_{10} = \Delta L_1 = 0,38 \frac{F \cdot a}{A \cdot E}$$

Перемещение сечения 2 относительно опоры, где расположено начало координат  $O$ , вычисляется, как сумма двух слагаемых: перемещения вдоль оси  $z$  начала второго участка на величину  $w_{10}$ , возникшего в результате удлинения под нагрузкой первого участка, и изменения длины второго участка  $\Delta L_2$ , рассчитанного в пункте 2.

$$w_{20} = w_{10} + \Delta L_2 = 0,38 \frac{F \cdot a}{A \cdot E} + \left(-1,5 \frac{F \cdot a}{A \cdot E}\right) = -1,12 \frac{F \cdot a}{A \cdot E}$$

Аналогичный алгоритм использован при расчетах перемещений относительно опоры сечений 3 и 4 бруса:

$$w_{30} = w_{20} + \Delta L_3 = -1,12 \frac{F \cdot a}{A \cdot E} + 7,5 \frac{F \cdot a}{A \cdot E} = 6,38 \frac{F \cdot a}{A \cdot E}$$

$$w_{40} = w_{30} + \Delta L_4 = 6,38 \frac{F \cdot a}{A \cdot E} + 4,6 \frac{F \cdot a}{A \cdot E} = 10,98 \frac{F \cdot a}{A \cdot E}$$

Вычисленные значения перемещений используются для построения эпюры перемещений  $\Delta w$  (рис. 5.12). Из анализа построенного графика следует, что наибольшее перемещение под нагрузкой получает сечение 4 бруса:

$$\begin{aligned} \max w = w_{40} &= 10,98 \frac{F \cdot a}{A \cdot E} = \frac{10,98 \cdot 62,5 \cdot 10^3 \cdot 0,2}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = \\ &= 13,07 \cdot 10^{-4} [\text{м}]. \end{aligned}$$

Следует отметить, что величина максимального перемещения не всегда соответствует свободному концу бруса, и экстремум  $\Delta w$  может находиться в любой точке.

Кроме этого, внешняя нагрузка может быть задана таким образом, что все участки конструкции будут испытывать деформации сжатия, и сечения будут не удаляться, а приближаться к опоре. Если в условии задачи специально не оговорено направление максимальных перемещений, то в расчетах на жесткость следует использовать абсолютную величину этого параметра без учета знака деформаций.

### 5.3.2. Задание № 2 «Кручение»

**Задача № 1.** Для стального бруса постоянного поперечного сечения (рис. 5.13) и заданных исходных данных (табл. 5.5) требуется:

1. Определить во всех поперечных сечениях крутящий момент  $M_k$  и построить эпюру крутящих моментов.

2. Определить диаметр бруса сплошного круглого сечения и диаметр бруса трубчатого сечения  $c = \frac{d}{D} = 0,6$

( $d$  – внутренний диаметр) из условий прочности и жесткости.

3. Построить эпюры углов поворота.

Модуль сдвига  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа. Допускаемый относительный угол закручивания не должен превышать 0,8 градуса на 1 м длины бруса.

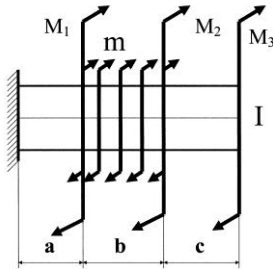


Рис. 5.13. Заданная схема

Таблица 5.5

№ варианта	Моменты, кНм			m, кНм/м	[τ], МПа	Расстояние, м		
	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>			a	b	c
1	1,1	1,1	1,1	0,5	35	0,8	0,8	0,8
2	1,2	1,2	1,2	0,6	40	0,9	0,9	0,9
3	1,3	1,3	1,3	0,7	45	1,0	1,0	1,0
4	1,4	1,4	1,4	0,8	50	1,1	1,1	1,1
5	1,5	1,5	1,5	0,9	55	1,2	1,2	1,2
6	1,6	1,6	1,6	1,0	60	1,3	1,3	1,3
7	1,7	1,7	1,7	0,9	55	1,4	1,4	1,4
8	1,8	1,8	1,8	0,8	50	1,5	1,5	1,5
9	1,9	1,9	1,9	0,7	45	1,6	1,6	1,6
0	2,0	2,0	2,0	0,6	40	1,7	1,7	1,7

**Задача № 2.** Для стального вала круглого поперечного сечения, нагруженного скручивающими моментами  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $m_4$  (рис. 5.14, табл. 5.6), требуется построить эпюру крутящих моментов, определить диаметр вала из условия прочности, при  $[\tau] = 80$  МПа.

Таблица 5.6

Номер варианта	$m_1, кНм$	$m_2, кНм$	$m_3, кНм$	$m_4, кНм$
0	8	7	6	5
1	28	10	23	6
2	10	22	10	26
3	5	17	9	28
4	7	24	11	21
5	5	22	10	26
6	33	8	25	8
7	14	10	24	12
8	27	12	22	6
9	5	18	8	25

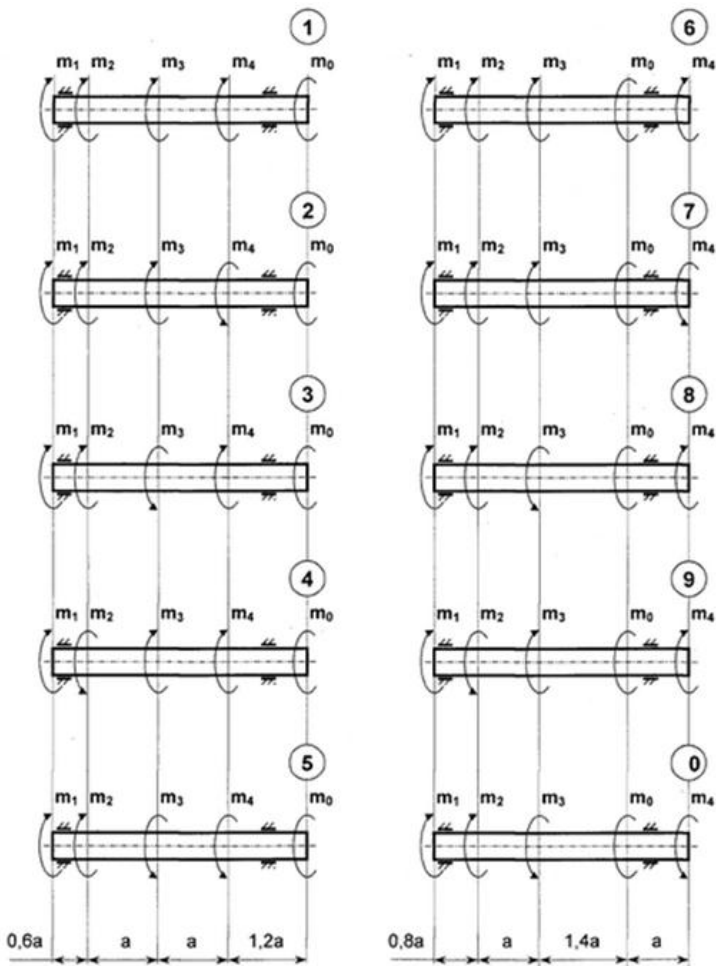


Рис. 4.14. Расчетная схема

### Теоретическая часть

Кручением называется такой вид деформации, при котором в поперечных сечениях бруса возникает только один внутренний силовой фактор – крутящий момент  $M_z$  (рис. 5.15). Этот вид деформации возникает при приложении

к брусу пар сил, плоскости действия которых перпендикулярны его оси. Такие брусья принято называть *валами*.

Внешние пары, приложенные к валу, будем называть скручивающими моментами. Они могут быть сосредоточенными или распределенными по длине вала. Крутящий момент является равнодействующим моментом напряжений, возникающих в каком-либо сечении вала относительно его продольной оси.

При определении величины крутящего момента используется *метод сечений*. Суть его заключается в следующем: *рассекаем вал сечением и отбрасываем одну из частей вала, расположенную либо справа, либо слева от сечения*. Обычно отбрасывают ту часть, к которой приложено больше скручивающих пар. Действие отброшенной части на рассматриваемую часть заменяют внутренним силовым фактором – крутящим моментом  $M_k = M_z$ . Затем из условий равновесия остановленной части вала определяют крутящий момент:

$$M_k = M_z = \Sigma M_i$$

Таким образом, крутящий момент, в каком либо сечении вала является уравновешивающей парой сил всех внешних скручивающих пар, приложенных либо слева, либо справа от рассматриваемого сечения.

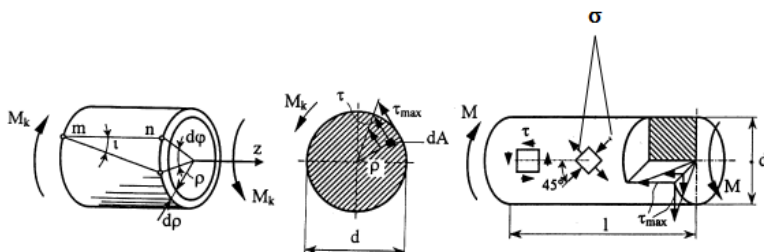


Рис. 4.15. Внутренний силовой фактор – крутящий момент  $M_z$

#### Касательные напряжения

$$\tau = \frac{M_z}{J_\rho} \rho,$$

где  $M_z$  – крутящий момент в рассматриваемом сечении;  
 $J_\rho$  – полярный момент инерции поперечного сечения;  
 $\rho$  – расстояние от центра сечения до рассматриваемой точки;

Максимальное касательное напряжение

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{J_\rho} \rho_{max} = \frac{M_z}{W_\rho}.$$

Геометрические характеристики круглых сплошных сечений вала (для круга):

– полярный момент инерции  $J_\rho = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4$ , где  $d$  – диаметр поперечного сечения.

- полярный момент сопротивления  $W_\rho = \frac{J_\rho}{\rho_{max}}$ ;

$$W_\rho = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3.$$

Угол закручивания:

– относительный  $\theta = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{GJ_\rho}$ ;

– абсолютный  $\varphi = \frac{M_z l}{GJ_\rho}$ , где  $l$  – длина участка;

$G$  – модуль сдвига;

$GJ_\rho$  – жесткость сечения при кручении.

Расчет вала при кручении сводится к одновременному удовлетворению двух условий:

– условия прочности:  $\tau_{max} = \frac{M_z}{W_\rho} \leq [\tau]$ ;

– условия жесткости:  $\varphi_{max} = \frac{M_{max} l}{GJ_\rho} \leq [\varphi]$ .

### **Пример решения задачи**

**Задача № 2.** Для стального вала круглого поперечного сечения, нагруженного скручивающими моментами (рис. 5.16), требуется построить эпюру крутящих моментов, определить диаметр вала из условия прочности, при  $[\tau] = 80$  МПа.  $M = 1$  кНм. Длины силовых участков даны в метрах.



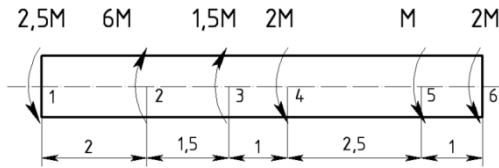


Рис. 5.16. Расчетная схема

**Решение:**

Разбиваем вал на силовые участки, строим эпюру крутящих моментов (рис.5.17).

Условие прочности:

$$\tau_{max} = \frac{M_z}{W_\rho} \leq [\tau].$$

Полярный момент сопротивления:

$$W_\rho = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3.$$

Отсюда

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{zmax} 16}{\pi [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{5000 \times 16}{3,14 \times 80 \times 6}} = 6,828 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Принимаем  $d = 69 \text{ мм}$ .

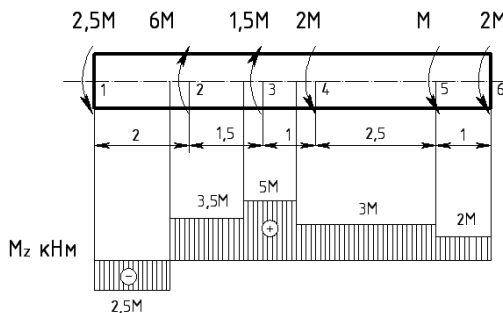


Рис. 5.17. Расчетная схема и эпюра крутящих моментов

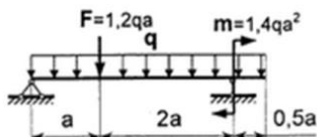
### 5.3.3. Задание № 3 «Изгиб»

**Задача № 1.** Для заданной расчетной схемы (табл. 5.7) двухопорной балки построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и подобрать стальную балку двутаврового поперечного сечения. Проверить опасное сечение балки по касательным напряжениям. Принять  $[\sigma] = 160$  МПа,  $[\tau] = 100$  МПа.

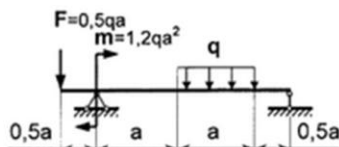
Таблица 5.7

Номер варианта	$a$ , м	$q$ , кН/м
0	1,8	18
1	0,8	30
2	3,0	10
3	1,0	28
4	2,5	12
5	1,2	26
6	2,2	14
7	1,4	24
8	2,0	16
9	1,6	22

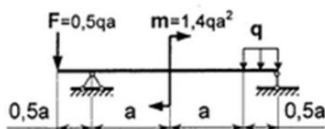
**Вариант № 0**



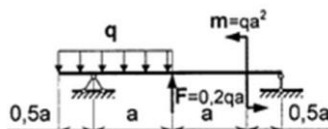
**Вариант № 1**



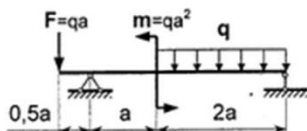
**Вариант № 2**



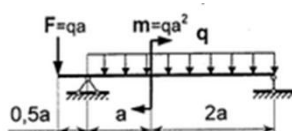
**Вариант № 3**



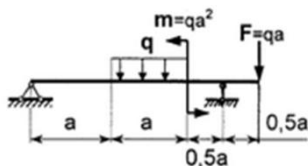
**Вариант № 4**



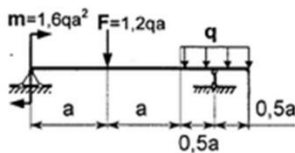
**Вариант № 5**



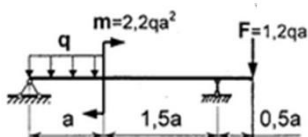
**Вариант № 6**



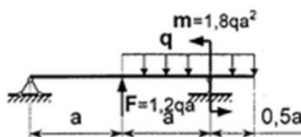
**Вариант № 7**



**Вариант № 8**



**Вариант № 9**



**Задача № 2.** Из расчета на прочность по наибольшим напряжениям подобрать для балки (рис. 5.18) размеры сечений четырех видов (рис. 5.19). Вычертить сечения в одном масштабе и сравнить погонные веса. В сечении балки с наибольшей поперечной силой для каждого типа сечения вычислить наибольшие касательные напряжения. В расчетах принять  $P = 50 \text{ кН}$ ;  $a = 0,4 \text{ м}$ ; материал балки – сталь Ст.3. остальные данные взять из табл. 5.8.

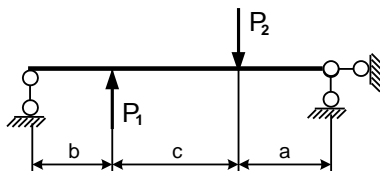


Рис. 5.18. Заданная схема



Рис. 5.19. Виды сечений

Таблица 5.8

Номер варианта	Исходные данные				
	$b, м$	$c, м$	$P_2, кН$	Вид сечения	$P_1, кН$
1	1,0	2,0	4	4	1
2	1,5	2,5	3	1	-1
3	2,0	1,5	2	2	-2
4	2,5	1,0	-2	3	2
5	3,0	1,5	-3	2	3
6	3,0	2,0	-4	1	-3
7	2,5	2,5	2	4	4
8	2,0	2,0	-2	3	-4
9	1,5	1,5	3	2	3

### Теоретическая часть

*Поперечным изгибом* называется такой вид деформирования бруса, при котором внешние нагрузки действуют перпендикулярно к его продольной оси. Деформация изгиба заключается в искривлении оси бруса. Брус с прямой осью, работающий на изгиб, называется *балкой*. Если плоскость действия внешних нагрузок проходит через ось балки и одну из главных центральных осей поперечного сечения, изгиб называется *прямым*. В этом случае ось балки искривляется в плоскости действия нагрузок и является плоской кривой.

В сечениях балки возникают два внутренних силовых фактора: изгибающий момент  $M_x$  и поперечная сила  $Q_y$

$$M_x = \sum M_x^{BH};$$

$$Q_y = \sum F_y^{BH}.$$

Правила контроля построения эпюр  $Q$  и  $M$  при изгибе:

1. В сечении, где приложена сосредоточенная сила, – на эпюре  $Q_y$  скачок по модулю равный этой силе, на эпюре  $M_x$  – излом навстречу силе.

2. В сечении, где приложена сосредоточенная пара сил (момент), – на эпюре  $M_x$  скачок по модулю равный этой паре сил (моменту). На эпюре  $Q_y$  это не сказывается.

3. Если на участке имеется равномерно распределенная нагрузка, то  $Q_y$  изменяется по линейному закону,  $M_x$  – по па-

раболе, выпуклостью навстречу нагрузке  $q$  ( $M_x = M_{\text{экстр}}$  – в сечении, где  $Q_y$  меняет свой знак).

Изгиб называется *чистым*, если в сечении балки возникает только изгибающий момент  $M_x$ .

Условие прочности для балок с сечениями, симметричными относительно нейтральной оси, имеет вид:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x} \leq [\sigma],$$

где  $W_x$  – осевой момент сопротивления сечения.

По найденному моменту сопротивления сечения  $W_x$ , выбрав форму поперечного сечения, находят его размеры.

Наибольший допускаемый по условию прочности изгибающий момент определяется выражением

$$|M_{xmax}| \leq W_x[\sigma].$$

Зная величину  $M_{xmax}$ , можно определить допускаемую величину нагрузки, действующей на балку.

Для балок из пластичного материала следует применять сечения, симметричные относительно нейтральной оси.

Для балок из хрупкого материала целесообразно применять сечения, несимметричные относительно нейтральной оси.

Касательные напряжения в сечениях балки обычно не играют существенной роли. В некоторых случаях приходится проверять прочность сечения и по наибольшим касательным напряжениям:

$$\tau_{max} = \frac{Q_y S_x}{b J_x} \leq [\tau],$$

где  $Q_y$  – поперечная сила в проверяемом сечении;

$S_x$  – статический момент относительно нейтральной оси части площади сечения, лежащей выше или ниже линии, параллельной нейтральной оси и проходящей через точку, в которой определяются напряжения;

$J_x$  – момент инерции поперечного сечения балки относительно нейтральной оси;

$b$  – ширина сечения на том уровне, где определяются касательные напряжения.

Для прокатных профилей значения моментов инерции приведены в сортаменте, там же указаны значения отношения  $\frac{J_x}{S_x}$ , входящие в формулу касательных напряжений.

Для некоторых сечений, вычисляя значения  $J_x$  и  $S_x$  и подставляя в формулу для  $\tau_{max}$ , можно ее упростить.

Для прямоугольного сечения

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{Q_{ymax}}{bh}$$

Для круглого сечения

$$\tau_{max} = \frac{4}{3} \frac{Q_{ymax}}{\pi d^2/4}$$

### Пример решения

**Задача № 1.** Для заданной расчетной схемы двухопорной балки (рис. 5.20) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и подобрать стальную балку двутаврового поперечного сечения, если  $F=40$  кН,  $M=20$  кНм,  $q=30$  кН/м,  $a=0,8$  м,  $l=4$  м,  $[\sigma]=160$  МПа,  $[\tau]=100$  МПа. Проверить опасное сечение балки по касательным напряжениям.

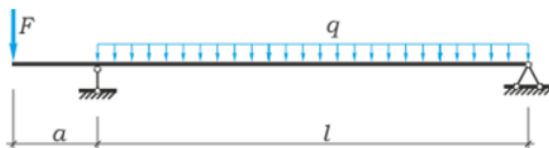


Рис. 5.20. Расчетная схема

### Решение:

1. Вычерчиваем балку в масштабе (рис. 5.21), наносим все нагрузки и размеры и определяем опорные реакции  $R_A$  и  $R_B$ , используя уравнение статического равновесия:

Из  $\sum M_B = 0$   $\sum M_B = F(a+l) + \frac{ql^2}{2} - R_A l = 0$  определяем реакцию  $R_A$

$$R_A = \frac{F(a+l) + \frac{ql^2}{2}}{l} = \frac{40 \times 4,8 + 30 \times 8}{4} = 108 \text{ кН}$$

Из  $\sum M_A = 0$   $\sum M_A = Fa - \frac{ql^2}{2} + R_B l = 0$  определяем реакцию  $R_B$

$$R_B = \frac{\frac{ql^2}{2} - Fa}{l} = \frac{30 \times 8 - 40 \times 0,8}{4} = 52 \text{ кН.}$$

Наносим вычисленные значения реакций  $R_A$  и  $R_B$  на расчетную схему (рис. 5.21).

4. Запишем для каждого участка I, II балки (пролета, консоли) уравнения для  $Q_y$  и  $M_x$  и, выбрав масштаб, построим их эпюры. Для этого применим метод сечений. На каждом участке проводим произвольные сечения и выбираем начало координат в точке  $B$ . Произвольные сечения каждого участка связываем с выбранным началом отсчета координатами  $Z_1, Z_2$ .

При составлении уравнения для  $M_{x2}$  считаем, что равнодействующая ( $qZ_2$ ) от равномерно распределенной нагрузки  $q$  приложена посередине рассматриваемого участка длиной  $Z_2$ , и тогда плечо ее равно  $Z_2/2$ .

Тогда для каждого участка получим:

– на консоли  $l \leq Z_1 \leq (l + a)$

$$Q_{y1} = -R_B + ql - R_A = -52 + 30 \times 4 - 108 = -40 \text{ кН};$$

$$\begin{aligned} M_{x1} &= R_B z_1 - ql \left( z_1 - \frac{l}{2} \right) + R_A (z_1 - l) = \\ &= 52z_1 - 30 \times 4 \left( z_1 - \frac{4}{2} \right) + 108(z_1 - 4); \end{aligned}$$

$$M_{x1(z_1=l+a)} = 0;$$

$$M_{x1(z_1=l)} = -32 \text{ кНм};$$

– в пролете балки  $0 \leq Z_2 \leq l$

$$Q_{y2} = -R_B + qz_2 = -52 + 30z_2;$$

$$Q_{y2(z_2=0)} = -52 \text{ кН};$$

$$Q_{y2(z_2=l)} = -52 + 30 \times 4 = 68 \text{ кН};$$

$$M_{x2} = R_B z_2 - \frac{q z_2^2}{2} = 52 z_2 - 30 \frac{z_2^2}{2};$$

$$M_{x1(z_2=0)} = 0;$$

$$M_{x1(z_2=l)} = -32 \text{ кНм.}$$

Исследуем на экстремум:

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y = 0;$$

$$Q_{y2} = -R_B + q z_2 = -52 + 30 z_2 = 0;$$

$$z_2 = \frac{52}{30} = 1,73 \text{ м;}$$

При  $z_2 = 1,73 \text{ м.}$

$$M_{x2} = R_B z_2 - \frac{q z_2^2}{2} = 52 \times 1,73 - 30 \frac{1,73^2}{2} = 45 \text{ кНм.}$$

По этим данным строим эпюры  $Q_y$  и  $M_x$  (рис. 5.21).

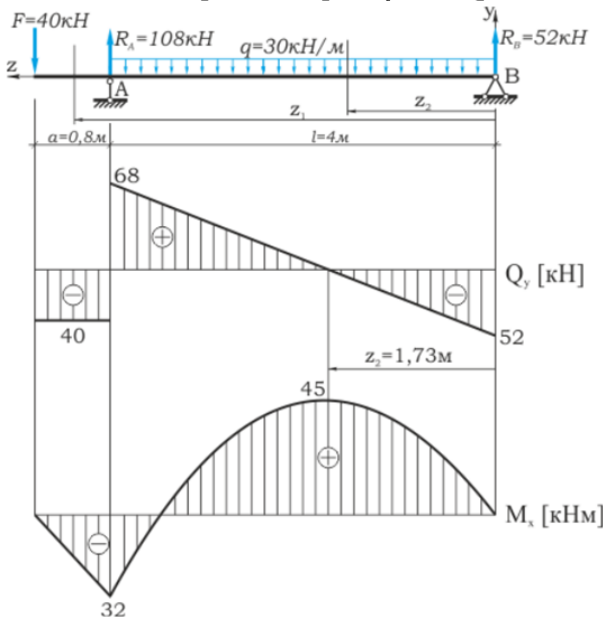


Рис. 5.21. Расчетная схема и эпюры  $Q_y$  и  $M_x$



Откладываем от точки  $B$   $z_2 = 1,73$  м где  $Q_y = 0$ , на эпюре изгибающих моментов откладываем  $M_x = 45$  кНм и через полученные три точки проводим параболу – эпюру  $M_x$ .

3. Определяем опасное сечение балки – сечение, в котором изгибающий момент принимает максимальное значение по абсолютной величине, если, как в нашем случае, материал балки пластичный.

Опасное сечение, где  $M_{x2} = 45$  кНм

Для подбора сечения балки из условия прочности по нормальным напряжениям при изгибе:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x} \leq [\sigma],$$

получим формулу проектировочного расчета:

$$W_x \leq \frac{M_{xmax}}{[\sigma]} = \frac{45 \times 10^3}{160 \times 10^6} = 0,281 \text{ м}^3 = 281 \text{ см}^3.$$

По сортаменту двутавровых балок (ГОСТ 8239-89) подбираем ближайший больший профиль – двутавр № 24, для которого  $W_x = 289 \text{ см}^3$ ,  $S_x = 163 \text{ см}^3$ ,  $J_x = 3460 \text{ см}^4$ ,  $d = b_c = 0,56$  см.

Этот двутавр будет работать при максимальном нормальном напряжении в крайнем волокне опасного сечения.

$$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x} = \frac{45 \times 10^3}{289 \times 10^{-6}} = 156 \times 10^6 \text{ Па} = 156 \text{ МПа}.$$

5. Проверка сечения балки по касательным напряжениям. Так как  $Q_{max} = 68$  кН, то

$$\tau_{max} = \frac{Q_y S_x}{b J_x} \leq [\tau].$$

$$\tau_{max} = \frac{68 \times 10^3 \times 163 \times 10^{-6}}{0,56 \times 10^{-2} \times 3460 \times 10^{-3}} \approx 56 \cdot 10^6 \text{ Па} = 56 \text{ МПа} \\ \leq [\tau] = 100 \text{ МПа}.$$

## ***Рекомендуемая литература***

### *Основная*

1. *Ильичева Н.А.* Краткий курс сопротивления материалов, учебное пособие – Н. Новгород : ИГТУ им. Р.Е Алексева, 2014. – 86 с.

### *Дополнительная*

1. *Феодосьев В. И.* Сопротивление материалов. – М. : Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. – 591 с.

**Степанова Елена Анатольевна**

**СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

*Методические указания к изучению  
дисциплины для студентов направления подготовки  
16.03.03 «Холодильная, криогенная техника  
и системы жизнеобеспечения»  
очной и заочной формы обучения*

В авторской редакции  
Набор текста Е. А. Степанова  
Верстка, оригинал-макет Е. Е. Бабух

Гарнитура Times New Roman  
Авт. л. 3,4. Уч.-изд. л. 3,56. Усл. печ. л. 3,95  
Заказ № 62

Издательство  
Камчатского государственного технического университета  
683003, г. Петропавловск-Камчатский, ул. Ключевская, 35