

**ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ**  
**ПО КУРСУ "ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА"**  
**ИУ 5, 2 курс, 4 семестр, 2015 г. Модуль 2.**

**Задача 1 (1 балл)**

Для булевой функции  $f$ , заданной в таблице 1, с использованием карты Карно:

- а) найти сокращенную ДНФ; б) найти ядро функции;  
 в) получить все тупиковые ДНФ и указать, какие из них являются кратчайшими и минимальными;  
 г) для минимальных ДНФ изобразить на картах Карно ядро и соответствующие покрытия склейками.

*Таблица 1*

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0 0 0 0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0 0 0 1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
0 0 1 0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1
0 0 1 1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0 1 0 0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0 1 0 1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0 1 1 0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
0 1 1 1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
1 0 0 0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
1 0 0 1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0
1 0 1 0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
1 0 1 1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0
1 1 0 0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
1 1 0 1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1 1 1 0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0
1 1 1 1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
№ варианта	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0 0 0 0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
0 0 0 1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
0 0 1 0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0 0 1 1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
0 1 0 0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
0 1 0 1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
0 1 1 0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0
0 1 1 1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1 0 0 0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1
1 0 0 1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1
1 0 1 0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
1 0 1 1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1
1 1 0 0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1
1 1 0 1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0
1 1 1 0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
1 1 1 1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1

**Задача 2** (2 балла)

Даны функции  $f$  (таблица 2) и  $w$  (таблица 3).

а) Вычислить таблицу значений функции  $f$ . б) Найти минимальные ДНФ функций  $f$  и  $w$ .

в) Выяснить полноту системы  $\{f, w\}$ . Если система не полна, дополнить систему функцией  $g$  до полной системы.

*Указание.* Запрещается дополнять систему константами, отрицанием и базовыми функциями двух переменных ( $\oplus, \vee, \wedge, |, \downarrow$  и т.д.) Не допускается дополнение функцией, образующей с  $f$  или  $w$  полную подсистему, кроме случаев, когда иное невозможно.

г) реализовать базовые функции  $\wedge, \vee, \overline{\phantom{x}}, 0, 1$  формулами над  $\{f, w\}$  или  $\{f, w, g\}$ . Для реализации  $\wedge$  использовать полином Жегалкина нелинейной функции.

Таблица 2

№	$f(x_1, x_2, x_3)$	№	$f(x_1, x_2, x_3)$
1	$(x_2   x_2 \vee x_3)(x_2 \downarrow \bar{x}_3) \vee (x_1 \oplus x_3)$	16	$\overline{((\bar{x}_2 \vee (\bar{x}_3 \Rightarrow \bar{x}_2)) \downarrow (x_1 \vee \bar{x}_3))} \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
2	$((\bar{x}_1 \Rightarrow (\bar{x}_3 \Rightarrow x_1)) \downarrow (x_2 x_3)) \vee (\bar{x}_1 \downarrow x_3)$	17	$((\bar{x}_1 \vee x_2) \sim x_3) \sim (x_2 \sim x_3) \Rightarrow (\bar{x}_1 \vee x_3)$
3	$((x_3 \Rightarrow (x_1 \sim x_2)) \oplus (\bar{x}_3 \Rightarrow \bar{x}_1)) \Rightarrow (\bar{x}_2   \bar{x}_3)$	18	$(x_1 \oplus (x_1 \vee \bar{x}_3))(x_2 \oplus \bar{x}_3) \sim \bar{x}_1 \bar{x}_3$
4	$(x_1 \bar{x}_2 x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \Rightarrow (x_1 \oplus x_3)$	19	$((\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) \Rightarrow (\bar{x}_2 \sim x_3)) \sim (x_1 \sim \bar{x}_3)$
5	$(x_1(x_1 \oplus \bar{x}_3) \Rightarrow (x_1 \sim \bar{x}_2))   (x_1 \downarrow \bar{x}_2)$	20	$\bar{x}_1(x_1 \downarrow \bar{x}_2)(x_1 \oplus \bar{x}_3) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
6	$(x_3 \Rightarrow (x_2 \sim \bar{x}_3)) \vee (x_1 \oplus \bar{x}_2) \oplus x_1 x_2$	21	$((\bar{x}_1   x_3) \oplus x_2) \Rightarrow (x_2 \Rightarrow \bar{x}_1) \oplus \bar{x}_2 \oplus \bar{x}_3$
7	$(\bar{x}_1 \vee (\bar{x}_1 \oplus x_2) \vee x_2 \bar{x}_3)   (\bar{x}_1 \sim \bar{x}_3)$	22	$(\bar{x}_1 \oplus \bar{x}_3 \oplus x_3 \oplus (x_1 \sim \bar{x}_2))   (x_1 \downarrow x_3)$
8	$\overline{((\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \Rightarrow x_3) \Rightarrow (\bar{x}_1 \sim \bar{x}_2)} \downarrow (x_1 \sim x_3)$	23	$(\bar{x}_1(\bar{x}_2 \Rightarrow \bar{x}_1) \sim (x_2   x_3)) \downarrow \overline{(x_1 \vee x_2)}$
9	$(x_1 \oplus x_3 \oplus (x_2   x_2 x_3))   (\bar{x}_1 \downarrow \bar{x}_3)$	24	$((x_1 \oplus x_2) \vee x_2) \Rightarrow (\bar{x}_2   x_3) \vee (x_2 \oplus \bar{x}_3)$
10	$((x_1 \vee (x_2 \Rightarrow x_3)) \Rightarrow x_1 x_2) \vee (\bar{x}_1 \Rightarrow \bar{x}_3)$	25	$((x_1   \bar{x}_3) \oplus (x_2 x_3 \vee \bar{x}_3)) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
11	$((x_2 \Rightarrow (x_1 \oplus x_3)) \oplus (\bar{x}_2 \sim x_3)) \Rightarrow (\bar{x}_2   \bar{x}_3)$	26	$((\bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \oplus (\bar{x}_3 \Rightarrow \bar{x}_1)) \sim (\bar{x}_2   \bar{x}_3)$
12	$\bar{x}_2 \bar{x}_3 \vee ((\bar{x}_3 \oplus (x_2 \Rightarrow x_1)) \Rightarrow (\bar{x}_1 \sim x_2))$	27	$((\bar{x}_1 \Rightarrow (x_1 \sim \bar{x}_3)) \sim (\bar{x}_1 \downarrow \bar{x}_2)) \vee x_1$
13	$((\bar{x}_1 \Rightarrow (\bar{x}_2 \sim x_3)) \oplus (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)) \vee (x_1 \oplus \bar{x}_2)$	28	$((x_1 \vee x_1 x_3) \oplus (x_2 \downarrow \bar{x}_3)) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$
14	$(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \vee (\bar{x}_3 \Rightarrow \bar{x}_1)) \sim \overline{(x_2 \downarrow x_3)}$	29	$((\bar{x}_3 \Rightarrow (x_2   \bar{x}_3))(\bar{x}_1 \sim \bar{x}_3)) \sim (x_1 \sim x_2)$
15	$(\bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_3)(\bar{x}_1 \oplus x_3) \oplus (\bar{x}_2 \Rightarrow \bar{x}_3)$	30	$x_1(\bar{x}_1   x_3)(\bar{x}_1 \oplus \bar{x}_3) \Rightarrow (x_2 \sim x_3)$

Таблица 3

№	w	№	w	№	w
1	(0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 1)	11	(1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 1)	21	(1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1)
2	(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1)	12	(0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1)	22	(1, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1)
3	(0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1)	13	(0, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1)	23	(1, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0)
4	(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0)	14	(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)	24	(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0)
5	(1, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 0)	15	(1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1)	25	(0, 1, 1, 0, 1, 0, 0, 1)
6	(1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0)	16	(0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1)	26	(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 1)
7	(1, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0)	17	(1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)	27	(1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)
8	(1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0)	18	(1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 1)	28	(0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0)
9	(0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1)	19	(1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0)	29	(1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)
10	(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0)	20	(0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)	30	(1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0)