Министерство образования и науки Российской Федерации

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Кафедра автоматизации обработки информации (АОИ)

Л.П. Турунтаев

РАЗРАБОТКА УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Учебное методическое пособие

2004

Корректор: Воронина М.А.

Турунтаев Л.П.
Разработка управленческих решений: Учебное методическое пособие. – Томск: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2004. – 74 с.

В учебном методическом пособии рассматриваются вопросы процесса разработки управленческих решений, даются рекомендации по генерированию, оценке и выбору решений для одно- и многокритериальных задач в условиях определенности, риска и неопределенности в системах организационного управления. Приводятся контрольные задания, темы курсовых работ и указания по их выполнению.

Учебное методическое пособие разработано в дополнение к курсу лекций по дисциплине «Разработка управленческих решений» для студентов специальности 061000 «Государственное и муниципальное управление».

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Создание и совершенствование систем управления невозможно без изучения вопросов использования теории принятия решений, методов системного анализа объектов управления, моделирования производственных операций и поиска оптимальных решений, которые находят свое отображение в дисциплине «Разработка управленческих решений» (РУР).

Данные методические указания написаны для студентов специальности 061000 – «Государственное и муниципальное управление».

Цель дисциплины – изучение методологии и конкретных задач по разработке управленческих решений, методов, моделей и алгоритмов построения процедур генерирования и выбора эффективных решений.

1 РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Дисциплина «Разработка управленческих решений» изучается в соответствии с учебным планом для студентов специальности 061000 в течение трёх семестров. Рабочая программа по данной дисциплине включает следующие виды занятий и работ со студентами:

1) самостоятельное изучение курса;
2) выполнение трех контрольных работ;
3) выполнение курсовой работы;
4) сдача зачета и экзамена по курсу.

При изучении тем курса студентам рекомендуется вести конспект.

К экзамену допускаются студенты, выполнившие контрольные работы и защитившие отчеты по лабораторным работам. Программа занятий приведена в табл. 1.1.

Таблица 1.1 – Программа занятий

Виды занятий
ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР
Темы для самостоятельного изучения
1. Основы методологии разработки управленческих решений
2. Ситуационный анализ и генерация решений
3. Моделирование однокритериальных задач принятия решений в условиях определенности 3.1. Решение задач линейного программирования общего типа 3.2. Двойственность задач линейного программирования 3.3. Задачи линейного программирования транспортного типа
Контрольная работа
1. Моделирование однокритериальных задач принятия решений в условиях определенности • задача использования ресурсов • задача транспортного типа
Зачет

Продолжение табл. 1.1

Виды занятий
ВТОРОЙ СЕМЕСТР
Темы для самостоятельного изучения
3. Моделирование однокритериальных задач принятия решений в условиях определенности (продолжение раздела 3). 3.4. Сетевые задачи выбора маршрута 3.5. Задачи упорядочения
4. Моделирование многокритериальных задач принятия решений в условиях определенности 4.1. Задачи векторной оптимизации 4.2. Аксиоматический подход в задачах принятия решений 4.3. Задачи принятия решений на языке бинарных отношений и функций выбора
5. Задачи принятия решений при неполной информации 5.1. Формализация системы предпочтений в задачах принятия решений 5.2. Задачи принятия решений в условиях риска и неопределенности состояний внешней среды
6. Групповой выбор в задачах принятия решений
Контрольные работы
1. Решение задач сетевого планирования и управления
2. Решение многокритериальных задач в условиях определенности и неопределенности
Экзамен

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР
Выполнение курсовой работы
Дифзачет

2 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

2.1 Основы методологии разработки управленческих решений

Содержание

Основные понятия и определения процесса разработки и принятия решений. Проблема, цель, объект и субъект управления, решение, критерий выбора решения. Технология процесса разработки и принятия решений (ПР). Формальная модель задачи принятия решения (ЗПР). Структуризация проблем ПР. Классификация ЗПР. ЗПР в условиях определенности, риска, неопределенности. Нетривиальные ЗПР. Языки описания выбора: критериальный, бинарных отношений, функций выбора. Классификация методов ПР. Аксиоматический и эвристический подходы решения ЗПР.

Методические указания

Для однозначного толкования процесса принятия решения и его элементов дадим некоторые основные определения.

Решение – конечный результат деятельности субъекта управления, который представляет собой предписание к действию объекту управления.

Процесс принятия решений – это циклическая последовательность действий субъекта управления, направленных на достижение целей по устранению проблемной ситуации и заключающихся в её анализе (ситуационный анализ), генерации решений, выборе и принятии решения, организации его выполнения.

Выбор и принятие решения – действие над множеством альтернатив (взаимоисключающих вариантов решений), результатом которого является подмножество отобранных альтернатив, представленное в виде одной альтернативы либо нескольких эффективных несравнимых альтернатив.

Системный анализ (СА) является прикладной наукой, направленной на выявление причин реальных сложностей, возникших перед обладателем проблемы (обычно это организация, предприятие), и на выработку вариантов их устранения. Имея в качестве цели ликвидацию проблемы или, как минимум, выявление ее причин, системный анализ привлекает для этого широкий спектр средств научных исследований – математику, вычислительную технику, моделирование, научные наблюдения, эксперимент. К арсеналу используемых СА методов относятся методы [1], представленные на рис. 2.1.

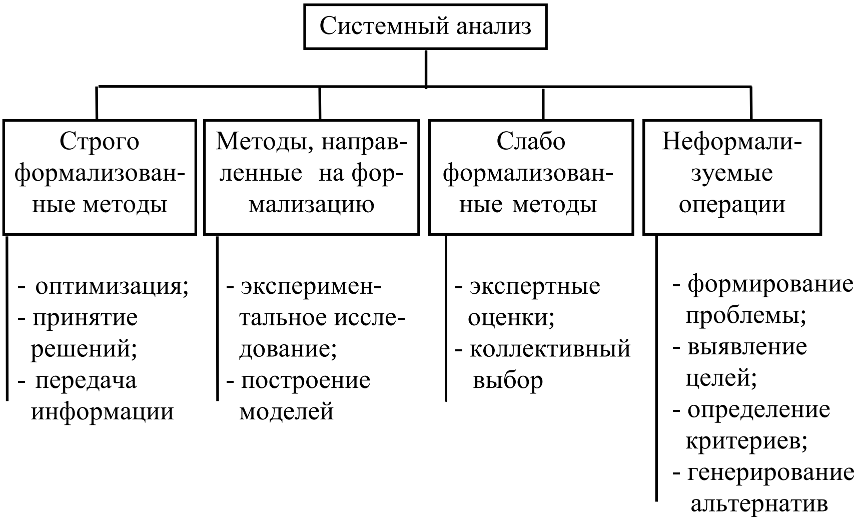


Рис. 2.1 – Методы системного анализа

Любая система организационного управления предназначена для устранения проблемной ситуации, возникающей во внешней среде, и состоит из субъекта управления (СУ) – аппарата управления и объекта управления (ОУ) (рис. 2.2).

Проблема – есть несоответствие между действительным и желаемым состояниями.

Цель – некоторый желаемый результат. Мерой достижения цели служит критерий.

Система – это средство выработки решений X по использованию ресурсов C для достижения цели Z в условиях E. В целом проблему ЗПР можно охарактеризовать следующими основными логическими элементами:

- возможностью определить цель *Z*, достижение которой означает, что проблема решена;
- возможностью сгенерировать альтернативные решения *X*, с помощью которых может быть достигнута цель *Z*;
- наличием модели с отображением связей между целями, ресурсами, альтернативами.

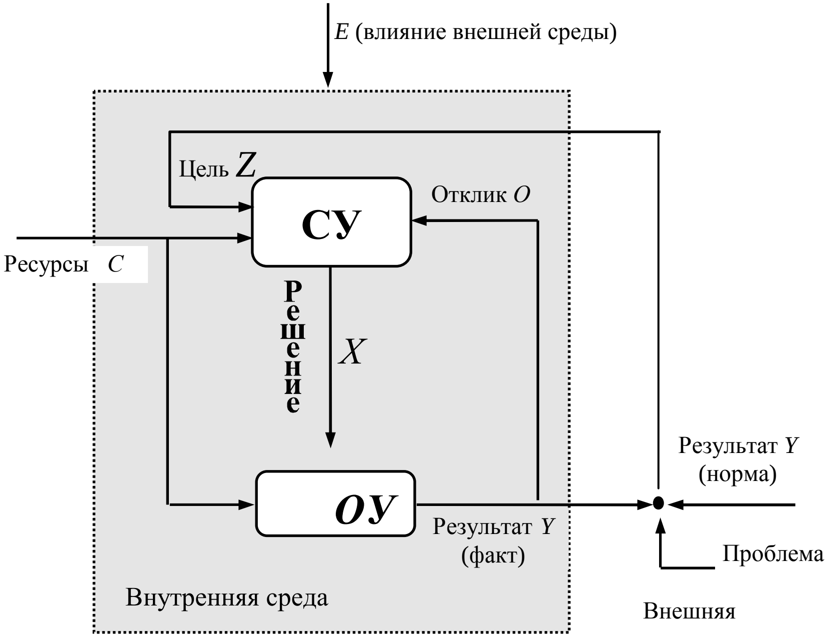


Рис. 2.2 – Система организационного управления

Разработкой и обоснованием решений однокритериальных задач в условиях определенности занимается научная дисциплина «Исследование операций». Исследование операций (ИСО) представляет собой комплекс научных методов количественного обоснования принимаемых решений по управлению организациями.

Общая постановка однокритериальных статических детерминированных задач принятия решений полностью совпадает с общей постановкой задач математического программирования

(ЗМП). Поэтому весь арсенал математических методов, разрабатываемых для решения ЗМП, может и должен быть использован для решения задач принятия решений этого класса.

Постановка задачи математического программирования (МП)

Найти значения переменных $(x_1, x_2, \ldots x_n) = X$, которые максимизируют (минимизируют) функцию $Z(X)$ и удовлетворяют системе ограничений:

$$g_i(X)\,R\,b_i, \quad i = 1, 2, \ldots, m,$$

где R – возможные отношения $\{\le, =, \ge\}$;

b_i – константы.

Если функции $Z(X)$ и $g_i(X)$ – линейные, то решение задач МП рассматривается в линейном программировании (ЛП), иначе – в нелинейном программировании (НЛП). Если параметры целевой функции $Z(X)$ или системы ограничений изменяются во времени или сам процесс принятия решений имеет многошаговый характер, то такие задачи решаются методом динамического программирования (ДП). ЛП (включая целочисленное), НЛП (включая выпуклое) и ДП составляют основные подразделы МП.

При моделировании задач исследования операций выполняются следующие этапы:

1) постановка задачи:
- выявление проблемы;
- формирование целей и критериев;
- анализ проблемы и отбор факторов, описывающих ее;
- построение математической модели;

2) поиск оптимального решения:
- по отдельным критериям;
- синтез оптимального (компромиссного) решения;

3) реализация (внедрение) решения:
- исполнение решения;
- оценка полученного результата;
- корректировка модели.

Использование экономико-математических методов позволяет достаточно полно реализовывать принцип оптимального управления и развития организационных систем и учитывать следующие факторы:

1) производственные ресурсы ограничены, и следовательно, возникает сложная проблема распределения ресурсов и материальных благ и их воспроизводства;

2) достижение цели системы управления формируется в некоторой многоцелевой функции критерия оптимальности, и следовательно, встает проблема соизмерения потребительских благ;

3) система управления представляет собой, как правило, сложную иерархическую систему с горизонтальными и вертикальными связями, и следовательно, возникает проблема сочетания локальных и глобальных интересов и целей.

Из всего многообразия задач ИСО [3,4] в данном курсе будут рассмотрены задачи следующих классов:

1) распределения:
- общая линейная распределительная задача,
- транспортная задача,
- о назначениях;

2) выбора маршрута;

3) упорядочения и согласования.

2.2 Ситуационный анализ и генерация решений

Содержание

Факторы и характеристики внешней среды. Основные методы анализа внешней и внутренней среды системы: SWOT-анализ, PEST – анализ.

Методы генерации решений: мозгового штурма, синектики, морфологического анализа, разработки сценариев, когнитивных карт, деловых игр.

Методические указания

Отличают факторы внешней среды:

- прямого воздействия, т.е. те, которые непосредственно влияют на систему и на которые также непосредственно влияет сама система. К ним относятся: поставщики, трудовые ресурсы, законы и учреждения государственного регулирования, потребители, конкуренты;
- косвенного воздействия, под которыми понимаются факторы, не оказывающие прямого воздействия, но учет которых необходим. Это: научно-технический прогресс, социально-эко-номические условия, групповые интересы, политические события, международные события.

Характеристики внешней среды:

1. Сложность внешней среды, под которой понимается число факторов, на которые организация обязана реагировать.
2. Взаимосвязанность факторов внешней среды.
3. Подвижность среды.
4. Неопределенность внешней среды.

Анализ внешней среды представляет собой оценку состояния и перспектив развития важнейших, с точки зрения организации, субъектов и факторов окружающей среды: отрасли, рынков, поставщиков и совокупности глобальных факторов внешней среды, на которые организация не может оказывать непосредственное влияние.

Проведя анализ внешней среды и получив данные о факторах, которые представляют опасность или открывают новые возможности, руководство должно оценить: обладает ли фирма внутренними силами, чтобы воспользоваться возможностями, и какие внутренние слабости могут осложнить будущие проблемы, связанные с внешними опасностями. Метод, который используют для диагностики внутренних проблем, называется управленческим обследованием. Управленческое обследование представляет собой методичную оценку направлений деятельности организации, предназначенную для выявления ее стратегически сильных и слабых сторон.

Существует большое количество методов анализа внутренней и внешней среды организации, основные из которых SWOT-анализ и его модификации (PEST, SNW и другие).

SWOT-анализ – это определение сильных и слабых сторон предприятия, а также возможностей и угроз, исходящих из его ближайшего окружения (внешней среды).

- сильные стороны (**S**trengths) – преимущества организации;
- слабости (**W**eaknesses) – недостатки организации;
- возможности (**O**pportunities) – факторы внешней среды, использование которых создаст преимущества организации на рынке;
- угрозы (**T**hreats) – факторы внешней среды, которые могут потенциально ухудшить положение организации на рынке.

Для сопоставления возможностей предприятия условиям рынка применяется модифицированная матрица SWOT-анализа (таблица 2.1).

Заполнив эту матрицу, можно видеть основные направления развития предприятия (ячейка 1 показывает открывающиеся возможности) и основные проблемы предприятия, подлежащие скорейшему решению для успешного развития предприятия (остальные ячейки таблицы 2.1).

SWOT-анализ – это промежуточное звено между формулированием миссии предприятия и определением его целей и задач.

Для определения целей предприятия целесообразно воспользоваться методом построения «дерева целей» системы управления [1, 2]. Идея метода «дерева целей» впервые была предложена Черчменом в связи с проблемами принятия решений в промышленности и основана на получении иерархических структур путем последовательного разделения общей цели на подцели, подцелей – на функции, функций – на более детальные функции. Для декомпозиции общей (глобальной) цели используют стандартные модели декомпозиции (состава, жизненного цикла, структуры).

Таблица 2.1 – **Пример матрицы SWOT-анализа**

	ВОЗМОЖНОСТИ 1. Появление новой розничной сети 2. и т.д.	**УГРОЗЫ** 1. Появление крупного конкурента 2. и т.д.
СИЛЬНЫЕ СТОРОНЫ 1. Высокое качество продукции 2. 3. и т.д.	1. Как воспользоваться возможностями Попытаться войти в число поставщиков новой сети, сделав акцент на качестве нашей продукции	2. За счет чего можно снизить угрозы Удержать наших покупателей от перехода к конкуренту, проинформировав их о высоком качестве нашей продукции
СЛАБЫЕ СТОРОНЫ 1. Высокая себестоимость продукции 2. 3. и т.д.	3. Что может помешать воспользоваться возможностями Новая сеть может отказаться от закупок нашей продукции, так как наши оптовые цены выше, чем у конкурентов	4. Самые большие опасности для фирмы Появившийся конкурент может предложить рынку продукцию, аналогичную нашей, по более низким ценам

В результате анализа проблемной ситуации, целей и ограничений приступают к разработке альтернативных вариантов решений. Первоначально определяют возможную область и характер решений (организационный, технический, технологический, экономический и др.) с целью привлечения соответствующих экспертов; затем определяют, какой тип решений рационально использовать (стандартные, решения-усовершенствования, оригинальные). Как показывает практика управления, наибольшее количество решений относится ко второму типу решений, требующих своего совершенствования с учетом особенностей новой проблемной ситуации. При формировании вариантов решений следует достаточно полно генерировать варианты для того, чтобы не исключить потенциально оптимальный вариант. Обычно генерируют «крайние» варианты: идеальное наилучшее решение и наихудшее решение без учета возможностей их реализации, а затем – промежуточные варианты, расположенные между крайними.

Для разработки оригинальных решений в практике управления и принятия решений хорошо зарекомендовали себя следующие способы генерирования решений [1, 2, 5]: мозговой штурм, синектика, разработка сценариев, морфологический анализ, деловые игры, когнитивные карты.

Метод мозгового штурма разработан специально для получения максимального количества идей. В состав экспертной группы входят специалисты с широкой эрудицией и богатой фантазией. Общение – свободное с запрещением критики в адрес любых высказываний по проблеме. *Синектическое генерирование альтернатив* в противоположность мозговому штурму предполагает формирование небольшого числа хороших альтернатив путем ассоциативного мышления, поиска аналогий поставленной задаче. В составе экспертной группы, включающей специально подобранных и подготовленных экспертов, ведется систематическое направленное обсуждение любых аналогий с подлежащей решению проблемой, спонтанно возникающих в ходе бесед. В ходе бесед критика высказываний разрешена. Важными этапами *создания сценариев* являются: составление перечня факторов, влияющих на ход событий; установление отношений между факторами; назначение лиц, ответственных за контроль этих факторов, и другие. *Морфологический анализ* заключается в генерировании альтернативных решений путем перебора возможных сочетаний значений параметров, характеризующих исследуемую либо проектируемую систему. *Деловую игру* можно определить как имитацию реальных ситуаций, выполненную на модели объекта, в процессе которой участники игры ведут себя так, будто они в действительности выполняют порученную им роль. *Когнитивные карты* (карты познания) представляют собой графовую модель, позволяющую описывать причинные связи между элементами системы, составляющими проблемы, показателями системы и оценивать последствия воздействия их на другие составляющие системы.

2.3 Моделирование однокритериальных задач принятия решений в условиях определенности

2.3.1 Решение задач линейного программирования общего типа

Содержание

Классификация задач линейного программирования.

Задача оптимального использования ресурсов.

Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП), ее структура и геометрическая интерпретация. Графическое решение ЗЛП с двумя переменными.

Идея симплекс-метода решения ЗЛП. Симплекс-таблицы.

Методические указания

В данном разделе курса рассматриваются задачи исследования операций, которые могут быть представлены в виде детерминированных моделей линейного программирования.

На рис. 2.3 приводится классификация задач и методов линейного программирования, которые рассматриваются при изучении данного курса.

Пусть ЗЛП имеет вид:

$$\min(\max) : Z(X) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \qquad (2.1)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j \geq (\leq)\, b_i, \; i = 1, \dots, m; \qquad (2.2)$$

$$x_j \geq 0, \; j = 1, \dots, n. \qquad (2.3)$$

Задача (2.1)–(2.3) может быть сведена к задаче в канонической (стандартной) форме, в которой имеют место в ограничении (2.2) отношения строгого равенства. При этом множество допустимых решений исходной задачи, определяемое ограничениями (2.2) и (2.3), будет представлять проекцию множества допустимых решений канонической задачи на подпространство исходных переменных.

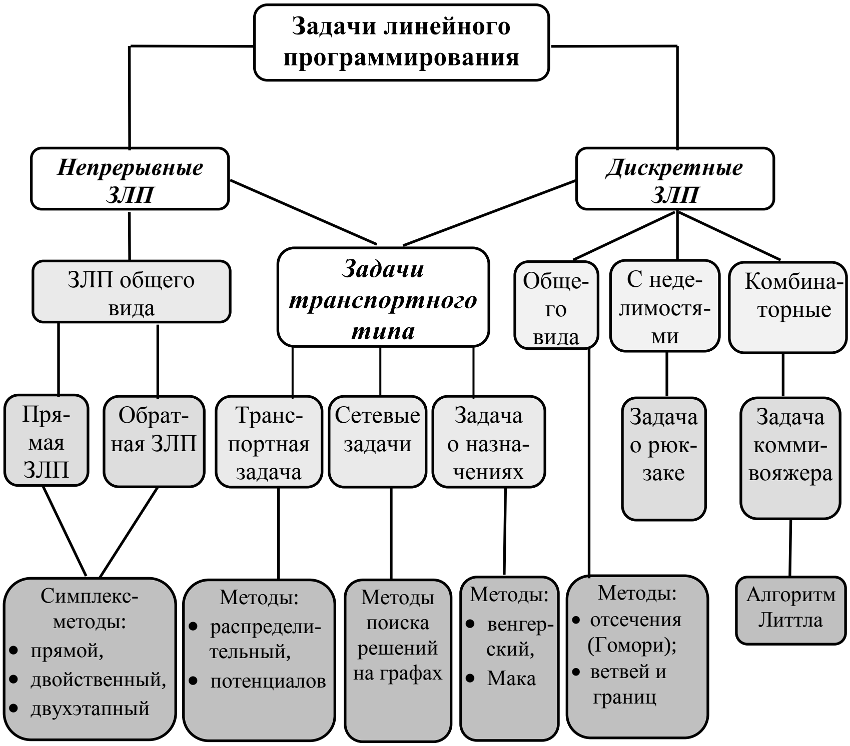


Рис. 2.3 – Классификация задач и методов линейного программирования

Задачу (2.1)–(2.3) с двумя переменными можно решить графически, при этом ограничения (2.2), (2.3) будут представлять выпуклое множество допустимых решений (в случае его ограниченности – многогранник), а целевая функция (2.1) – семейство параллельных прямых. Решение задачи (2.1)–(2.3) всегда находится в угловой точке, либо в выпуклой линейной комбинации двух угловых точек.

Все алгоритмы решения ЗЛП опираются на каноническую форму задачи. Поэтому число искомых переменных канонической задачи будет больше, чем исходной.

Пусть n – число переменных канонической задачи, а m – число линейно-независимых уравнений, и $n \geq m$, тогда вектор решений X будет содержать m ненулевых элементов (кроме исключительных случаев). Ненулевые элементы в количестве m единиц образуют базис (основу) решения.

2.3.2 Двойственность задач линейного программирования (ЛП)

Содержание

Двойственность в линейном программировании и ее применение в экономическом анализе. Исходная (прямая) и двойственная (обратная) ЗЛП. Теоремы двойственности, их экономическое содержание. Интерпретация двойственных оценок.

Анализ моделей ЗЛП на чувствительность. Анализ изменения запасов ресурсов. Анализ изменения коэффициентов в целевой функции.

Методические указания

Если для исходной задачи ЛП (назовем ее прямой) ввести переменные y_i на оценку ресурсных ограничений (2.5) и сделать математическую постановку задачи вида (2.7)–(2.9), то решения задач (2.4)–(2.6) и (2.7)–(2.9) находятся во взаимной зависимости, выраженной через соответствующие теоремы двойственности [3, 4, 6, 7].

Прямая задача		Двойственная задача	
$\max : Z(X) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j, \quad (2.4)$		$\min : f(Y) = \sum_{i=1}^{m} b_i y_i \quad (2.7)$	
$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i, \; i = 1,...,m \quad (2.5)$	y_i	$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i \geq c_j, \quad j = 1,...,n \quad (2.8)$	x_i
$x_j \geq 0, \; j = 1,...,n \quad (2.6)$		$y_i \geq 0, \; i = 1,...m \quad (2.9)$	

При переходе от задачи (2.7)–(2.9) через переменные x_j на оценку суммарных ресурсных затрат по выпуску единицы продукции *j*-го вида к двойственной получим исходную задачу (2.4)–(2.6), т.е. задача двойственная двойственной совпадает с исходной (рис. 2.4).

Рис. 2.4 – Правила перехода к двойственной ЗЛП

Решением прямой задачи будет вектор:

$$X = (x_1, \dots, x_n, x_{n+1}, \dots x_{n+m}).$$

Переменные $x_1, \dots, x_n$ характеризуют объемы производства соответствующей продукции, а $x_{n+1}, \dots, x_{n+m} \to x_{n+i}$ – остатки ресурсов *i*-го вида.

Решением двойственной задачи будет вектор:

$$Y = (y_1, \dots, y_m, y_{m+1}, \dots, y_{m+n}).$$

Переменные $y_1, \dots, y_m$ характеризуют степень дефицитности соответствующих ресурсов в объеме b_i единиц, а переменные $y_{m+1}, \dots,\ y_{m+n} \to y_{m+j}$ – штраф за выпуск продукции *j*-го вида.

$$X = (x_j,\ j = 1, \dots, n;\ x_{n+i}, i = 1, \dots, m);$$

$$Y = (y_i, i = 1, \dots, m;\ y_{m+j},\ \ j = 1, \dots, n).$$

Для оптимальных решений:
$$x_j \cdot y_{m+j} = 0,\ \ j = 1, \dots, n;$$
$$y_i \cdot x_{n+i} = 0,\ i = 1, \dots, m.$$

По оптимальной симплекс-таблице любой задачи ЛП можно определить помимо основных переменных двойственное решение. Оно определяется из строки целевой функции Z по коэффициентам c_j

$$y_i = c_{n+i},\ i = 1, \ldots, m;\ \ y_{m+j} = c_j,\ j = 1, \ldots, n.$$

Оптимальная симплекс-таблица позволяет проводить и анализ модели на так называемую, чувствительность [3, 4]. Это может быть анализ коэффициентов целевой функции, ограничений по ресурсам, коэффициентов технологической (нормативной) матрицы. В программе обучения рассматриваются два вида анализа, позволяющего дать ответы на вопросы:

1) в каких пределах можно изменять значения коэффициентов (цен) c_j целевой функции, чтобы план решения задачи не изменился (но значение целевой функции при этом изменяется);

2) в каких пределах можно изменять значения ресурсных ограничений b_i, чтобы структура оптимального плана, и следовательно, статус дефицитности ресурсов, не изменились.

2.3.3 Задачи линейного программирования транспортного типа

Содержание

Транспортная ЗЛП (ТЗЛП). Постановка задачи. Математическая модель. Переход от задачи открытого типа (несбалансированной) к задаче закрытого типа. Способы построения начального опорного плана (северо-западного угла, минимального элемента, Фогеля). Распределительный метод.

Задача о назначениях. Формулировка задачи, модель. Методы решения. Метод вычеркивания нулей.

Методические указания

В данном разделе курса рассматриваются алгоритмы решения однопродуктовой транспортной задачи ЛП распределительным методом.

Решение ТЗЛП можно найти симплексным методом. Однако в силу специфики системы ограничений поиск решения проводится на матрице допустимых решений с последовательным продвижением к оптимуму. Построение опорного (начального допустимого) плана задачи производится одним из методов: северо-западного угла, минимального элемента, Фогеля. Число заполненных клеток в допустимом плане перевозок ненулевыми элементами для невыраженного случая определяется числом линейно независимых уравнений $m+n-1$, где m – число ограничений на поставщиков, n – число ограничений на потребителей продукции.

В основу решения ТЗЛП распределительным методом заложена процедура пошагового продвижения к оптимуму путем осуществления на каждом шаге сдвига объемов перевозимой продукции по циклу, проходящему через одну вновь вводимую переменную в базис (клетка на следующем шаге будет заполнена) и остальные базисные переменные (заполненные клетки).

Задача о назначениях.

Имеется $n\,(i=1,\ldots,n)$ работ и $n\,(j=1,\ldots,n)$ потенциальных их исполнителей. Известны затраты c_{ij} на выполнение j-м исполнителем i-й работы. Требуется назначить каждого исполнителя на одну работу так, чтобы минимизировать суммарные затраты на выполнение всех работ.

Методы решения задачи о назначениях основаны на двух простых утверждениях [3, 4]:

1) решение задачи не изменится, если к любому столбцу или строке матрицы затрат прибавить некоторую константу;

2) если все $c_{ij} \geq 0$ и найдется план X такой, что $Z=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij}=0,$ то X – оптимальный план.

Основанный на упомянутых утверждениях, алгоритм поиска решения заключается в преобразовании матрицы затрат $\left\| c_{ij} \right\|$ в матрицу с нулевыми элементами, образующими систему из n независимых нулей.

2.3.4 Сетевые задачи выбора маршрута

Содержание

Транспортные сети. Задача минимизации сети. Алгоритм ближайшего соседа. Задача о кратчайшем пути. Задача о максимальном потоке, алгоритм решения задачи. Разрез сети. Задача о коммивояжере. Алгоритмы решения задачи о коммивояжере. Алгоритм Литтла. Задача о коммивояжере с заданным началом гамильтонового пути.

Методические указания

В данном разделе рассматриваются задачи выбора маршрута на сетях. Задача минимизации сети заключается в определении остов-графа (скелета), соединяющего все вершины исходного заданного графа дугами, суммарная длина которых минимальна. Задача решается по алгоритму ближайшего соседа – соединяются те вершины из двух множеств вершин графа, расстояние между которыми минимально. Решение задачи определения кратчайшего расстояния между двумя вершинами графа базируется на корректировке кратчайших расстояний v_j и u_i до вершин графа *j* и *i*, определяемых по формуле:

$$v_j = \min\{u_i + d_{ij}\},$$

где u_i, v_j – кратчайшее расстояние от исходной (первой) до двух смежных вершин *i* и *j* $(i < j)$;

d_{ij} – расстояние между вершинами *i* и *j*.

Задача о максимальном потоке рассматривается на сети $G(I,U)$ с одним истоком z и одним стоком s, на которой задана функция R пропускных способностей дуг r_{ij} (U – множество дуг, I – множество вершин). Необходимо найти поток по дугам x_{ij}, максимизирующий мощность потока V:

$$\max : V = \sum_k x_{zk} = \sum_k x_{ks},$$

при ограничениях

$$x_{ij} = -x_{ji},$$

$$x_{ij} \le r_{ij}\,,$$
$$\sum_i x_{ik} - \sum_j x_{kj} = 0, \text{ для всех } k \ne z, s.$$

Алгоритм решения задачи

1. Построить начальный допустимый поток $X(K), K = 0$ (K – номер итерации). Решение можно начать с нулевого потока. Однако с целью ускорения решения следует начать с возможно большего начального потока.

2. Определить ненасыщенные дуги $R - X(K)$.

3. Выделить путь, состоящий из ненасыщенных дуг, ведущий из z в s. Если его нет, то $X(K)$ – оптимальное решение.

4. Увеличить поток по этому пути на величину $d(K) = \min(r_{ij} - x_{ij}),\quad k = k + 1,$ при этом получаем новый поток $X(K)$ и на шаг 2.

Метод ветвей и границ – одним из наиболее эффективных методов решения задачи о коммивояжере, алгоритм решений которых заключается не в полном, а частичном переборе вариантов, в организованном поиске оптимума. Суть метода заключается в разбиении множества допустимых решений на подмножества (как правило, подмножества определяются поэтапно), для каждого из которых определенным образом может быть установлена оценка (граница) достижения экстремума. Поиск решения продолжается каждый раз в том подмножестве решений (по той ветке), в котором потенциально может лежать лучшее решение.

В задаче о коммивояжере требование объехать все города по минимальному пути, проходящему один и только один раз через каждый город, и вернуться обратно, можно рассматривать как нахождение на графе гамильтонова контура минимальной длины.

Для практической реализации идеи метода ветвей и границ применительно к задаче коммивояжера Литтл нашел метод определения нижних границ подмножеств решений и разбиения множества гамильтоновых контуров на подмножества (ветвление).

В качестве нижней границы исходного множества G_0 решений Литтл предложил оценку $h = f(G_0) \le Z(X)$. Если считать, что матрица затрат оценивается в рублях, то оценка h для каждого из подмножеств будет отождествляться с той минимальной суммой рублей, ниже которой проезд по гамильтонову контуру невозможен. Эта оценка определяется через сумму минимальных тарифов на въезд в город и выезд из города в гамильтоновом контуре.

Разбиение множества G_0 контуров производится каждый раз на два подмножества: $G_1(ij)$ и G_1 (без ij). Во множестве контуров $G_1(ij)$ присутствует маршрут из города i в город j, во множестве G_1(без ij) – такого маршрута нет. Перспективным для рассмотрения подмножеством является то подмножество, для которого оценка такого маршрута $f(G_1(ij))$ или $f(G_1$(без ij) имеет меньшее значение.

Дуга (ij) для включения в гамильтоновый контур определяется через степень нулевого (беззатратного) элемента. Эта степень характеризует дополнительные затраты (штраф) на объезд маршрута (ij). Поэтому и выбирается дуга (ij) с наибольшей степенью нулевого элемента.

Процесс разбиения множества на подмножества сопровождается построением дерева ветвления.

2.3.5 Задачи упорядочения

Содержание

Задачи сетевого планирования и теории расписаний. Сетевой график в терминах работ и событий. Нумерация событий. Параметры сетевого графика. Графический и табличный способы расчета временных параметров сетевого графика. Критический путь. Анализ и оптимизация сетевых графиков. График Ганта и оптимизация распределения интенсивности потребления ресурсов.

Основные понятия теории расписаний. Задача директора.

Методические указания

В данном разделе рассматриваются методы решения задач сетевого планирования на графовых моделях (сетевых графиках) и даются вводные понятия теории расписаний на примере задачи составления расписания приема посетителей (задача директора).

Сетевой график – это ориентированный граф без контуров, дуги которого имеют одну или несколько числовых характеристик. Дугами изображают работы, а вершинами – события. Работа – любой трудовой процесс или действие, сопровождающееся затратами времени и ресурсов. Событие – итог того или иного процесса, результат выполнения предшествующих ему работ. Нумерация событий в сетевом графике производится послойно. Она связана с возможностью дальнейшего применения формализованных процедур расчета, анализа и оптимизации сетевого графика. Внутри слоя события могут нумероваться в произвольном порядке, но номера событий предшествующего слоя должны быть меньше номеров последующего. В слой попадают события, для которых нет непосредственных отношений предшествования (дуг).

После разработки сетевого графика производят расчет его параметров. Среди множества полных путей сетевого графика (от исходной вершины к конечной) особое значение имеет путь с наибольшей продолжительностью – *критический путь*. Работы, находящиеся на критическом пути, называют критическими. Критический путь лимитирует выполнение задачи в целом, поэтому любая задержка на критических работах увеличивает время всего процесса. Работы (как и события), не лежащие на критическом пути, имеют резервы времени их выполнения.

Выделяют следующие основные параметры сетевого графика [3] (табл. 2.2).

Таблица 2.2 – Параметры сетевого графика

<table>
<tr><td>Событие
i</td><td colspan="2">Раннее время $t_{\text{р}}(i)$</td><td colspan="2">Поднее время $t_{\text{п}}(i)$</td><td>Резерв
$R(i)$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Работа (i, j)</td><td>Раннее</td><td>Позднее</td><td>Раннее</td><td>Позднее</td><td rowspan="3">Резерв
$R(ij)$</td></tr>
<tr><td>$t_{\text{рн}}(ij)$</td><td>$t_{\text{пн}}(ij)$</td><td>$t_{\text{ро}}(ij)$</td><td>$t_{\text{по}}(ij)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Начало</td><td colspan="2">Окончание</td></tr>
</table>

$t_{\text{р}}(i)$ – раннее время свершения события i;

$t_{\text{п}}(i)$ – позднее время свершения события i;

$R(i)$ – резерв времени события i;

$t_{\text{рн}}(ij)$ – раннее время начала работы (i,j);

$t_{\text{пн}}(ij)$ – позднее время начала работы (i,j);

$t_{\text{ро}}(ij)$ – раннее время окончания работы (i,j);

$t_{\text{по}}(ij)$ – позднее время окончания работы (i,j);

$R(ij)$ – резерв времени работы (i,j).

Существует графический и табличный способы расчета параметров сетевого графика.

На практике получил широкое распространение четырех-секторный способ расчета ранних и поздних сроков свершения событий. При графическом способе кружок сетевого графика, обозначающий событие, делится на четыре сектора. В верхнем ставится номер события i, в левом – наиболее раннее, из возможных, время свершения события $t_{\text{р}}(i)$, в правом – наиболее позднее, из допустимых, время свершения события $t_{\text{п}}(i)$, в нижнем – резерв времени данного события $R(i)$.

Связь параметров сетевого графика для событий и работ показана в табл. 2.3.

Таблица 2.3 – Расчет параметров работ

Время	**Начало *i*** $\bullet\!\xrightarrow{t_{ij}}$ ***j* Окончание**	
Раннее	$t_{\text{рн}}(i,j) = t_{\text{р}}(i)$	$t_{\text{ро}}(i,j) = t_{\text{р}}(i) + t_{ij}$
Позднее	$t_{\text{пн}}(ij) = t_{\text{п}}(j) - t_{ij}$	$t_{\text{по}}(ij) = t_{\text{п}}(j)$

Резерв времени для работы $R(ij)$ определяется по формуле:

$$R(i,j) = t_{\text{по}}(ij) - t_{\text{ро}}(ij) = t_{\text{п}}(j) - t_{\text{р}}(i) - t_{ij} \ .$$

Табличным способом расчеты производятся в таблице размерностью $(n \times n)$, где n – число вершин. Строки и столбцы таблицы соответствуют событиям графика. Клетки главной диагонали таблицы (i,i) называют главными, а остальные – побочными. Для клеток, находящихся выше главной диагонали $(i < j)$, номер строки i соответствует номеру начального события, а номер столбца j – номеру конечного. Наоборот, для клеток, расположенных ниже главной диагонали $(i > j)$, начальному событию работы соответствует номер столбца j, а конечному – номер строки i.

Над главной диагональю заносится продолжительность выполнения работы (i,j), под главной диагональю – продолжительность выполнения работы (j,i), где i – номер строки, j – номер столбца.

Дальнейшее определение параметров в таблице сетевого графика производится в два этапа. На первом этапе (прямое движение к конечному событию) определяются параметры $t_{\text{ро}}(i,j)$ и $t_{\text{р}}(j)$.

Для конечного события n – $t_{\text{р}}(n) = t_{\text{п}}(n)$. На втором этапе (обратное движение к начальному событию) определяются параметры $t_{\text{пн}}(i,j)$ и $t_{\text{п}}(j)$. Эти параметры будут проставляться (см. табл. 2.4) соответственно выше главной диагонали для $t_{\text{ро}}(i,j)$, ниже главной диагонали – для $t_{\text{пн}}(i,j)$ и по главной диагонали – для $t_{\text{р}}(i)$, $t_{\text{п}}(i)$, $t_{\text{р}}(j)$, $t_{\text{п}}(j)$.

Таблица 2.4 – Табличный способ расчета

Обратный ход	Вершины	i	j	Прямой ход
$t_п(1) = t_р(1) = 0$ $t_п(i) = \min\limits_j \{t_{пн}(i, j)\}$	i	$t_р(i) \diagup t_п(i)$	$t_{ij} \diagup t_{ро}(i, j)$	$t_{ро}(i, j) = t_р(i) + t_{ij}$
$t_{пн}(i, j) = t_п(i) - t_{ij}$	j	$t_{ij} \diagup t_{пн}(i, j)$	$t_р(j) \diagup t_п(j)$	$t_р(j) = \max\limits_i \{t_{ро}(i, j)\}$ $t_р(n) = t_п(n)$

После расчета параметров сетевого графика его нужно оптимизировать. Обычно под оптимизацией понимается всякое улучшение комплекса работ с учетом сроков их выполнения и рационального использования различных ресурсов. В практических расчетах различают оптимизацию по критериям времени и стоимости.

Оптимизация по времени может быть проведена за счет сокращения продолжительности критического пути с учетом дополнительных ресурсов и без них (путем перераспределения ресурсов с некритических работ на критические). Оптимизация сетевого графика по стоимости заключается в минимизации расходования ресурсов (материальных, временных, финансовых) с учетом директивных сроков ввода объектов.

2.4 Моделирование многокритериальных задач принятия решений в условиях определенности

2.4.1 Задачи векторной оптимизации

Содержание

Постановка задач векторной оптимизации. Измерение альтернатив. Нормализация критериев. Формирование вектора предпочтения с использованием экспертных оценок. Основные схемы поиска компромиссных решений: равенство, уступки, выделение главного критерия, аддитивности. Человеко-машинная процедура выбора решений «STEM».

Методические указания

В задачах векторной оптимизации необходимо найти компромиссное решение x^c из области допустимых решений X, $x^c \in \mathrm{X}$, приводящее интегральный вектор эффективности $\mathrm{Y}(x)$ к экстремальному значению $x^c = \arg\max\limits_{x \in \mathrm{X}} \left[\mathrm{opt}(\mathrm{Y}(x), \lambda \right]$,

где opt – оператор оптимизации, определяющий принцип выбора решения;

$\mathrm{Y}(x) = \left(y_1(x), ..., y_m(x)\right)$ – вектор критериальных оценок решения x;

$\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_m)$ – вектор приоритета критериев.

Основными вопросами, возникающими при решении данного класса задач, являются выбор способа нормализации критериев, определение схемы поиска компромиссного решения, учет важности критериев, выбор шкалы измерения критериев и др. [8].

Если критерии измеряются в различных шкалах, то для получения единого критерия необходимо критерии отнормировать, перейти к абсолютной шкале измерения, выбрав соответствующий способ нормализации. Наибольшее распространение получили способы нормализации:

1) по идеальному вектору. Выбирается идеальный вектор качества, к которому необходимо стремиться $y^{\text{и}} = (y_1^{\text{и}}, y_2^{\text{и}}, ..., y_m^{n})$. Тогда отнормированное значение критерия $y_i^{\text{н}}$ будет равно $y_i^{\text{н}} = {y_i}/{y_i^{\text{н}}}$;

2) по отклонениям:

$$y_i^{\text{н}} = \frac{y_i - \min y_i}{\max y_i - \min y_i}; \;\; y_i^{\text{н}} = \frac{\max y_i - y_i}{\max y_i - \min y_i}.$$

Последняя формула нормировки по отклонениям приводит к инверсной оценке критерия (чем больше значение критерия

y_i, тем меньше значение $y_i^{\text{н}}$). Данные формулы позволяют согласовать направления экстремумов локальных критериев в глобальном интегральном критерии.

2.4.2 Аксиоматический подход в задачах принятия решений

Содержание

Функции полезности альтернатив. Аксиомы существования функций полезности. Аксиомы независимости критериев по полезности. Построение одномерных и многомерных функций полезности. Определение шкалирующих констант.

Методические указания

Аксиоматический подход к ЗПР базируется на проверке ряда аксиом для построения функции полезности альтернатив. Функция полезности может быть оценена на множестве альтернатив и на множестве критериев, при этом критерии могут быть взаимно независимыми либо зависимыми. Аксиомы делятся на две группы: аксиомы существования функции полезности и аксиомы независимости критериев.

Если выполняются аксиомы существования функции полезности альтернатив (аксиомы попарного сравнения альтернатив, транзитивности и растворимости) и существует линейный порядок предпочтения альтернатив $x_1 \succ x_2 \succ \ldots \succ x_n$ ($\succ$ – знак отношения строгого предпочтения), то можно построить функции полезности $u_i(x_i)$ такие, что

$$u_1(x_1) > u_2(x_2) > \ldots > u_n(x_n).$$

Пусть три альтернативы упорядочены ЛПР в порядковой шкале отношений $x_1 \succ x_2 \succ x_3$, следовательно $u_1(x_1) > u_2(x_2) > u_3(x_3)$. Усредненную альтернативу (иначе называют ее лотереей) двух крайних альтернатив x_1 и x_3 можно представить через вероятностную смесь $pu_1(x_1) + (1-p)u_3(x_3)$, в которой решение x_1 выбирается с вероятностью p , а решение x_3 с вероятностью $(1-p)$.

При $p \approx 1$ $pu_1(x_1) + (1-p)u_3(x_3) > u_2(x_2)$.

При малой вероятности *p*, наоборот, будет наблюдаться отношение $pu_1(x_1) + (1-p)u_3(x_3) < u_2(x_2)$.

Очевидно, что можно подобрать такое значение вероятности *p*, при котором лотерея (вероятностная смесь) будет эквивалентна решению x_2, т.е. выразить равенство предпочтений лотереи и решения x_2

$$pu_1(x_1) + (1-p)u_3(x_3) = u_2(x_2).$$

Если задать значения $u_1(x_1)$ и $u_3(x_3)$ в интервальной шкале (например, от 0 до 1), то можно определить $u_2(x_2)$. Данный подход можно распространить и на большее число альтернатив [9, 10, 11, 12, 13].

При наличии информации (количественной либо качественной) на множестве критериев $k_j \in K$, $j = \overline{1,m}$, характеризующей соответствующие альтернативы, для них могут быть построены функции полезности как по каждому критерию $v_j\ (k_j)$, так и по совокупности критериев [12].

В случае выполнения аксиом взаимной независимости критериев доказано существование аддитивной функции полезности:

$$U(K) = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j\, v_j\ (k_j),$$

где $U(K)$ – функция полезности альтернативы на множестве критериев *К*, $0 \le U(K) \le 1$;

$v_j\ (k_j)$ – функция полезности альтернативы по критерию k_j, $0 \le v_j\ (k_j) \le 1$, $j = \overline{1,m}$;

λ_j – вес *j*-го критерия, $\sum_{j=1}^{m} \lambda_j = 1$, $\lambda_j > 0$.

Практически для большого числа критериев проверка взаимной независимости по предпочтению критериев проверяется сравнением каждой пары критериев на независимость по предпочтению от своего дополнения. В случае невыполнения аксиом независимости критериев строятся кривые безразличия альтернатив, которые используются для обоснования выбора на базе методов компенсаций.

2.4.3 Задачи принятия решений на языке бинарных отношений и функций выбора

Содержание

Способы задания бинарных отношений. Свойства отношений. Отношения: Парето, мажоритарное, лексикографическое. Метод порогов несравнимости (ЭЛЕКТРА). Многокритериальная задача о назначениях. Функции выбора. Выбор с учетом числа доминируемых критериев, по методу идеальной точки.

Методические указания

Важным предположением в языке бинарных отношений является независимость предпочтения двух альтернатив от любой третьей. Бинарные отношения могут быть установлены на множестве альтернатив и множестве критериев. И в том и в другом случае для каждой пары сравниваемых объектов $x, y \in X$ некоторым образом можно установить, что один из них предпочтительнее другого либо они равноценны или несравнимы.

Существует следующие способы задания отношений:

1) непосредственное перечисление пар,

2) матричный,

3) графовый,

4) сечением.

На всем множестве объектов X могут быть установлены отношения эквивалентности и порядка (строгого и нестрогого порядка).

Отношение эквивалентности содержательно интерпретируется как взаимозаменяемость, одинаковость объектов. Часто отождествляют понятия эквивалентности, равноценности и несравнимости. Отношение эквивалентности порождает разбиение множества объектов на классы, объединяющие неразличимые объекты по одному либо группе критериев. *Отношение строго-*

го порядка может интерпретироваться как предпочтительность одного объекта по сравнению с другим, например, «лучше», «важнее», «старше» и т.д. Оно порождает строгое упорядочение по предпочтительности.

В случае строгого упорядочения объектов по предпочтительности П. Фишберном [12] доказана теорема о том, что можно построить функцию полезности $u(x)$ такую, что для $x_i \succ x_j \Rightarrow u(x_i) > u(x_j)$. Определение функции $u(x)$ позволяет перейти от языка бинарных отношений к критериальному языку, взяв $u(x)$ в качестве критериальной функции.

Отношение нестрогого порядка есть объединение отношений строгого порядка и эквивалентности, оно интерпретируется как предпочтительность либо эквивалентность объектов (x_i не хуже x_j). Отношение полного нестрогого порядка порождает строгое упорядочение классов эквивалентности объектов.

Альтернатива в ЗПР может быть представлена описанием в критериальном пространстве. Через критериальное пространство на множестве альтернатив можно установить бинарные отношения строгого предпочтения (отношение Парето), равноценности и несравнимости для равнозначных критериев. Обозначим:

$x = (x_1, x_2, ..., x_m)$ – вектор оценок альтернативы *x*;

$y = (y_1, y_2, ..., y_m)$ – вектор оценок альтернативы *y*.

Отношение Парето P

Объекты *x* и *y* находятся в отношении Парето *P* (строгого предпочтения), если для всех критериев оценки $x_i \geq y_i$, $i = \overline{1,m}$ и хотя бы по одному критерию *j* оценка $x_j > y_j$, $j = \overline{1,m}$.

$$x \,\mathrm{P}\, y \Rightarrow \left\{ (x_i \geq y_i,\ i = \overline{1,m}) \wedge (\exists j,\ x_j > y_j,\ j = \overline{1,m}) \right\}.$$

Отношение равноценности I

Объекты *x* и *y* находятся в отношении равноценности *I*, если для всех критериев оценки $x_i = y_i$, $i = \overline{1,m}$.

$$x \,\mathrm{I}\, y \Rightarrow \{x_i = y_i,\ i = \overline{1,m}\}.$$

Отношение несравнимости N

Объекты x и y находятся в отношении несравнимости N, если хотя бы по одному критерию i оценка $x_i > y_i$ и найдется другой критерий j, для которого оценка $x_j < y_j$.

$$x\mathrm{N}y \Rightarrow \left\{(\exists i,\ x_i > y_i,\ i=\overline{1,m}) \wedge (\exists j,\ x_j < y_j,\ j=\overline{1,m})\right\}.$$

Отношение Парето на всем множестве альтернатив позволяет установить множество предпочтительных (недоминируемых) альтернатив. Данное множество называют *множеством Парето*, внутри него выполняются отношения несравнимости. При необходимости же выбора из множества Парето более предпочтительных альтернатив следует привлекать дополнительные соображения: вводить новые отношения (например, мажоритарное, лексиграфическое и др.).

Выбор альтернатив в целом целесообразно производить в два этапа: определение множества Парето, затем определение подмножества более предпочтительных альтернатив из множества Парето.

На графах отношение строгого предпочтения изображается направленной стрелкой от более предпочтительного объекта к менее предпочтительному, отношение равноценности – встречными стрелками, отношение несравнимости – без стрелок.

Для несравнимых объектов дополнительные отношения можно установить по методу порогов несравнимости (ЭЛЕКТРА).

Если задано множество альтернатив X и имеется возможность наблюдать за поведением ЛПР в выборе наилучших решений и выявлять некоторые принципы его рационального поведения, то делаются попытки формализации этих принципов через функцию выбора *порядка* $C(X)$. Некоторые функции выбора на критериальном и языке бинарных отношений рассмотрены в [14, 15, 16].

В практике организационного управления весьма распространена задача принятия решения о распределении прав, обязанностей, работ, благ между членами коллектива, получившей название задачи о назначениях. Если однокритериальную задачу о назначениях можно решить известными методами оптимизации [3, 4], то многокритериальную задачу практически невозможно решить без участия ЛПР, ему необходимо определить наиболее близкие по своим оценкам (критериям) пары: «объект-субъект» [17]. Изложим процедуру решения задачи на примере.

Пусть $C_i (i = \overline{1,n})$ и $O_\nu (\nu = \overline{1,n})$ – множество субъектов и объектов. $C = \left(\overline{c_1}, \overline{c_2}, ..., \overline{c_i}, ..., \overline{c_n}\right)$ – множество оценок возможностей субъектов $i, i = \overline{1,n}$, где $\overline{c_i} = \left(c_i^1, c_i^2, ..., c_i^j, ..., c_i^m\right)$ – вектор оценок субъекта i по критериям $j, j = \overline{1,m}$, c_i^j – оценка i-го субъекта по критерию j.

$O = \left(\overline{o_1}, \overline{o_2}, ..., \overline{o_\nu}, ..., \overline{o_n}\right)$ – множество оценок потребностей (требований) объектов $\nu, \nu = \overline{1,n}$, где $\overline{o_\nu} = \left(o_\nu^1, o_\nu^2, ..., o_\nu^j, ..., o_\nu^m\right)$ – вектор оценок объекта ν по критериям $j, j = \overline{1,m}$, o_ν^j – оценка ν-го субъекта по критерию j.

Пусть решается задача распределения курсантов на практику в воинские подразделения. Оценки по критериям (теоретическая подготовка, техническая, боевая, строевая) приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5 – Значения оценок по критериям субъектов и объектов

Субъект	Критерии				Объект	Критерии			
	1	2	3	4		1	2	3	4
c_1	4	3	5	1	o_1	3	2	5	2
c_2	4	3	4	3	o_2	4	3	5	2
c_3	3	1	4	1	o_3	4	3	4	3

На первый объект может быть распределен один из трех курсантов, при этом приоритет распределения у курсантов будет зависеть от степени соответствия их оценок оценкам первого объекта. Аналогично для второго и третьего объектов. Можно получить информацию T_ν относительно каждого объекта

$\nu \ (\nu = \overline{1,3})$ о распределении курсантов $i \ (i = \overline{1,3})$ через индексы несоответствия возможностей курсантов потребностям воинских подразделений в виде матрицы индексов несоответствия $\left\| \ \overline{c_{i\nu}} \ \right\|$

$$\begin{array}{c|c|c|c|}
 & o_1 & o_2 & o_3 \\
\hline
c_1 & \overline{c_{11}} & \overline{c_{12}} & \overline{c_{13}} \\
\hline
c_2 & \overline{c_{21}} & \overline{c_{22}} & \overline{c_{23}} \\
\hline
c_3 & \overline{c_{31}} & \overline{c_{32}} & \overline{c_{33}} \\
\hline
\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{\uparrow} & \multicolumn{1}{c}{\uparrow} & \multicolumn{1}{c}{\uparrow} \\
\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{T_1} & \multicolumn{1}{c}{T_2} & \multicolumn{1}{c}{T_3}
\end{array}$$

$\overline{c_{i\nu}} = \left(c_{i\nu}^1, \ldots, c_{i\nu}^j, \ldots, c_{i\nu}^m\right)$ – вектор несоответствия возможностей субъекта i требованиям объекта ν, где $c_{i\nu}^j$ – индекс несоответствия пары $(i\nu)$ по критерию j.

$$c_{i\nu}^j = \begin{cases} 0, \text{ если } c_i^j - o_\nu^j \geq 0 & \text{(возможность выше потребности);} \\ o_\nu^j - c_i^j, \text{ иначе} & \text{(возможность ниже потребности).} \end{cases}$$

Тогда на основании информации $T_\nu : \overline{c_{1\nu}}, \overline{c_{2\nu}}, \overline{c_{3\nu}}$ можно установить бинарные отношения между субъектами c_1, c_2, c_3 в предположении, что они будут распределяться на объект o_ν:

- отношение строгого предпочтения (Парето)
  $$P - \overline{c_{i\nu}} \, P \, \overline{c_{p\nu}} \Leftrightarrow \left\{ \left(c_{i\nu}^j \leq c_{p\nu}^j, \ j = \overline{1,n}\right) \wedge \left(\exists \ k \neq j, \ c_{i\nu}^k < c_{p\nu}^k\right); \right.$$
- отношение эквивалентности
  $$I - \overline{c_{i\nu}} \, I \, \overline{c_{p\nu}} \Leftrightarrow \left\{ c_{i\nu}^j \leq c_{p\nu}^j, \ j = \overline{1,n}; \right.$$
- отношение несравнимости
  $$N - \overline{c_{i\nu}} \, N \, \overline{c_{p\nu}} \Leftrightarrow \left\{ \left(\exists \ j = \overline{1,n}, \ c_{i\nu}^j < c_{p\nu}^j,\right) \wedge \left(\exists \ k \neq j, \ c_{i\nu}^k > c_{p\nu}^k\right). \right.$$

Определим вектора $\overline{c_{i\nu}}$ и покажем отношения между субъектами по каждому объекту графически (рис. 2.5).

$$\overline{c_{11}} = (0;\ 0;\ 0;\ 1) \qquad \overline{c_{12}} = (0;\ 0;\ 0;\ 1) \qquad \overline{c_{13}} = (0;\ 0;\ 0;\ 2)$$

$$\overline{c_{21}} = (0;\ 0;\ 1;\ 0) \qquad \overline{c_{22}} = (0;\ 0;\ 1;\ 0) \qquad \overline{c_{23}} = (0;\ 0;\ 0;\ 0)$$

$$\overline{c_{31}} = (0;\ 1;\ 1;\ 1) \qquad \overline{c_{32}} = (1;\ 2;\ 1;\ 1) \qquad \overline{c_{33}} = (1;\ 2;\ 0;\ 2)$$

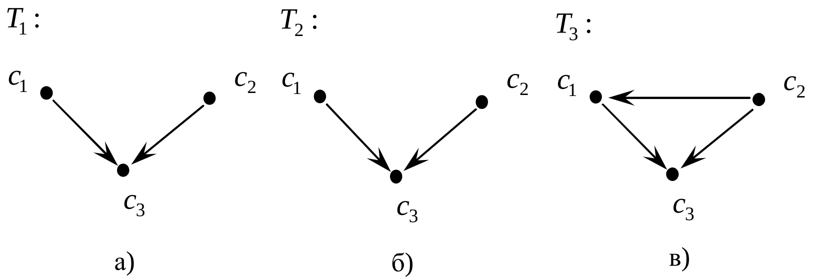


Рис. 2.5 – Графы отношений T_1, T_2, T_3 между субъектами относительно объектов o_1 (а), o_2 (б) и o_3 (в)

Рассмотрим распределение курсантов с другой позиции. Определенный курсант может быть распределен на один из трех объектов, при этом предпочтение будет отдаваться тому объекту, у которого степень соответствия требований возможностям курсанта будет выше относительно других объектов.

Информацию S_i относительно каждого курсанта $i\,(i=\overline{1,3})$ о приоритетном предоставлении мест практики можно получить через матрицу индексов соответствия требований воинских подразделений возможностям курсанта $\left\| \overline{o_{i\nu}} \right\|$

	c_1	c_2	c_3
o_1	$\overline{o_{11}}$	$\overline{o_{12}}$	$\overline{o_{13}}$
o_2	$\overline{o_{21}}$	$\overline{o_{22}}$	$\overline{o_{23}}$
o_3	$\overline{o_{31}}$	$\overline{o_{32}}$	$\overline{o_{33}}$
	$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$
	S_1	S_2	S_3

$\overline{o_{\nu i}} = \left(o_{\nu i}^1, ..., o_{\nu i}^j, ..., o_{\nu i}^m\right)$ – вектор соответствия требований ν-го объекта возможностям i-го субъекта, где $o_{\nu i}^j$ – индекс соответствия пары (νi) по критерию j.

Определим $o_{\nu i}^j = -c_{i\nu}^j$ как j-ю компоненту вектора $\overline{o_{\nu i}}$, характеризующего соответствие между характеристиками ν-го объекта и i-го субъекта.

На основании информации $S_i : \overline{o_{1i}}, \overline{o_{2i}}, \overline{o_{3i}}$ можно установить бинарные отношения между объектами o_1, o_2, o_3 относительно субъекта c_i в предположении, что они наиболее полно позволят реализовать на практике его возможности:

- отношение строгого предпочтения

$$P - \overline{o_{\nu i}}\, P\, \overline{o_{ti}} \Leftrightarrow \left\{ \left(o_{\nu i}^j \geq o_{ti}^j,\ j = \overline{1,n}\right) \wedge \left(\exists\, k \neq j,\ o_{\nu i}^k > o_{ti}^k\right);\right.$$

- отношение эквивалентности

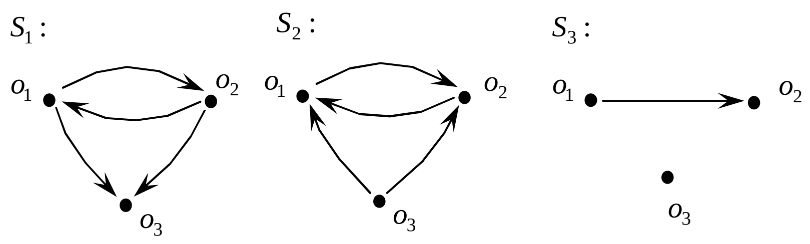
$$I - \overline{o_{\nu i}}\, I\, \overline{o_{ti}} \Leftrightarrow \left\{ o_{\nu i}^j = o_{ti}^j,\ j = \overline{1,n};\right.$$

- отношение несравнимости

$$N - \overline{o_{\nu i}}\, N\, \overline{o_{ti}} \Leftrightarrow \left\{ \left(\exists\, j = \overline{1,n},\ o_{\nu i}^j > o_{ti}^j,\right) \wedge \left(\exists\, k \neq j,\ o_{\nu i}^k < o_{ti}^k\right).\right.$$

Определим вектора $\overline{o_{\nu i}}$ для нашего примера и покажем отношения между объектами по каждому субъекту графически (рис. 2.6).

$\overline{o_{11}} = (0;\ 0;\ 0;\ -1)$	$\overline{o_{12}} = (0;\ 0;\ -1;\ 0)$	$\overline{o_{13}} = (0;\ -1;\ -1;\ -1)$
$\overline{o_{21}} = (0;\ 0;\ 0;\ -1)$	$\overline{o_{22}} = (0;\ 0;\ -1;\ 0)$	$\overline{o_{23}} = (-1;\ -2;\ -1;\ -1)$
$\overline{o_{31}} = (0;\ 0;\ 0;\ -2)$	$\overline{o_{32}} = (0;\ 0;\ 0;\ 0)$	$\overline{o_{33}} = (-1;\ -2;\ 0;\ -2)$



а) *б*) *в*)

Рис. 2.6 – Графы отношений S_1, S_2, S_3 между объектами относительно субъектов c_1 (*а*), c_2 (*б*) и c_3 (*в*)

Для определения пар «объект-субъект» проанализируем графы отношений субъектов T_ν и объектов S_i. В графах будем послойно выделять вершины, над которыми нет доминирующих вершин (в эти вершины не входят однонаправленные дуги). В каждый слой будут входить вершины с отношениями либо эквивалентности, либо несравнимости. Вершины первого слоя будут доминировать над вершинами второго слоя, второго – над вершинами третьего и т.д. Несравнимым вершинам первого слоя присваивают индекс N_1, эквивалентности – I_1, для второго слоя соответственно присваивают индексы N_2, I_2 и т.д.

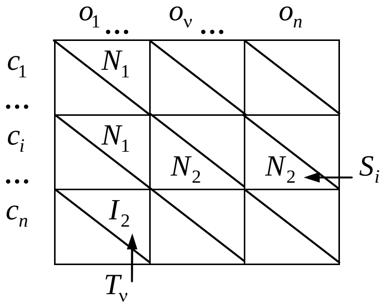


Рис. 2.7 – Матрица сходства

Всю информацию, полученную при послойном выделении вершин, занесем в таблицу сходства (рис. 2.7). Строкам матрицы сходства соответствуют субъекты, столбцам – объекты.

В каждой клетке матрицы сходства проставляются индексы в верхней ее части – из графа несоответствия T_ν, в нижней ее части – из графа соответствия S_i.

Очевидному индексу соответствует клетка матрицы сходства с индексами $I_1 \backslash I_1$. В случае, если имеются такие клетки, делается идеальное назначение и понижается размерность задачи.

После понижения размерности задачи необходимо вернуться к графам T_ν и S_i и опять составить матрицу сходства. Если в матрице сходства нет клеток «$I_1 \backslash I_1$», то для назначения необходимо обратиться к ЛПР за дополнительной информацией.

Для наших графов отношений матрица сходства будет иметь вид

	o_1	o_2	o_3
c_1	N_1 / I_1	N_1 / I_1	I_2 / I_2
c_2	N_1 / I_2	N_1 / I_2	I_1 / I_1
c_3	I_2 / N_1	I_2 / I_2	I_3 / N_1

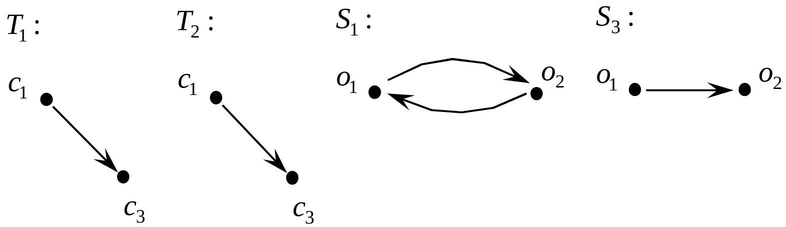


Рис. 2.8 – Графы отношений между субъектами и объектами

Идеальное назначение «$c_2 - o_3$», понижаем размерность задачи (не учитываем далее субъект второй и объект третий) и обращаемся к графам отношений, не учитывая в них c_2 и o_3. Получим новые графы отношений (рис. 2.8).

Строим матрицу сходства:

	o_1	o_2
c_1	I_1 / I_1	I_1 / I_1
c_3	I_2 / I_1	I_2 / I_2

Идеальное назначение либо «$c_1 - o_1$», а далее назначение «$c_3 - o_2$», либо назначения «$c_1 - o_2$» и «$c_3 - o_1$».

Таким образом, возможны варианты решения задачи:

1) «$c_2 - o_3$», «$c_1 - o_1$», «$c_3 - o_2$»;
2) «$c_2 - o_3$», «$c_1 - o_2$», «$c_3 - o_1$».

2.5 Задачи принятия решений при неполной информации

2.5.1 Формализация системы предпочтений в задачах принятия решений

Содержание

Предпочтения лица, принимающего решения (ЛПР) на множестве критериев, множестве альтернатив, множестве состояний внешней среды. Учет влияния внешней среды. Схемы получения интегральной оценки альтернатив. Измерения предпочтений решений. Шкалы измерений. Расплывчатое описание альтернатив. Операции над расплывчатыми множествами. Экспертные методы определения предпочтений объектов: ранжирование, парное сравнение, непосредственная оценка, последовательное сравнение. Метод Черчмена-Акоффа.

Методические указания

Полученная в процессе подготовки решения информация о множестве целей, критериев их достижения, приоритетов целей и критериев, значений (качественных или количественных оценок) критериев по оцениваемым альтернативам в предполагаемых возможных ситуациях их реализации уменьшает неопределенность задачи и обеспечивает условия для выбора оптимального решения.

Оценка альтернатив $x \in \mathrm{X}$ производится на базе возможной информации о критериях $k \in \mathrm{K}$ и предполагаемых состояниях внешней среды $e \in \mathrm{E}$ при реализации этих альтернатив (табл. 2.6).

Таблица 2.6 – Информация для оценки альтернатив

Критерии K		Состояния E	
Мощность K	Шкала измерения	Мощность E	Описание E
Один критерий	Качественная (ранговая)	Одно состояние	Определенность
Много критериев	Количественная	Много состояний	Риск Неопределенность

Наличие и отсутствие той или иной информации позволяет выделить характерные типы индивидуальных задач принятия решений [9].

1. Один критерий *k*, качественные и (или) количественные оценки измерения альтернатив, одно состояние внешней среды *e*.

Для таких задач принятия решений в условиях определенности каждой альтернативе $x_i, i = \overline{1, m}$ соответствует однозначно исход $y(x_i)$, измеренный по критерию *k* (табл. 2.7).

Таблица 2.7 – Тривиальная ЗПР

Альтернатива	Исход
x_1	$y(x_1)$
. . .	. . .
x_i	$y(x_i)$
. . .	. . .
x_m	$y(x_m)$

Наилучшей альтернативой будет считаться альтернатива x_e^*, у которой исход $y(x_e^*)$ будет принимать экстремальное значение

$$x_e^* = \arg\max_{x_i}(\min)\, y(x_i).$$

2. Много критериев $k_q \in \mathrm{K}$, $q = \overline{1, n}$, качественная и (или) количественная шкала измерения критериев, одно состояние внешней среды *e*.

Для таких многокритериальных ЗПР в условиях определенности исход альтернативы x_i оценивается через критериальные оценки $y(x_i, k_q), q = \overline{1, n}$ (табл. 2.8).

Таблица 2.8 – Задача векторной оптимизации

Альтернатива	Исход				
	k_1	$\cdots$	k_q	$\cdots$	k_n
x_1	$y(x_1,k_1)$	$\cdots$	$y(x_1,k_q)$	$\cdots$	$y(x_1,k_n)$
. . .	. . .	...	. . .	...	. . .
x_i	$y(x_i,k_1)$	$\cdots$	$y(x_i,k_q)$	$\cdots$	$y(x_i,k_n)$
. . .	. . .	...	. . .	...	. . .
x_m	$y(x_m,k_1)$	$\cdots$	$y(x_m,k_q)$	$\cdots$	$y(x_m,k_n)$

Для определения наилучшей альтернативы следует перейти к одной (ранговой либо абсолютной) шкале измерения критериев. Далее следует свернуть критерии в один и перейти к тривиальной задаче, рассмотренной выше. Либо применить известные схемы поиска компромиссных решений задач векторной оптимизации, либо применить известные методы решения многокритериальных ЗПР на основе четкого и нечеткого отношения предпочтения альтернатив (например, методы порогов несравнимости «Электра»), нечетких бинарных отношений [10, 11, 12, 13, 18,19].

3. Один критерий *k*, качественная или количественная шкала измерения, много состояний внешней среды $e_j \in E,\ j=\overline{1,n}.$

Реализация альтернативы x_i, оцениваемой по критерию *k* в зависимости от ситуации e_j, может привести к исходу $y(x_i,e_j)$ (табл. 2.9).

Оценку исходов приводят к одной шкале измерения. Если известны вероятности $p_j(e_j)$ наступления ситуаций e_j, то определение наилучшей альтернативы может быть произведено через критерии выбора решений в условиях риска (например, по критерию Байеса). При отсутствии информации о вероятностях $p_j(e_j)$ в зависимости от наличия или отсутствия дополнительной информации о предпочтениях наступления ситуаций, от активности поведения (противодействия) элементов внешней среды применяют соответствующие способы выбора альтернатив. Эти способы описаны в [9, 15, 16, 17, 18].

Таблица 2.9 – Задача ПР в условиях риска и неопределенности

Альтернатива	Исход				
	e_1	$\cdots$	e_j	$\cdots$	e_n
x_1	$y(x_1, e_1)$	$\cdots$	$y(x_1, k_j)$	$\cdots$	$y(x_1, e_n)$
. . .	. . .	...	. . .	...	. . .
x_i	$y(x_i, e_1)$	$\cdots$	$y(x_i, e_j)$	$\cdots$	$y(x_i, e_n)$
. . .	. . .	...	. . .	...	. . .
x_m	$y(x_m, e_1)$	$\cdots$	$y(x_m, e_j)$	$\cdots$	$y(x_m, e_n)$

4. Много критериев $k_q \in \mathrm{K}, q = \overline{1, e},$ качественная и (или) количественная шкала измерения критериев, много состояний внешней среды $e_j \in \mathrm{E}, j = \overline{1, n}.$

Реализация альтернативы $x_i,$ оцениваемой по критериям $k_q, q = \overline{1, e}$ в ситуации $e_j, j = \overline{1, n}$ может привести к исходу $y(x_i, e_j, k_q).$ Для определения наилучшей альтернативы в зависимости от конкретной постановки ЗПР реализуют один из подходов:

1) по каждой альтернативе $x_i, i = \overline{1, m}$ и по каждой ситуации $e_j, j = \overline{1, n}$ получают методом свертки критериев критериальную оценку $y(x_i, e_j)$ и переходят к рассмотренной выше типовой задаче 3;

2) по каждой альтернативе $x_i, i = \overline{1, m}$ и по каждому критерию $k_q, q = \overline{1, e}$ получают среднестатистическую оценку исхода

$y(x_i, k_q)$, затем переходят к рассмотренной выше типовой задаче 2.

2.5.2 Задачи принятия решений в условиях риска и неопределенности

Содержание

Классификация задач ПР в условиях риска и неопределенности. Физическая неопределенность состояний внешней среды.

Основные критерии выбора решений в условиях риска. Критерии Байеса, минимальной дисперсии, максимальной уверенности в получении заданного результата, модальный.

Принятие решений в условиях линейного порядка предпочтения наступления состояний внешней среды, на основе байесового множества вероятностей предпочтительности альтернатив. Принятие решений в условиях активного противодействия внешней среды. Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица.

Принятие решений при раслывчатой неопределенности. Расплывчатые множества. Операции на расплывчатых множествах. Примеры решения задач.

Методические указания

Неопределенность ЗПР в общем связана с физической неопределенностью и лингвистической неопределенностью.

Физическая неопределенность может быть связана как с наличием во внешней среде нескольких состояний и возможностей, каждая из которых случайным образом становится действительностью (стохастическая неопределенность), так и с неточностью измерений вполне определенной величины (ситуация неточности).

Лингвистическая неопределенность связана с использованием естественного языка (в частном случае – профессионального языка ЛПР) для описания задачи ПР. Лингвистическая неопределенность порождается, с одной стороны, множественностью значений слов (понятий и отношений) языка, которую условно называют полисемией, а с другой стороны, неоднозначностью смысла фраз**.**

Для задач принятия решений в условиях риска задан закон описания состояний внешней среды в виде распределения вероятностей на множестве этих состояний. Для их решения могут быть использованы методы теории статистических решений [20].

Наибольшей популярностью пользуются следующие критерии ПР.

1. ***Критерий Байеса***

Обозначим $B_i(p, x_i) = \sum_j p_{ij}\, y_{ij}$ – математическое ожидание значений оценочного функционала при выборе стратегии x_i. В соответствии с критерием Байеса стратегия x_k^* оптимальна, если $B_k(p, x_k^*) = \max_i B_i(p, x_i)$, т.е. $x_k^* = \arg\max_i B_i(p, x_i)$. Этот критерий обеспечивает выбор альтернатив с максимальной *средней* «полезностью» (например, средним доходом).

2. ***Критерий минимума дисперсии оценочного функционала***

Пусть $\delta_i^2(p, x_i) = \sum_{j=1}^{m} p_{ij}[y_{ij} - B_i(p, x_i)]^2$. Оптимальная стратегия x_k^* выбирается исходя из условия $x_k^* = \arg\min_i \delta_i^2(p, x_i)$.

3. ***Критерий максимума уверенности в получении заданного дохода***

Пусть α – некоторый порог, ниже которого уменьшать полезность нецелесообразно.

Обозначим $E_{\alpha,i}$ – множество состояний внешней среды, при которых обеспечивается выполнение неравенства $y_{ij} \geq \alpha$.

$$E_{\alpha,i} = \bigcup_j e_j(y_{ij} \geq \alpha | x_i).$$

Вероятность выполнения этого неравенства при условии использования стратегии x_i:

$$P_{\alpha,i} = P(y_{ij} \ge \alpha \big| x_i) = P(e_j \in E_{\alpha,i}) = \sum_{e_j \in E_{\alpha,i}} p_j \ ,$$

где p_j – вероятность наступления события e_j.

Оптимальная стратегия определяется условием

$$x_k^* = \arg\max_i P(y_{ij} \ge \alpha \big| x_i) \ .$$

4. ***Модальный критерий***

ЛПР при выборе альтернативы ориентируется на наиболее вероятное состояние среды.

В случае, если ни один из критериев не удовлетворяет ЛПР, то оно может произвести субъективизацию матрицы исходов с целью получения адекватной модели оценки альтернатив по соответствующим критериям выбора.

Если в задачах принятия решений неизвестны вероятности наступления событий, то ЛПР пытается получить дополнительную информацию о порядке предпочтения наступления состояний внешней среды, об активности ее противодействия ЛПР и другую информацию, использование которой позволит уменьшить риск принятия «плохого» решения.

В случае наличия информации о порядке предпочтения наступления состояний внешней среды используют подход сведения задачи к ЗПР в условиях риска.

Алгоритм решения задачи состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Установить отношение порядка E^1 на множестве E состояний внешней среды.

Шаг 2. Найти точечную оценку распределения вероятностей состояния внешней среды, т.е. некоторое конкретное распределение $p^0 = (p_1, ..., p_n)$, удовлетворяющее введенному на первом шаге отношению порядка E^1.

Шаг 3. Для найденной точечной оценки найти оптимальную альтернативу по одному из критериев (или их группе), используемых для ПР в условиях риска.

Шаг 4. Проверить, является ли найденное решение оптимальным для всех других распределений $p \ne p^0$, но удовлетворяющих данной системе отношений порядка E^1. Если «да», то решение принимается, иначе – перейти к следующему шагу.

Шаг 5. Наложить на распределение p^0 дополнительные условия (их характер рассмотрен ниже) и проверить их выполнение. Если эти условия выполнены, то решение принимается, иначе – ввести дополнительные отношения порядка в E^1 и вернуться к шагу 2.

В случае наличия информации об активности противодействия внешней среды используют следующие критерии:

1) *максиминный критерий Вальда*, в соответствии с которым ЛПР выбирает такую стратегию, что при любом состоянии внешней среды обеспечивается доход не меньше некоторой гарантированной величины (принцип наибольшего гарантированного результата): $W(x^*) = \max\limits_i \min\limits_j y_{ij}$;

2) *критерий минимаксный Сэвиджа*, при использовании которого минимизируются максимальные значения риска r_{ij} или сожаления c_{ij}: $S(x^*) = \min\limits_i \max\limits_j r_{ij}$, $C(x^*) = \min\limits_i \max\limits_j c_{ij}$.

3) *критерий Гурвица* учитывает, в отличие от критерия Вальда и Сэвиджа, лишь частичный антагонизм внешней среды

$$\varphi(x_i, \lambda) = \lambda \min_j y_{ij} + (1-\lambda) \max_j y_{ij},$$

где λ – показатель Гурвица. $\max\limits_i \varphi(x_i, \lambda) = \varphi(x^*, \lambda)$. При $\lambda = 1$ получаем критерий Вальда.

В случае лингвистической неопределенности применяют методы принятия решений на базе нечетких множеств.

2.6 Групповой выбор в задачах принятия решений

Содержание

Постановка задачи группового выбора. Кооперативный и коалиционный выбор.

Принципы группового выбора: большинства голосов, диктатора, де Кондорсе, Борда.

Принципы оптимальности Курно, Парето. Парадоксы голосования. Аксиомы Эрроу.

Методические указания

В целом под групповым выбором понимается процедура принятия коллективного решения на основе согласования индивидуальных предпочтений членов группы. Это согласование производится на основе принципа группового выбора, который определяет правило согласования и выбора наилучшего решения.

Кооперативный выбор предполагает наличие в качестве участника группового выбора членов группы с непротивоположными (совпадающими) интересами, в то время как коалиционный выбор предполагает наличие в качестве участника группового выбора членов группы (коалиций) с несовпадающими интересами.

Оценка решений в коалиции представляет собой вектор индивидуальных предпочтений членов коалиции. Для образования единого группового предпочтения необходимо согласовать индивидуальные предпочтения в коалициях, а затем – коалиционные решения в виде единого решения, по некоторым принципам группового выбора. Наибольшее распространение получили принципы коллективного выбора, такие как принцип большинства голосов, принцип диктатора, принцип де Кондорсе [9, 22, 23].

Принцип большинства голосов утверждает, что групповое предпочтение должно соответствовать предпочтению коалиции, которая имеет число голосов, превышающих некоторый порог. Если порог равен половине участников группового ЛПР (51 %), то говорят о принципе простого большинства голосов, при пороге в ¾ голосов – о принципе подавляющего большинства голосов, при пороге близком к 100 % – о принципе абсолютного большинства, при пороге в 100 % – о принципе единогласия (консенсуса).

В соответствии с *принципом диктатора* в качестве группового предпочтения принимается предпочтение одного лица группы (коалиции).

Принцип де Кондорсе состоит в следующем: кандидат, который побеждает при сравнении один на один с любым из других кандидатов, является победителем на выборах. Согласно методу Борда результаты голосования выражаются в виде числа баллов, набранных каждым из кандидатов. Если число кандидатов равно n, то за первое место присуждается n баллов, за второе – $(n-1)$ балл, за последнее – один балл.

На сегодняшний день эти и другие предлагаемые системы голосования обладают недостатками. При определенных условиях системы голосования могут привести к парадоксам, таким как нетранзитивному отношению группового выбора (парадокс де Кондорсе), к различным результатам выборов (парадоксы выбора по большинству голосов, по методу Борда). Практика голосования показывает, что парадоксы при голосовании не возникают лишь в случае, когда победитель определяется по принципу большинства голосов в кооперативном выборе при пороге 51 % и выше.

Принципы оптимальности Курно и Парето применимы при выборе в группах с несовпадающими интересами. Принцип оптимальности Курно отражает индивидуальную рациональность: ни одному участнику коалиции группового ЛПР в отдельности невыгодно менять своего решения за неимением лучшего. По принципу Парето группа может улучшать свои решения без несения ущерба каждому участнику. Этот принцип применим при сильной зависимости всех участников группового ЛПР.

Кеннет Эрроу из Стенфордского унивеситета (1951 г.) задался вопросом о возможности создания системы голосования, которая бы одновременно удовлетворяла трем принципам: рациональности (без противоречий, отсутствия нетранзитивности), демократичности (один человек – один голос) и разрешимости (позволяла осуществить выбор). Такую систему он не предложил, но разработал набор требований, аксиом, которым эта система должна удовлетворять: аксиома 1 – аксиома универсальности; аксиома 2 – аксиома единогласия; аксиома 3 – аксиома независимости от несвязанных альтернатив; аксиома 4 – аксиома полноты; аксиома 5 – условие транзитивности.

Определив пять аксиом желаемой системы голосования, Эрроу в то же время показал, что системы, удовлетворяющие этим аксиомам, обладают с точки зрения демократических свобод недопустимым недостатком: для выполнения аксиоматических требований они предполагают участие личности (диктатора), навязывающей всем остальным избирателям свои предпочтения. Требование же исключения диктатора приводит к невозможности создания системы голосования, удовлетворяющей всем аксиомам Эрроу. Поэтому результат Эрроу называют «теоремой невозможности».

3 ЗАДАНИЯ НА КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ. РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ

3.1 Общие сведения

Данное руководство содержит материал, необходимый для выполнения студентами индивидуальных контрольных заданий по курсу «Разработка управленческих решений», включает краткие методические указания по решению задач соответствующего класса с примером решения и (или) ссылкой на литературу, в которой имеются необходимые сведения. Раздел завершается задачами и упражнениями для индивидуального выполнения. Задачи нумеруются цифрой, означающей номер варианта задания.

3.2 Контрольная работа №1

Моделирование однокритериальных задач принятия решений в условиях определенности.

Контрольная работа состоит из двух заданий.

Задание 1.

По содержательной постановке задачи необходимо построить математическую оптимизационную модель и графическим способом найти её решение.

Варианты задания 1 для выполнения контрольной работы №1

- ***варианты с №1 по №5***

Деревообрабатывающая фабрика получает в месяц два типа лесоматериала: сосну и ель. Из этих материалов изготавливаются два вида фанеры: А и В. Исходные данные к задаче представлены в табл.1. Обозначения объемов получаемого лесоматериала, расходов их на производство одного кв. метра фанеры соответствующих видов прибыли от продажи одного кв. метра фанеры приводятся в таблице 3.2. Необходимо определить план производства фанеры на месяц, обеспечивающий фабрике максимальную прибыль. Сформулируйте задачу как задачу линейного программирования и получите решение графическим способом.

Таблица 3.1 – Исходные данные для вариантов 1–5

Вариант	b1	b2	a11	a12	a21	a22	c1	c1
1	100	50	0,01	0,02	0,01	0,05	20	30
2	100	100	0,01	0,015	0,03	0,04	30	20
3	50	100	0,02	0,01	0,04	0,03	30	30
4	60	80	0,02	0,02	0,01	0,03	40	20
5	80	60	0,03	0,03	0,01	0,02	50	60

Таблица 3.2 – Условные обозначения

Тип лесоматериала	Объем получаемого лесоматериала (куб.м)	Расход лесоматериала (куб.м/кв.м) на производство фанеры А	Расход лесоматериала (куб.м/кв.м) на производство фанеры В
Сосна	b1	a11	a12
Ель	b2	a21	a22
Прибыль от продажи фанеры (руб/кв.м)		c1	c2

- ***варианты с №5 по №10***

Для приготовления комбикорма совхоз может закупить зерно 2-х сортов, отличающихся друг от друга содержанием питательных компонентов. Для обеспечения нормального питания скота в течение планируемого периода комбикорм должен содержать не менее bj единиц питательного компонента j-го типа (j=1,n). Одна тонна зерна i-го сорта стоит Ri рублей и содержит aij единиц питательного компонента j-го типа. Складские помещения позволяют хранить не более А тонн зерна. Определить, какое минимальное количество средств должен вложить совхоз в закупку зерна, чтобы обеспечить заданную питательность комбикорма с учетом емкости складских помещений.

Сколько зерна каждого сорта необходимо закупить, если A=7000 тонн?

Таблица 3.3 – Исходные данные для вариантов 6–10

Вариант	b1	b2	a11	a12	a21	a22	R1	R2
6	100	50	0,01	0,02	0,01	0,05	20	30
7	100	100	0,01	0,015	0,03	0,04	30	20
8	50	100	0,02	0,01	0,04	0,03	30	30
9	60	80	0,02	0,02	0,01	0,03	40	20
10	80	60	0,03	0,03	0,01	0,02	50	60

Указания. Рассмотрим ***графический способ решения задачи*** линейного программирования на примере.

Пример

Найти графически максимум (минимум) целевой функции следующей ЗЛП:

$$Z(X) = -x_1 - x_2; \tag{3.1}$$

$$x_1 + x_2 \le 2; \tag{3.2}$$

$$2x_1 + x_2 \ge 6; \tag{3.3}$$

$$x_1 \le 4; \tag{3.4}$$

$$x_1, x_2 \ge 0. \tag{3.5}$$

Решение.

Ограничения (3.2)–(3.4) представляют выпуклое множество допустимых решений (МДР), вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции, указывает направление максимизациии $Z(X)$. Начало вектора – точка (0; 0), конец – точка (–1; –1).

Для определения направления штриховки берут точку (0, 0) и подставляют ее координаты в соответствующее ограничение (3.2)–(3.4). Полуплоскость с точкой (0, 0) заштриховывается, если выполняется соответствующее ограничение. Пересечение всех заштрихованных полуплоскостей образует МДР.

Проведем основную прямую $Z(X)$ = $x_1 - x_2 = 0$ (расположенную перпендикулярно вектору-градиенту) и будем перемещать ее параллельно самой себе в направлении максимизации (минимизации), пока она имеет хотя бы одну общую точку с МДР. Нетрудно увидеть, что максимум целевой функции достигается в точке $M1$ с координатами (3; 0) и минимум – на отрезке $M2$–$M3$. Полученное решение запишем:

$$\max: \ x_1 = 3; \ \ x_2 = 0; \ Z(X) = -3.$$

$$\min: \ x_1 = [1;4]; \ x_2 = 5 - x_1; \ Z(X) = x_1 - x_2 = -5.$$

Задание 2.

По содержательной постановке задачи необходимо построить математическую оптимизационную модель и найти решение одним из известных алгоритмов.

Варианты задания 2 для выполнения контрольной работы №1

Трем деревообрабатывающим фабрикам поставляется лесоматериал из двух различных регионов. Возможности поставщиков равны a1 и a2 (куб.м), потребности фабрик соответственно равны b1, b2, b3 (куб.м) и представлены в табл. 3.4. Известны затраты на перевозку одного кубометра леса от поставщиков к потребителям (задаются в виде матрицы затрат в рублях с элементами c_{ij}, i=1,2; j=1,2,3 – в табл. 3.5.). Найти оптимальный план перевозок лесоматериала.

- ***Варианты с №1 по № 10***

Таблица 3.4 – Данные для поставщиков и потребителей

вариант	a1	a2	b1	b2	b3
1	10	5	7	2	6
2	5	10	2	3	10
3	8	7	7	2	6
4	7	8	2	3	10
5	4	11	5	5	5
6	10	10	10	5	5
7	12	8	5	5	10
8	8	12	10	2	8
9	5	15	7	7	6
10	15	5	6	9	5

Таблица 3.5 – Матрица затрат на перевозку лесоматериала

Вариант	с 11	с 12	с 13	с 21	с 22	с 23
1	30	20	10	40	20	20
2	40	30	50	25	30	40
3	30	30	20	40	50	20
4	20	10	20	90	80	70
5	30	70	70	20	30	40
6	40	20	20	30	20	10
7	25	30	40	40	30	50
8	40	50	20	30	30	20
9	90	80	70	20	10	20
10	20	30	40	30	70	70

Указания. Наибольшее применение для решения транспортных задач линейного программирования (ТЗЛП) нашли метод потенциалов, распределительный метод. Опорное решение ТЗЛП можно находить любым из предлагаемых методов [2, 3], при этом не забывайте контролировать себя на количество заполненных клеток в матрице перевозок. Их число, т.е. число базисных переменных, должно быть равно $m + n - 1$, где m – число поставщиков, n – число потребителей. При выполнении задания укажите метод решения, формулы для подсчета оценки оптимальности решения.

3.3 Контрольная работа №2

Задачи сетевого планирования и управления.

Задание.

Для проведения выборов в местные органы власти кандидатом составлен список работ (таблица 3.6), которые следует выполнить до дня выборов. Некоторые работы могут выполняться одновременно. Необходимо составить сетевой график выполнения работ (в терминах событий), пронумеровать события сетевого графика послойно и рассчитать <u>табличным способом</u> основные его параметры (раннее и позднее время свершения события, раннее и позднее время свершения начала и окончания работы, резерв времени работы) и определить критический путь.

Варианты для выполнения контрольной работы №2

Таблица 3.6 – Список работ кандидата

Наименование работы	Варианты заданий (продолжительность – в днях)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Сбор подписей для регистрации кандидата	10	20	30	25	30	22	40	35	45	40
Прохождение регистрации	1	1	2	7	7	5	7	6	7	10
Составление программы развития региона	30	20	40	30	25	30	25	25	30	35
Составление плана предвыборной кампании	5	7	7	5	6	7	3	5	6	7
Выступление перед избирателями района 1	1	3	5	4	5	3	5	4	5	5
Выступление перед избирателями района 2	1	2	4	3	2	1	4	3	4	5
Выступление перед избирателями района 3	1	1	3	2	3	1	2	4	4	3
Выступление 1 по телевидению	1	1	1	1	2	1	2	2	2	2
Выступление 2 по телевидению	1	1	1	1	1	1	2	2	2	1
Подготовка материала для публикации в печать	3	2	3	4	4	3	2	4	5	5
Встреча с журналистами	1	2	3	2	1	2	2	3	3	3

3.4 Контрольная работа № 3

Многокритериальные задачи принятия решений

Контрольная работа состоит из трёх заданий.

Задание 1. *Решение многокритериальной задачи о назначениях.*

Решить многокритериальную задачу о назначениях наиболее близких по своим характеристикам трёх пар «субъект-объект». Субъекты и объекты характеризуются совокупностью оценок по 3-м критериям в пятибалльной шкале измерений (табл. 3.7).

Варианты заданий решения задач определены в табл. 3.8.

Таблица 3.7 – ***Оценки субъектов и объектов***

Субъект	Оценки критериев	Объект	Оценки критериев
С1	5, 4, 5	О1	4, 5, 4
С2	4, 4, 4	О2	5, 5, 3
С3	3, 5, 5	О3	3, 4, 5
С4	5, 3, 4	О4	5, 4, 3
С5	3, 5, 4	О5	4, 5, 5
С6	4, 5, 3	О6	5, 3, 5

Таблица 3.8 – ***Варианты задания 1 для контрольной работы №3***

Варианты									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
С1	С4	С2	С5	С3	С6	С1	С2	С3	С1
С2	С5	С3	С6	С4	С1	С3	С4	С5	С4
С3	С6	С4	С1	С5	С2	С4	С5	С6	С5
О1	О4	О2	О5	О3	О6	О1	О2	О3	О1
О2	О5	О3	О6	О4	О1	О3	О4	О5	О4
О3	О6	О4	О1	О5	О2	О4	О5	О6	О5

Задание 2. *Решение многокритериальной задачи методом «ЭЛЕКТРА».*

Оценка успеваемости учащихся X производится по пяти критериям (предметам): математике, физике, химии, литературе, информатике. Важность критериев соответственно равна 10, 10, 4, 4, 5. Найти на заданных множествах отношения Парето и новые дополнительные отношения, определив для них пороги согласия и несогласия.

Варианты задания 2 для контрольной работы № 3

1. $x1 = (5, 4, 5, 3, 3)$
$x2 = (4, 5, 5, 4, 3)$
$x3 = (4, 4, 5, 5, 5)$

2. $x1 = (4, 3, 5, 5, 5)$
$x2 = (4, 5, 3, 5, 5)$
$x3 = (4, 5, 5, 3, 3)$

3. $x1 = (4, 5, 4, 5, 5)$
$x2 = (5, 3, 5, 5, 5)$
$x3 = (5, 4, 3, 5, 5)$

4. $x1 = (4, 4, 4, 4, 4)$
$x2 = (5, 4, 5, 3, 5)$
$x3 = (4, 5, 4, 5, 3)$

5. $x1 = (3, 4, 5, 5, 4)$
$x2 = (4, 3, 5, 4, 5)$
$x3 = (4, 4, 4, 5, 5)$

6. $x1 = (3, 5, 5, 4, 4)$
$x2 = (4, 4, 5, 3, 5)$
$x3 = (5, 3, 4, 5, 5)$

7. $x1 = (4, 5, 5, 3, 3)$
$x2 = (3, 5, 5, 5, 5)$
$x3 = (5, 3, 5, 5, 5)$

8. $x1 = (4, 3, 4, 5, 5)$
$x2 = (5, 4, 3, 4, 4)$
$x3 = (4, 4, 4, 5, 3)$

9. $x1 = (3, 5, 5, 5, 4)$
$x2 = (4, 5, 5, 5, 5)$
$x3 = (5, 4, 5, 4, 4)$

10. $x1 = (4, 4, 5, 5, 5)$; $x2 = (5, 5, 5, 3, 5)$; $x3 = (4, 5, 5, 5, 4)$

Задание 3. *Решение многокритериальной задачи в условиях риска и неопределенности.*

Перед ЛПР стоит задача транспортировки грузов от поставщиков к потребителям автомобильным транспортом либо по асфальтированной дороге ($x1$), либо по грунтовой ($x2$), либо по гравийной ($x3$). На пути следования транспорта встречаются переправы через речки, таможенные посты, границы и т.п. В день отправки автомобилей возможно изменение погодных условий: е1 – сухая ясная погода; е2 – кратковременные дожди; е3 – сильные продолжительные дожди, а вместе с ними и транспортных расходов (ремонт, бензин и др). При условии, что известны матрицы исходов по критерию «Деньги» (транспортные затраты в т.руб.) и по критерию «Время» (временные затраты в днях) перевозки грузов от поставщиков к потребителям в различных погодных условиях (табл. 3.9) и распределение вероятностей появления состояний внешней среды (табл. 3.10), следует определить наилучшую альтернативу транспортировки грузов с учетом двух (равнозначных) критериев.

Таблица 3.9 – Возможные исходы транспортировки грузов

Строка	Критерий «Деньги» (в т.руб)			Критерий «Время» (в днях)		
	e1	e2	e3	e1	e2	e3
1	3	4	5	4	4	5
2	2	3	7	3	4	5
3	2	4	6	2	4	7
4	1	2	4	3	5	8
5	1	2	3	4	5	5

Таблица 3.10 – Вероятности возможных состояний внешней среды.

Строка	Вероятности состояний внешней среды		
	P(e1)	P(e1)	P(e1)
1	0.5	0.3	0.2
2	0.3	0.3	0.4
3	0.2	0.4	0.4

Варианты задания 3 для контрольной работы № 3

Данные для вариантов задания 3 формируются через таблицу 3.11. Данные для альтернатив берутся из табл. 3.9, по распределению вероятностей – из табл. 3.10.

Таблица 3.11 – Номера строк для формирования вариантов задания

Данные к варианту задания 3	Варианты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x1$, $x2$, $x3$ – строки из табл.3.9	1, 2, 3	2, 3, 4	3, 4, 5	4, 5, 1	5, 1, 2	1, 2, 4	2, 4, 5	3, 5, 1	1, 2, 5	1, 3, 4
р1, 2, р3 – строка из табл.3.10	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1

4 ЗАДАНИЯ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ. РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ

4.1 Общие сведения

Выполнение курсовой работы преследует следующие цели:

- закрепление и углубление основных положений теоретического курса;
- обучение студентов использованию приобретенных знаний для решения конкретных задач организационного управления;
- привитие навыков работы со специальной литературой;
- обучение работе с имеющимися пакетами прикладных программ (ППП).

Варианты заданий курсовой работы представлены ниже. При необходимости преподавателем вносятся изменения и дополнения, согласованные со студентом.

Курсовая работа оформляется в виде пояснительной записки, которая должна включать:

- титульный лист (приложение 3),
- аннотацию,
- задание на проектирование (приложение 2),
- содержание,
- введение,
- основную часть проекта,
- заключение,
- список литературы,
- приложения.

Основные разделы пояснительной записки должны содержать следующее:

1) короткое изложение в разделе «Введение» сути проблемы или задачи исследования, возможные способы ее решения, а также краткое содержание других разделов проекта;

2) разбиение основной части на разделы, в которых должны быть отражены пункты:

- анализ объекта управления, выбор и обоснование задачи операционного исследования;
- содержательное и формализованное описание задачи;
- выбор и обоснование критериев эффективности;
- построение математической модели и выбор метода оптимизации;
- анализ и разработка рекомендаций по практическому использованию результатов.

3) подведение итогов выполненной работы в разделе «Заключение», приведение основных результатов.

Содержательная постановка задачи заключается в выявлении и определении компонентов модели. Формализованное описание задает меры для измерения компонентов модели.

Содержательное описание задачи заключается в формировании ответов на следующие вопросы:

1. Кто принимает решение?
2. Каковы его (их) цели?
3. На какие параметры может влиять лицо, принимающее решение (ЛПР), в каком диапазоне можно изменять значения этих переменных?
4. Каковы параметры окружающей среды, которые могут влиять на результаты решения задачи?

Далее, на основании ответов на эти вопросы, необходимо провести формализованное описание задачи.

Ответы на первые два вопроса будут в дальнейшем использоваться для выбора и обоснования критерия эффективности задачи. На этапе формализованного описания необходимо определить способы и единицы измерения уровня достижения цели.

На основе ответа на третий вопрос необходимо определить единицы измерения параметров задачи, их характер (непрерывный, дискретный), а также формальную запись ограничений на эти параметры.

Ответ на четвертый вопрос определяет неуправляемые параметры задачи, влияющие на ее решение. Значения неуправляемых параметров необходимо учесть при формировании ограничений на задачу. Если неуправляемые параметры имеют случайный характер, то можно ввести статистические оценки этих параметров.

Проведя содержательную и формализованную постановку задачи, можно определить состав и структуру входной и выходной информации для задачи.

Процесс выбора и обоснования критериев эффективности невозможно полностью формализовать, поэтому приведем лишь общие рекомендации.

По результатам содержательного описания формулируется цель, которая может быть представлена в одном из следующих видов:

1) стремление к достижению определенного состояния управляемой системы;

2) экстремизация параметров процесса управления.

Такое деление, в общем, является условным, но позволяет в какой-то мере формализовать процесс определения критериев эффективности (целевых функций).

Если цель относится к первому виду, то минимизируется отклонение или «расстояние» до цели. Для использования такого подхода необходимо определить функциональную зависимость отклонения или «расстояния» от управляемых переменных.

Если цель относится ко второму виду, то минимизируется или максимизируется значение некоторого параметра процесса управления, который зависит от управляемых переменных. Для использования этого вида целевой функции необходимо определить функциональную зависимость значения параметров от управляемых переменных.

Так как сложность модели и алгоритма во многом определяется видом целевой функции, необходимо представлять их в максимально простом виде.

Следует отметить, что в одной задаче оптимизации может быть несколько целевых функций.

Построение математической модели включает построение целевых функций и ограничений на область изменения переменных.

Этап формализации начинается с обозначения управляемых переменных, как правило, они должны быть неотрицательными. Далее в соответствии с введенными переменными строятся целевые функции. Если в задаче одна целевая функция, то это задача скалярной оптимизации, если две и более функций – задача векторной оптимизации. Затем формируются ограничения на область изменения переменных. Эта область определяется ограничениями (ресурсными, временными, технологическими и др.), сформулированными при содержательном и формализованном описании задачи.

При выборе переменных, по возможности, следует отдавать предпочтение непрерывным переменным, т.к. алгоритмы для решения задач с непрерывными переменными разработаны лучше, чем для задач с дискретными переменными.

Важным следствием применения методов оптимизации для широкого круга задач явилось выделение небольшого числа классов, к которым сводится большинство из них. Все эти задачи достаточно полно описаны в рекомендуемой литературе. Вследствие их частой повторяемости для них были разработаны методы построения моделей и получения решений на этих моделях.

4.2 Варианты заданий на курсовую работу

Варианты 1 и 2

Задача 1.

На заводе ежемесячно скапливается А тонн отходов металла, из которого можно штамповать мелкие детали 6 типов. Месячная потребность завода в деталях i-го типа равна Bi тыс.шт. Недостающее количество деталей i-го типа закупается на других предприятиях по цене Ci рублей за тысячу штук. Расход металла на тыс. деталей i-го типа составляет ai кг.

Для изготовления деталей используются 3 пресса, на каждом из которых за смену можно изготовить di тыс. деталей i-го типа. В месяц каждый пресс работает не более 52 смен. Найти план производства деталей из отходов завода, обеспечивающий минимум расходов на приобретение таких деталей у других предприятий (исходные данные приведены в табл. 4.1).

Таблица 4.1 – Исходные данные к задаче 1

Варианты	A	a1	a2	a3	a4	a5	a6	b1	b2	b3	b4	b5	b6
1	12	30	45	22	11	74	51	62	99	17	29	34	99
2	12	17	15	99	19	27	81	99	15	37	23	70	23

Продолжение табл.4.1

Варианты	c1	c2	c3	c4	c5	c6	d1	d2	d3	d4	d5	d6
1	13	15	9	7	18	22	1,4	1,3	2,9	2,1	0,8	1,5
2	17	12	36	11	32	24	2,3	3,2	1,0	2,1	1,5	1,2

Варианты 3 и 4

Задача 2.

Для поражения целей некоторого класса разработано 5 типов оружия. Один комплекс оружия j-го типа может действовать только по определенной группе целей, среднее количество поражаемых целей равно Pj. Необходимо разработать систему вооружения (определить количество комплексов каждого типа), обеспечивающую максимум математического ожидания числа уничтоженных целей, если стоимость одного комплекса j-го типа составляет rj % суммы, выделенной на всю систему; трудоемкость изготовления одного комплекса j-го типа составляет aj % от общего фонда рабочего времени. Для производства одного комплекса j-го типа необходимо bj кг дефицитного материала, а в распоряжении производства имеется B т этого материала. В силу ограничений технологического характера может быть изготовлено не более Cj комплексов j-го типа (см. табл. 4.2).

Таблица 4.2 – Исходные данные к задаче 2

Вариант	P1	P2	P3	P4	P5	r1	r2	r3	r4	r5
3	0,7	0,5	0,3	0,9	0,8	0,02	0,01	0,01	0,03	0,03
4	0,6	0,4	0,9	0,8	0,7	0,01	0,01	0,04	0,02	0,01

Продолжение табл. 4.2

Вариант	a1	a2	a3	a4	a5	b1	b2	b3	b4	b5
3	0,03	0,02	0,01	0,04	0,02	13	17	25	10	19
4	0,02	0,01	0,05	0,02	0,03	35	34	60	25	25

Продолжение табл. 4.2

Вариант	B	c1	c2	c3	c4	c5
3	120	2000	6000	12000	2000	4500
4	220	6000	8000	3000	6000	2000

Варианты 5 и 6

Задача 3.

Для приготовления комбикорма совхоз может закупить зерно 4-х сортов Ki , отличающихся друг от друга содержанием питательных компонентов Cj (j=1,..,5). Для обеспечения нормального питания скота в течение планируемого периода комбикорм должен содержать не менее Bj питательного компонента j-го типа. Одна тонна зерна i-го типа стоит ri рублей и содержит aij единиц питательного компонента j-го типа (табл. 4.3). Складские помещения позволяют хранить не более A тонн зерна (для варианта 5: A=2800, для варианта 6: A=4400). Определить, какое минимальное количество средств должен вложить совхоз в закупку зерна, чтобы обеспечить заданную питательность комбикорма с учетом емкости складских помещений. Сколько зерна каждого сорта необходимо закупить?

Таблица 4.3 – Исходные данные к задаче 3

Сорт зерна Ki	C1	C2	C3	C4	C5	Цена ri
К1	2	1	5	0.6	0.01	40
К2	3	1	3	0.25	0.02	30
К3	7	0	0	1.00	0.1	28
К4	9	3	6	1.5	0.5	35
К5	4	2	1	0.5	0.1	44
Содержание Bj	2500	300	1000	712	100	

Матрица коэффициентов aij для 5-го варианта задачи получается из таблицы 4.3 вычеркиванием строки К1, для 6-го – строки К2.

Варианты 7 и 8

Задача 4.

Совхоз, имеющий посевную площадь 5000 га, выращивает 3 культуры Ki. Весь год можно разбить на 5 периодов Pj, отличающихся друг от друга потребностями в рабочей силе для выполнения сельскохозяйственных работ. В период Pj совхоз располагает рабочей силой в количестве bj человек, из которых dj человек могут быть в случае необходимости обеспечены работой, не связанной непосредственно с сельским хозяйством, а aij человек должны быть заняты на обработке 1 га посевной площади, занятой культурой Ki. Прибыль от i-й культуры, приходящаяся на 1 га посевной площади, равна ci рублей, плановое задание по производству i-й культуры составляет qi центнеров, а ее урожайность hi центнеров с га (табл. 4.4).

Найти распределение площади под эти культуры, обеспечивающее максимум прибыли при выполнении всех плановых заданий и полной загрузке рабочей силы в течение года.

Таблица 4.4 – Исходные данные к задаче 4

Культура	P1	P2	P3	P4	P5	ci	qi	hi
К1	0.25	2	2	1.4	1.3	300	11600	16
К2	0.2	1.8	1	0.8	0.6	270	15000	24
К3	0.2	0.2	0.4	1.3	2	150	40000	40
К4	0.1	0.5	2	1.8	0.4	220	18000	30
bj	3200	5500	5600	65009	9200			
dj	2800	2100	200	1800	2400			

Матрица коэффициентов aij для 7-го варианта задачи получается вычеркиванием из таблицы 4.4. строки К1, для 8-го – строки К2.

Варианты 9 и 10

Задача 5.

Деревообрабатывающая фабрика получает m типов лесоматериалов Hi в количестве bi куб.м в месяц. Из этих материалов изготавливается n видов фанеры Sj. На производство 1 кв.м фанеры вида Sj идет qij куб.м материала Hi. По плану в месяц должно производится не менее Pj кв.м фанеры вида Sj. Составить план производства фанеры на месяц, обеспечивающий фабрике максимальную прибыль, если лесоматериалы обходятся фабрике в ci руб./куб.м, расходы на производство 1 кв.м фанеры Sj составляют vj рублей, а реализуется эта фанера по цене rj руб./кв.м.

Таблица 4.5 – Исходные данные к задаче 5

Тип	S1	S2	S3	S4	S5	bi	ci
H1	0.02	0	0.03	0.08	0.02	150	2.6
H2	0.04	0.1	0.12	0	0.01	200	2.5
H3	0	0.05	0.02	0.04	0.04	100	1.5
H4	0.1	0.04	0	0	0.08	130	1.4
H5	0.02	0	0.01	0	0	170	1.9
Pj	150	350	100	400	150		
vj	0.5	0.7	0.4	0.8	0.9		
rj	3	3.5	4.1	3.2	4.5		

Матрица коэффициентов qij для 9-го варианта задачи получается из таблицы 4.5 вычеркиванием строки H1, для 10-го – строки H2.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Основы системного анализа: Учебное пособие для студентов втузов. – Томск: Изд-во НТЛ, 1987.

2. Ехлаков Ю.П. Теоретические основы автоматизированного управления: Учебник. – Томск: ТУСУР, 2001.

3. Таха Х. Введение в исследование операций: Кн.1, 2. – М.: Мир, 1985. – 479 с.

4. Сакович В.А. Исследование операций.– Минск: Высшая школа, 1985.

5. Трахтенгерц Э.А. Компьютерная поддержка принятия решений. – М.: Синтег, 1998.

6. Банди Б. Линейное программирование. – М.: Радио, 1985.

7. Дегтярев Ю.И. Исследование операций. – М.: Высшая школа, 1986. – 320 с.

8. Ямпольский В.З. Теория принятия решений: Учебн. пособие для студентов втузов. – Томск: Изд-во ТПИ, 1979.

9. Евланов Л.Г. Теория и практика принятия решений. – М.: Экономика, 1984.

10. Руа Б. Классификация и выбор при наличии нескольких критериев (метод ЭЛЕКТРА) // Вопросы анализа и процедура принятия решений. – М.: Мир, 1976.

11. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. – М.: Наука, 1981.

12. Фишберн П.К. Теория полезности для принятия решений. – М.: Наука, 1978.

13. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: Предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981.

14. Макаров И.М., Виноградская Т.М. и др. Теория выбора и принятия решений. – М.: Наука, 1982.

15. Борисов А.Н., Вилюмс Э.Р., Сукур Л.Я. Диалоговые системы принятия решений на базе мини-ЭВМ. – Рига: Зинатне, 1986.

16. Аунапу Т.Ф., Аунапу Ф.Ф. Некоторые научные методы принятия управленческих решений. – Барнаул: Алт. кн. изд-во, 1975.

17. Трухаев Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности. – М.: Наука, 1981.

18. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений / А.Н. Борисов, А.В. Алексеев, Г.В. Меркурьева и др. – М.: Радио и связь, 1989.

19. Ларичев О.И., Мошкович Е.М. Качественные методы принятия решений. – М.: Физматлит, 1996.

20. Чернов Г., Мозес Л. Элементарная теория статистических решений. – М.: Сов. Радио, 1962.

21. Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решений. – М.: Наука, 1979.

22. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. – М.: Наука, 1974.

23. Ларичев О.И. Методы и модели принятия решений. – 2000.

24. Турунтаев Л.П. Разработка управленческих решений: Курс лекций, ТУСУР,1999. – 112 с.

25. Турунтаев Л.П. Теория принятия решений. Учебное пособие. – ТУСУР, 2002. – 224с.

26. Турунтаев Л.П. Теория принятия решений. Учебно-методическое пособие. – ТУСУР, 2002. – 114 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Министерство образования и науки Российской Федерации

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Кафедра автоматизации обработки информации (АОИ)

Контрольная работа № 2

____
(фамилия и инициалы студента)

____
(шифр)

____
(почтовый адрес для иногородних)

Дата выполнения работы ____________________________
Дата проверки ___________________
Оценка __________________________
Ф.И.О. преподавателя ______________________________
Подпись преподавателя _____________________________

2004

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

Министерство образования и науки РФ

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Кафедра автоматизации обработки информации (АОИ)

____
название курсового проекта

Пояснительная записка к курсовому проекту
по дисциплине
«Разработка управленческих решений»

Студент гр._____________

____
подпись, Ф.И.О.

____
дата

Руководитель проекта

____
должность

____
подпись, Ф.И.О.

____
дата