Домашнее задание №1 «Теория вероятностей»

Задача 1.

1.1. Имеются пять билетов стоимостью по одному рублю, три билета по три рубля и два билета по пять рублей. Наугад берутся три билета. Определить вероятность того, что: а) хотя бы два из этих билетов имеют одинаковую стоимость; б) все три билета стоят семь рублей.

1.2. В автобусе 5 пассажиров. Найти вероятность того, что на каждой из оставшихся 5 остановок будет сходить по одному человеку (каждый из пассажиров с равной вероятностью может выйти на любой из остановок).

1.3. Из последовательности целых чисел от 1 до 10 наудачу выбираются два числа. Какова вероятность того, что одно из них меньше 6, а другое больше 6?

1.4. Из колоды карт (36 листов) наугад вынуты две карты. Какова вероятность того, что среди них: а) хотя бы одна карта трефовой масти; б) хотя бы одна карта – туз?

1.5. Бросаются два игральных кубика. Найдите вероятность того, что модуль разности числа очков больше 1.

1.6. 52 игральные карты раздаются 4 игрокам (каждому по 13 карт). Найдите вероятность того, что все тузы попадут к одному из игроков?

1.7. Студент пришел на зачет, зная из 30 вопросов только 24. Какова вероятность сдать зачет, если после отказа отвечать на вопрос преподаватель задаст еще один вопрос?

1.8. На шести одинаковых карточках написаны числа 2, 4, 7, 8, 12, 14. Наугад берутся две карточки. Какова вероятность того, что образованная из этих двух полученных чисел дробь сократима?

1.9. С какой вероятностью при подбрасывании трех игральных костей на всех костях выпадет разное количество очков?

1.10. В ящике находится 20 различных пар перчаток. Из них наугад выбирается 12 перчаток. Какова вероятность, что среди выбранных перчаток отсутствуют парные?

1.11. Студент знает 20 из 45 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее чем на 3 из 4 вопросов преподавателя по программе. Какова вероятность того, что студент сдаст зачет?

1.12. Двадцать студентов случайным образом распределяются на практику. В городе C имеется 7 мест, в городе B - 8 мест, а в городе A - пять мест. Какова вероятность того, что два определенных студента будут посланы на практику в разные города?

1.13. Из колоды карт (36 штук) вытаскивают наудачу 5 карт. Какова вероятность того, что будут вытащены два туза и три шестерки?

1.14. Для проведения соревнования 10 команд, среди которых три лидера, путем жеребьевки распределяются на две группы по 5 команд в каждой. Какова вероятность того, что два лидера попадут в одну группу, один лидер – в другую?

1.15. В игре «Спортлото» участник отмечает на карточке 6 из 49 видов спорта. Найдите вероятность того, что он угадает по крайней мере три из шести видов спорта, полученных в результате розыгрыша.

1.16. Колоду карт, состоящую из 36 листов, случайным образом разделили на две равные части. Определите вероятность того, что в обеих частях окажется по равному числу красных и черных карт.

1.17. Бросаются два игральных кубика. Найдите вероятность того, что произведение числа очков не больше 10.

1.18. Правильную монету бросают до первого появления «герба». Найдите вероятность того, что потребуется четное число бросаний.

1.19. Из студенческой группы, в которой 10 студентов и 12 студенток, для анкетирования произвольным образом отбирают 5 человек. Найдите вероятность того, что среди них будет хотя бы одна студентка.

1.20. Из партии, содержащей 30 изделей, среди которых 5 бракованных наудачу извлекают 5 изделий для контроля. Найдите вероятность того, что среди них хотя бы два изделия являются бракованными.

1.21. В партии из 100 электроламп есть 8 бракованных. Какова вероятность того, что среди случайным образом выбранных 10 электрических ламп 3 окажутся бракованными?

1.22. Из 40 вопросов, входящих в экзаменационную программу, студент знает 30. Найдите вероятность того, что среди трех наугад выбранных вопросов студент знает: а) 3 вопроса; б) 2 вопроса; в) 1 вопрос.

1.23. Монета подбрасывается до тех пор, пока дважды не выпадет одной стороной. Найдите вероятность того, что потребуется 1) 2 бросания; 2) 3 бросания; 3) более 4 бросаний.

1.24. Какова вероятность того, что два определенных студента будут посланы на практику в город C, если в наличии имеется 5 мест в городе A, 8 – в B, и 7 – в C?

1.25. Найдите вероятность того, что все 30 студентов одной группы родились: а) в разные дни года; б) 8 марта.

1.26. В ящике имеются шары трех цветов: 10 белых, 12 черных и 20 синих. Какова вероятность, что три вытащенных без возвращения шара окажутся одного цвета?

1.27. Найдите вероятность того, что в группе из 25 студентов 1-го курса окажутся хотя бы два человека, родившиеся в один день?

1.28. Правильная монета подбрасывается 6 раз. Найдите вероятность того, что выпадения орла и решки будут чередоваться.

1.29. Три раза подбрасывается игральная кость. Найдите вероятность того, что число выпавших очков не будет уменьшаться раз от разу.

1.30. Игральная кость подбрасывается до тех пор, пока не выпадет шесть очков на верхней грани. Найдите вероятность того, что потребуется не более 4 подбрасываний.

Задача №2.

Первый прибор состоит из n_1 узлов, второй из n_2 узлов. Каждый из приборов работал в течение времени t. За это время каждый из узлов первого прибора выходит из строя, независимо от других, с вероятностью q_1, второго – с вероятностью q_2.

1. Найдите вероятности следующих событий:

1) $A = \{$ за время t в первом приборе вышло из строя ровно k узлов$\}$,
2) $B = \{$ в первом приборе вышло из строя k узлов, а во втором $m\}$,
3) $C = \{$ в двух приборах вышло из строя ровно 2 узла$\}$,
4) $D = \{$ в первом приборе из строя вышло больше узлов, чем во втором$\}$.

2. Известно, что в течение некоторого промежутка времени длины t из строя вышли два узла. С какой вероятностью эти узлы принадлежат одному прибору.

3. Пусть произошло событие D. С какой вероятностью в первом приборе вышло из строя больше двух узлов.

№	n_1	n_2	q_1	q_2	k	m	**№**	n_1	n_2	q_1	q_2	k	m	**№**	n_1	n_2	q_1	q_2	k	m
1	4	5	0,3	0,2	2	2	**11**	5	8	0,3	0,2	2	3	**21**	5	6	0,3	0,1	2	2
2	4	6	0,3	0,2	3	2	**12**	5	9	0,2	0,3	2	2	**22**	5	7	0,3	0,2	2	2
3	4	7	0,3	0,2	3	2	**13**	4	5	0,2	0,3	2	2	**23**	5	8	0,2	0,1	2	2
4	4	8	0,2	0,1	2	2	**14**	4	6	0,3	0,2	2	2	**24**	5	9	0,3	0,2	2	2
5	4	9	0,3	0,2	3	2	**15**	4	7	0,2	0,3	2	2	**25**	6	7	0,2	0,3	2	3
6	4	4	0,3	0,2	2	2	**16**	4	8	0,3	0,2	2	2	**26**	4	9	0,3	0, 2	2	2
7	5	4	0,2	0,3	2	2	**17**	4	9	0,2	0,3	3	2	**27**	5	9	0,3	0, 2	2	3
8	5	5	0,3	0,2	2	2	**18**	4	4	0,1	0,3	2	3	**28**	4	8	0,1	0, 2	2	3
9	5	6	0,3	0,2	2	2	**19**	5	4	0,3	0,2	2	2	**29**	5	7	0,2	0, 2	2	3
10	5	7	0,2	0,3	2	2	**20**	5	5	0,2	0,3	2	3	**30**	6	8	0,2	0,3	2	2

Задача №3

Найдите вероятность того, что из n наугад взятых человек

А) ровно k празднуют день рождения с вами в один день,

Б) не более m человек родились в течение той же недели.

(Возможностью родиться 29 февраля пренебрегаем)

Вар	n	k	m	**Вар**	n	k	m	**Вар**	n	k	m
1	300	2	7	**11**	550	2	7	**21**	320	1	5
2	400	2	6	**12**	650	3	6	**22**	420	1	6
3	500	3	10	**13**	750	3	6	**23**	525	2	10
4	600	3	9	**14**	850	3	7	**24**	750	2	12
5	700	3	8	**15**	950	4	10	**25**	360	2	8
6	800	3	10	**16**	1200	4	12	**26**	480	2	12
7	900	4	10	**17**	1500	5	12	**27**	540	2	10
8	1000	4	15	**18**	250	1	5	**28**	620	3	12
9	350	1	5	**19**	1250	4	10	**29**	720	3	12
10	450	2	5	**20**	1300	5	12	**30**	960	4	15

Задача №4

Производятся испытания по схеме Бернулли с вероятностью успеха в одном испытании p.

1) Найти вероятность того, что в n испытаниях число успехов будет не меньше k_1 и не больше k_2.
2) Найти вероятность того, что в n испытаниях относительная частота успеха будет отличаться от его вероятности не больше, чем на ε.
3) Сколько опытов нужно провести, чтобы с вероятностью 0,95 относительная частота успеха отличалась от его вероятности не больше, чем на ε.

№	p	n	k_1	k_2	ε	№	p	n	k_1	k_2	ε
1	0,4	1000	360	440	0,1	**16**	0,55	6000	3280	3320	0,1
2	0,6	2000	1100	1300	0,05	**17**	0,65	4000	2570	2630	0,05
3	0,7	3000	2000	2200	0,01	**18**	0,75	6000	4460	4540	0,01
4	0,8	4000	3150	3250	0,1	**19**	0,85	1000	840	860	0,02
5	0,45	6000	2650	2750	0,05	**20**	0,35	2000	680	720	0,02
6	0,55	1000	540	560	0,01	**21**	0,4	2500	950	1050	0,1
7	0,65	2000	1270	1330	0,1	**22**	0,7	2000	1360	1440	0,01
8	0,75	8000	5950	6050	0,05	**23**	0,75	4000	2950	3050	0,05
9	0,85	4000	3340	3460	0,01	**24**	0,65	4000	2500	2700	0,02
10	0,35	6000	2070	2130	0,02	**25**	0,4	1200	450	510	0,05
11	0,85	4000	3340	3460	0,01	**26**	0,6	1500	850	950	0,04
12	0,35	6000	2070	2130	0,02	**27**	0,7	2500	1700	1800	0,1
13	0,7	4000	2770	2830	0,05	**28**	0,8	1400	1100	1140	0,01
14	0,8	5000	3980	4020	0,01	**29**	0,25	1600	380	420	0,05
15	0,45	1000	430	470	0,02	**30**	0,75	1200	870	930	0,02

Задача №5

В урне n_1 белых шаров, n_2–черных и n_3 –синих. Наудачу извлекается m шаров. Обозначим через ξ число вынутых белых шаров, а через η – черных. Найдите совместное распределение случайных величин ξ и η и значение совместной функции распределения $F_{\xi\eta}(x, y)$ в точках (a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2) и (d_1, d_2), если выборка производится: А) с возвращением, Б) без возвращения.

В случае Б) найдите законы распределения компонент ξ и η, их математические ожидания, дисперсии и коэффициент корреляции.

Вар	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
n_1	5	8	6	2	4	4	3	7	5	8
n_2	3	5	7	6	6	5	2	5	2	4
n_3	3	1	3	0	2	3	5	4	4	1
m	6	6	5	6	5	5	4	5	4	6
(a_1, a_2)	(1,1)	(5,4)	(2,4)	(2,5)	(4,3)	(3,2)	(2,2)	(6,2)	(3,0)	(7,2)
(b_1, b_2)	(3,4)	(5,3)	(1,7)	(1,3)	(2,3)	(0,3)	(1,2)	(5,3)	(5,3)	(6,3)
(c_1, c_2)	(2,2)	(1,4)	(2,1)	(0,1)	(2,1)	(1,4)	(2,0)	(4,1)	(4,1)	(5,4)
(d_1, d_2)	(6,3)	(3,5)	(3,5)	(0,5)	(0,4)	(3,5)	(1,1)	(2,2)	(4,2)	(3,0)
Вар	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
n_1	3	5	6	3	4	7	3	8	5	4
n_2	4	5	4	6	4	2	7	4	3	4
n_3	7	5	5	4	8	4	4	4	4	4
m	6	6	4	6	6	4	6	7	5	5
(a_1, a_2)	(2,2)	(4,2)	(3,1)	(2,2)	(3,2)	(5,2)	(2,2)	(7,2)	(2,5)	(2,4)
(b_1, b_2)	(2,3)	(3,3)	(2,3)	(1,3)	(2,3)	(6,3)	(1,3)	(6,3)	(1,3)	(1,2)
(c_1, c_2)	(1,1)	(1,4)	(5,4)	(1,4)	(1,4)	(4,1)	(1,4)	(4,4)	(0,1)	(4,1)
(d_1, d_2)	(1,3)	(5,5)	(2,1)	(2,5)	(1,5)	(3,0)	(3,5)	(3,2)	(3,2)	(0,5)
Вар	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
n_1	5	7	6	2	3	4	5	6	5	3
n_2	3	2	6	5	4	3	4	4	5	6
n_3	2	1	3	2	3	4	3	3	3	2
m	6	6	5	5	4	5	5	4	4	4
(a_1, a_2)	(0,2)	(3,4)	(2,4)	(2,5)	(3,2)	(3,3)	(4,2)	(2,2)	(2,3)	(2,2)
(b_1, b_2)	(3,4)	(5,3)	(1,7)	(1,3)	(0,3)	(0,2)	(3,3)	(3,2)	(1,4)	(1,3)
(c_1, c_2)	(2,2)	(1,2)	(2,1)	(0,1)	(1,4)	(1,1)	(2,2)	(1,4)	(2,4)	(1,4)
(d_1, d_2)	(6,3)	(3,5)	(4,5)	(0,4)	(3,5)	(2,3)	(5,5)	(5,2)	(3,5)	(3,5)