

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
**Федеральное Государственное Бюджетное Образовательное Учреждение Высшего**  
**Профессионального Образования**  
**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**  
**(МИИТ)**

Кафедра: «Железнодорожная автоматика,  
телемеханика и связь»

## **ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ**

Задание на контрольную работу №1 с методическими указаниями  
по дисциплине для студентов-специалистов 3 курса,  
специальности: «Системы обеспечения движения поездов»

специализации: «Телекоммуникационные системы и сети железнодорожного  
транспорта»

Москва, 2013 г.

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Для успешного выполнения контрольной работы студент должен иметь представление об основных формах записи линейных дифференциальных уравнений, передаточных функций, временных и частотных характеристик элементарных динамических звеньев систем автоматического управления (САУ), а также ознакомиться с основными понятиями и определениями теории автоматического управления. Прежде, чем приступить к выполнению контрольной работы студент должен изучить соответствующие разделы основной [1 и 2] и рекомендованной литературы [3].

Цель контрольной работы – закрепить знания, полученные студентом при самостоятельном изучении дисциплины.

Необходимые чертежи и графики выполняются карандашом на белой бумаге стандартных размеров: 297x210 мм. Пояснительная записка пишется от руки или машинописно на одной стороне стандартного листа аналогичного формата. Все листы записки, в том числе графики и таблицы, должны быть сброшюрованы и иметь сплошную нумерацию, показанную в правом верхнем углу каждого листа. Для замечаний рецензента слева оставляют поля шириной 4 см. Исправления по замечаниям делаются на чистой стороне листа рядом с замечаниями рецензента, которые нельзя удалять, и сопровождаются надписью «Работа над ошибками».

Контрольная работа содержит задание, состоящее из трех задач. Пояснительная записка должна содержать условия и исходные данные к каждой задаче согласно своему варианту. Ход решения задачи должен сопровождаться краткими пояснениями с приложением необходимых таблиц с расчетными данными и графиков. Под графиками должно стоять конкретное его наименование, оси координат должны быть промасштабированы и обозначены с указанием принятой размерности функции и аргумента. Все чертежи с графиками вставляются в пояснительную записку сразу после той страницы, на которой имеется первая ссылка на него. Все пояснения выполненной работы, а также приводимые формулы должны быть разборчивыми для чтения. Сокращения слов в тексте, кроме общепринятых, не допускаются. Также не допускается ксерокопирование текста, графиков или рисунков.

В конце пояснительной записки рекомендуется приводить список использованной литературы.

## ЗАДАНИЕ НА КОНТРОЛЬНУЮ РАБОТУ

### ЗАДАЧА 1. РАСЧЁТ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ САУ

Определить весовую функцию  $g(t)$  и переходную функцию  $h(t)$  линейной САУ, состоящей из последовательного соединения апериодического и идеального интегрирующего звеньев, по заданным в табл. 1 параметрам ее передаточной функции в соответствии с последними двумя цифрами учебного шифра:

$$W(p) = \frac{K}{(T \cdot p + 1) \cdot p}, \text{ где } p \text{ – оператор Лапласа.}$$

Составить таблицу расчетных значений искомых временных характеристик и построить их графики для временного интервала:  $t = 0 - 5T$  с шагом дискретизации, равным  $0,5T$ . Масштаб по оси ординат студентом выбирается самостоятельно, исходя из того, что высота графика должна быть не менее 8-10 см.

Таблица 1

|                                  |          |     |     |     |     |     |     |     |     |     |   |
|----------------------------------|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|
| <b>Номер варианта</b>            |          | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 0 |
| <b>Последняя цифра шифра</b>     | <i>K</i> | 5   | 10  | 8   | 6   | 4   | 3   | 2   | 1   | 7   | 9 |
| <b>Предпоследняя цифра шифра</b> | <i>T</i> | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 |

*Пример.* В качестве примера рассмотрим САУ, передаточная функция которой имеет следующий вид:

$$W(p) = \frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p}.$$

Известно, что изображение весовой функции  $L[g(t)]$  любой линейной САУ есть ничто иное, как ее передаточная функция:

$$L[g(t)] = \frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p}.$$

Для отыскания оригинала весовой функции  $g(t) = L^{-1}[W(p)]$  разложим  $W(p)$  на элементарные дроби, соответствующие передаточным функциям отдельных звеньев системы САУ, и воспользуемся методом неопределенных коэффициентов для определения неизвестных статических коэффициентов усиления этих звеньев (коэффициенты  $A$  и  $B$  в знаменателе элементарных дробей):

$$\frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p} = \frac{A}{p} + \frac{B}{0,1 \cdot p + 1}. \quad (1)$$

После приведения правой части выражения (1) к общему знаменателю можно приравнять числители левой и правой частей полученного уравнения:

$$10 = A \cdot (0,1 \cdot p + 1) + B \cdot p = p \cdot (0,1 \cdot A + B) + A \quad (2)$$

Приравнявая коэффициенты левой и правой частей уравнения (2) при одинаковых степенях  $p$ , получим систему двух уравнений из двух неизвестных:

$$10 = A;$$

$$0 = 0,1 \cdot A + B, \text{ откуда} \\ A = 10; B = -0,1 \cdot A = -1.$$

Подставляя вычисленные значения коэффициентов  $A$  и  $B$  в уравнение (1), получим:

$$\frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p} = \frac{10}{p} - \frac{1}{0,1 \cdot p + 1} = 10 \cdot \left( \frac{1}{p} - \frac{0,1}{0,1 \cdot p + 1} \right) = 10 \cdot \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{p + 10} \right). \quad (3)$$

Переход от изображений элементарных функций  $f(p)$  в операторной форме записи к их оригиналам, как функций времени  $f(t)$ , осуществляется, как правило, с использованием стандартных таблиц изображений, приводимых в справочной литературе. Так, например:

$$\text{оригинал } L^{-1}[1/p] \text{ функции } 1/p \text{ равен: } L^{-1}[1/p] = 1.$$

$$\text{оригинал } L^{-1}[1/(p + 10)] \text{ функции } 1/(p + 10) \text{ равен: } L^{-1}[1/(p + 10)] = e^{-10 \cdot t}.$$

Заменив в правой части уравнения (3) изображения элементарных функций на их оригиналы, получим искомое выражение для весовой функции:

$$g(t) = 10 \cdot (1 - e^{-10 \cdot t}) \quad (4)$$

Задаваясь различными значениями  $t$ , заполним таблицу расчетных значений и построим график  $g(t)$ .

По известной весовой функции  $g(t)$  можно найти переходную функцию  $h(t)$ , принимая во внимание, что  $h(t) = \int g(t) \cdot dt$ .

Изображение  $L[h(t)]$  функции  $h(t)$  можно получить путем умножения передаточной функции  $W(p)$  исходной САУ на передаточную функцию  $1/p$  идеального интегрирующего звена, что соответствует включению последовательно с САУ интегрирующего звена.

$$L[h(t)] = W(p) \cdot 1/p = \frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p \cdot p}. \quad (5)$$

Разложим правую часть уравнения (5) на элементарные дроби с тем, чтобы получить более простые изображения функций для нахождения их оригиналов.

$$\frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p \cdot p} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p \cdot p} + \frac{C}{0,1 \cdot p + 1}. \quad (6)$$

После приведения правой части выражения (6) к общему знаменателю приравняем числители левой и правой частей полученного уравнения:

$$10 = A \cdot p \cdot (0,1 \cdot p + 1) + B \cdot (0,1 \cdot p + 1) + C \cdot p^2. \quad (7)$$

Приравняв коэффициенты левой и правой частей уравнения (7) при одинаковых степенях  $p$ , получим систему трех уравнений из трех неизвестных:

$$10 = B;$$

$$0 = 0,1 \cdot B + A;$$

$$0 = 0,1 \cdot A + C, \text{ откуда}$$

$$B = 10; A = -0,1 \cdot B = -1; C = -0,1 \cdot A = 0,1.$$

Подставляя вычисленные значения коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  в уравнение (6), получим:

$$\frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot p \cdot p} = -\frac{1}{p} + \frac{10}{p^2} + \frac{0,1}{0,1 \cdot p + 1} = 10 \cdot \left( -\frac{0,1}{p} + \frac{1}{p^2} + \frac{0,01}{0,1 \cdot p + 1} \right) =$$

$$= 10 \cdot \left( \frac{1}{p^2} - 0,1 \cdot \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{p + 10} \right) \right) \quad (8)$$

Воспользовавшись известными таблицами изображений, найдем оригиналы простейших функций:

$$L^{-1}[1/p] = 1;$$

$$L^{-1}[1/p^2] = t;$$

$$L^{-1}[1/(p + 10)] = e^{-10t}.$$

Заменив в правой части уравнения (8) изображения элементарных функций на их оригиналы, получим искомое выражение для переходной функции:

$$h(t) = 10 \cdot [t - 0,1 \cdot (1 - e^{-10t})] \quad (9)$$

Задаваясь различными значениями  $t$ , заполним таблицу расчетных значений и построим график  $h(t)$ .

Этот результат можно получить путем непосредственного интегрирования весовой функции  $g(t)$ :

$$h(t) = \int_0^t g(x) \cdot dx = 10 \cdot \int_0^t (1 - e^{-10x}) \cdot dx = 10 \cdot [t - 0,1 \cdot (1 - e^{-10t})]$$

## ЗАДАЧА 2. РАСЧЁТ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ САУ

Определить круговую частоту  $\omega$ , с которой устройство САУ, состоящее из последовательно включенных двух апериодических и одного идеального интегрирующего звеньев, дает заданный сдвиг по фазе между выходным и входным сигналами. При этом следует определить амплитуду выходного сигнала  $Y_m$  на данной частоте, если известна амплитуда входного сигнала  $X_m$ .

Передаточная функция заданной САУ имеет следующий вид:

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1) \cdot p} \quad (10)$$

Исходные данные для решения задачи приведены в табл. 2.

Таблица 2

| Номер варианта | Последняя цифра шифра |          |          | Предпоследняя цифра шифра |                     |
|----------------|-----------------------|----------|----------|---------------------------|---------------------|
|                | $K$                   | $T_1, c$ | $T_2, c$ | $X_m$                     | $\phi, \text{град}$ |
| 1              | 10                    | 0,05     | 0,5      | 2                         | - 150               |
| 2              | 9                     | 0,1      | 0,05     | 4                         | - 160               |
| 3              | 8                     | 0,02     | 0,2      | 6                         | - 170               |
| 4              | 7                     | 0,01     | 0,1      | 8                         | - 150               |
| 5              | 6                     | 0,1      | 0,03     | 10                        | - 160               |
| 6              | 5                     | 0,2      | 0,02     | 3                         | - 170               |
| 7              | 4                     | 0,4      | 0,04     | 5                         | - 140               |

|   |   |       |      |   |       |
|---|---|-------|------|---|-------|
| 8 | 3 | 0,8   | 0,08 | 4 | - 150 |
| 9 | 2 | 0,5   | 0,05 | 1 | - 160 |
| 0 | 1 | 0,025 | 0,25 | 7 | - 170 |

**Пример.** По передаточной функции  $W(p)$ , представленной в операторной форме, найдем выражение для частотной передаточной функции  $W(j\omega)$  путем замены в выражении (10) оператора Лапласа  $p$  на комплексную переменную  $j\omega$ .

$$W(j\omega) = \frac{K}{(1 + j\omega \cdot T_1) \cdot (1 + j\omega \cdot T_2) \cdot j\omega} = H(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \quad (11)$$

где:  $H(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega \cdot T_1)^2} \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_2)^2} \cdot \omega}$  - модуль частотной передаточной функции, представляющий собой амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) системы САУ;

$\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctg(\omega \cdot T_1) - \arctg(\omega \cdot T_2)$  - аргумент частотной передаточной функции, представляющий собой фазочастотную характеристику (ФЧХ) системы САУ.

Задаваясь значениями круговой частоты  $\omega$  с шагом 1-2 рад/с определим значения функции  $\varphi(\omega)$ , занесем их в таблицу расчетных значений и построим график ФЧХ, на котором проведем горизонтальную прямую через точку, соответствующую заданному углу сдвига фаз  $\varphi$ , до пересечения с кривой ФЧХ. Через найденную точку пересечения проведем горизонтальную прямую до пересечения с осью частот, на которой отметим искомую круговую частоту  $\omega_n$ , которая дает заданный табл. 2 сдвиг фазы  $\varphi(\omega_n) = \varphi$ .

Подставляя найденное значение круговой частоты  $\omega_n$  в выражение для модуля  $H(\omega)$  частотной передаточной функции вычислим его значение  $H(\omega_n)$ .

Затем определяем искомую амплитуду выходного сигнала, как

$$Y_m = H(\omega_n) \cdot X_m.$$

### ЗАДАЧА 3. ПОСТРОЕНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ГОДОГРАФА АФЧХ

1. Построить асимптотическую логарифмическую амплитудно-частотную характеристику (ЛАЧХ) и логарифмическую фазочастотную характеристику ЛФЧХ для линейной системы САУ, состоящей из четырех последовательно включенных звеньев:

одного реального дифференцирующего звена с передаточной функцией

$$W_1(p) = K_1 \cdot (T_1 p + 1);$$

двух апериодических звеньев первого порядка с передаточными функциями

$$W_2(p) = K_2 / (T_2 p + 1) \text{ и } W_3(p) = K_3 / (T_3 p + 1);$$

одного идеального интегрирующего звена с передаточной функцией  $K_4/p$ .

Исходные данные приведены в табл. 3.

Таблица 3

| Номер варианта | Последняя цифра шифра |                  | Предпоследняя цифра шифра |                  |
|----------------|-----------------------|------------------|---------------------------|------------------|
|                | $K$                   | $T_1, \text{ с}$ | $T_2, \text{ с}$          | $T_3, \text{ с}$ |
| 1              | 100                   | 0,125            | 0,2                       | 0,02             |
| 2              | 50                    | 0,1              | 0,2                       | 0,01             |
| 3              | 40                    | 0,2              | 0,5                       | 0,01             |

|   |     |     |     |      |
|---|-----|-----|-----|------|
| 4 | 20  | 0,5 | 1,0 | 0,05 |
| 5 | 10  | 0,8 | 1,5 | 0,05 |
| 6 | 4   | 0,5 | 2,0 | 0,1  |
| 7 | 1   | 0,8 | 5,0 | 0,2  |
| 8 | 0,5 | 0,5 | 5,0 | 0,1  |
| 9 | 0,2 | 0,4 | 4,0 | 0,04 |
| 0 | 10  | 0,1 | 2,0 | 0,5  |

По условиям задачи передаточная функция заданной линейной САУ имеет следующий вид:

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_4(p) = \frac{K \cdot (T_1 \cdot p + 1)}{p \cdot (T_2 \cdot p + 1) \cdot (T_3 \cdot p + 1)}, \quad (12)$$

где  $K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4$ .

2. Построить годограф АФЧХ  $W(j\omega)$  заданной САУ.

**Пример.** Найдем выражение для логарифмической АЧХ и ФЧХ, для чего сначала определим АФЧХ системы по ее передаточной функции  $W(p)$ , заменяя в ней оператор Лапласа  $p$  на комплексную переменную  $j\omega$ .

$$W(j\omega) = \frac{K \cdot (1 + j\omega \cdot T_1)}{(1 + j\omega \cdot T_2) \cdot (1 + j\omega \cdot T_3) \cdot j\omega} = H(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \quad (13)$$

где:  $H(\omega) = \frac{K \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_1)^2}}{\sqrt{1 + (\omega \cdot T_2)^2} \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_3)^2} \cdot \omega}$  - амплитудно-частотная характеристику (АЧХ) системы САУ;

$\varphi(\omega) = [-90^\circ + \arctg(\omega \cdot T_1) - \arctg(\omega \cdot T_2) - \arctg(\omega \cdot T_3)]$  - аргумент частотной передаточной функции, представляющий собой фазочастотную характеристику (ФЧХ) системы САУ.

По известной АЧХ определим выражение для ЛАЧХ  $L(\omega)$ :

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg H(\omega) = 20 \cdot \lg K - 20 \lg \omega + 20 \lg \sqrt{1 + (\omega \cdot T_1)^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega \cdot T_2)^2} - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega \cdot T_3)^2}, \text{ дБ} \quad (14)$$

Асимптотическую ЛАЧХ строим путем замены непрерывной кривой ЛАЧХ несколькими прямыми отрезками, которые сопрягаются между собой в точках, соответствующих круговым частотам  $\omega_c$  (сопрягающим частотам), численно равным обратной величине от постоянных времени, входящих в выражение (14). В нашем примере имеем три сопрягающие частоты:

$$\omega_{c1} = 1/T_1, \text{ рад/с}; \quad \omega_{c2} = 1/T_2, \text{ рад/с}; \quad \omega_{c3} = 1/T_3, \text{ рад/с}.$$

Расположим сопрягающие частоты в порядке возрастания при следующих исходных данных нашего примера:  $K = 10$ ;  $T_1 = 0,4$  с;  $T_2 = 2$  с;  $T_3 = 0,02$  с.

Учитывая, что чем больше значение постоянной времени, тем меньше значение сопрягающей частоты, можем написать следующее неравенство:

$$\omega_{c2} = 0,5 < \omega_{c1} = 2,5 < \omega_{c3} = 50 \text{ рад/с}.$$

Выбираем масштаб для одной декады частот так, чтобы в этом масштабе на оси абсцисс (частот) разместить три декады логарифмической шкалы. Если значения всех сопрягающих частот больше или равно 1 ( $\omega_c \geq 1$  рад/с), то в качестве границ декад выбираем круговые частоты 1, 10, 100 и 1000 рад/с. В том случае, когда значение хотя бы одной из сопрягающих частот находится в диапазоне  $0,1 \leq \omega_c < 1$ , то границы декад необходимо сместить влево на одну декаду, т.е. выбрать 0,1, 1, 10 и 100 рад/с.

В пределах каждой декады можно выделить промежуточные значения частот, используя для этих целей логарифмическую шкалу. Затем на логарифмической оси частот отмечаем точки, соответствующие сопрягающим частотам  $\omega_{c1}$ ,  $\omega_{c2}$ ,  $\omega_{c3}$ , и проводим через них вертикальные пунктирные линии. Ось ординат проводим через частотную отметку 1 рад/с и выбираем соответствующий масштаб, исходя из значения величины  $20 \cdot \lg K$ , так, чтобы можно было отложить значения  $(20 \cdot \lg K + 20)$  и  $(20 \cdot \lg K - 40)$ , дБ.

В нашем случае откладываем на оси ординат следующие точки:

$$20 \cdot \lg 10 = 20; 20 \cdot \lg 10 + 20 = 40; 20 \cdot \lg 10 - 40 = -20 \text{ дБ.}$$

С целью удобства построения асимптотической ЛАЧХ выбираем масштаб 1 см на 10 дБ. Проводим через точку  $20 \cdot \lg K$  вправо от оси ординат прямую линию с наклоном -20 дБ на декаду, для чего соединяем эту точку с точкой  $(20 \cdot \lg K - 20)$ , расположенной на частотной отметке 10 рад/с. Так как в нашем примере первая по порядку следования сопрягающая частота  $\omega_{c2} < 1$ , то продолжим эту прямую влево от оси ординат до пересечения с вертикальной пунктирной линией, исходящей из точки 0,1 рад/с на оси частот. Очевидно, что ордината точки пересечения равна  $(20 \cdot \lg K + 20) = 40$  дБ.

На отрезке логарифмической оси частот  $0,1 \leq \omega \leq \omega_{c2}$  асимптотическая ЛАЧХ описывается выражением:  $L(\omega) = 20 \cdot \lg K - 20 \cdot \lg \omega$  и представляет собой отрезок проведенной ранее прямой с наклоном -20 дБ/дек, соединяющий точки ее пересечения с вертикальными пунктирными линиями, проведенными из точек 0,1 и  $\omega_{c2}$  и имеющими ординаты, соответственно:  $L(0,1) = 20 \cdot \lg 10 - 20 \cdot \lg 0,1 = 40$  дБ и  $L(\omega_{c2}) = L(0,5) = 20 \cdot \lg 10 - 20 \cdot \lg 0,5 = (40 - 20 \cdot \lg 5)$  дБ.

Первая сопрягающая частота  $\omega_{c2}$  принадлежит инерционному звену, поэтому после этой частоты асимптотическая ЛАЧХ на отрезке частотной оси  $\omega_{c2} \leq \omega \leq \omega_{c1}$  описывается выражением:  $L(\omega) = 20 \cdot \lg K - 20 \cdot \lg \omega - 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_2)$  и, следовательно, ее наклон увеличивается на -20 дБ/дек и становится равным -40 дБ/дек. Соединяя ординаты  $(40 - 20 \cdot \lg 5)$  в точке  $\omega_{c2} = 0,5$  рад/с с ординатой  $(-20 \cdot \lg 5)$  в точке  $\omega = 10 \cdot \omega_{c2} = 5$  рад/с пунктирной линией получим отрезок прямой с наклоном -40 дБ/дек, который пересекает вертикальную пунктирную линию, соответствующую круговой частоте  $\omega_{c1} = 2,5$  рад/с, в точке с ординатой  $L(\omega_{c1}) = L(2,5) = 20 \cdot \lg 10 - 20 \cdot \lg 2,5 - 20 \cdot \lg(2,5 \cdot 2) = (20 - 20 \cdot \lg 12,5) = (-20 \lg 1,25)$  дБ. Соединяя ординату  $L(\omega_{c2}) = (40 - 20 \cdot \lg 5)$  дБ сплошной прямой линией с ординатой  $L(\omega_{c1}) = (-20 \cdot \lg 1,25)$ , соответствующей точке пересечения наклонной пунктирной линии с вертикальной пунктирной линией), получим на отрезке логарифмической оси частот  $\omega_{c2} \leq \omega \leq \omega_{c1}$  очередную асимптоту ЛАЧХ с наклоном -40 дБ/дек.

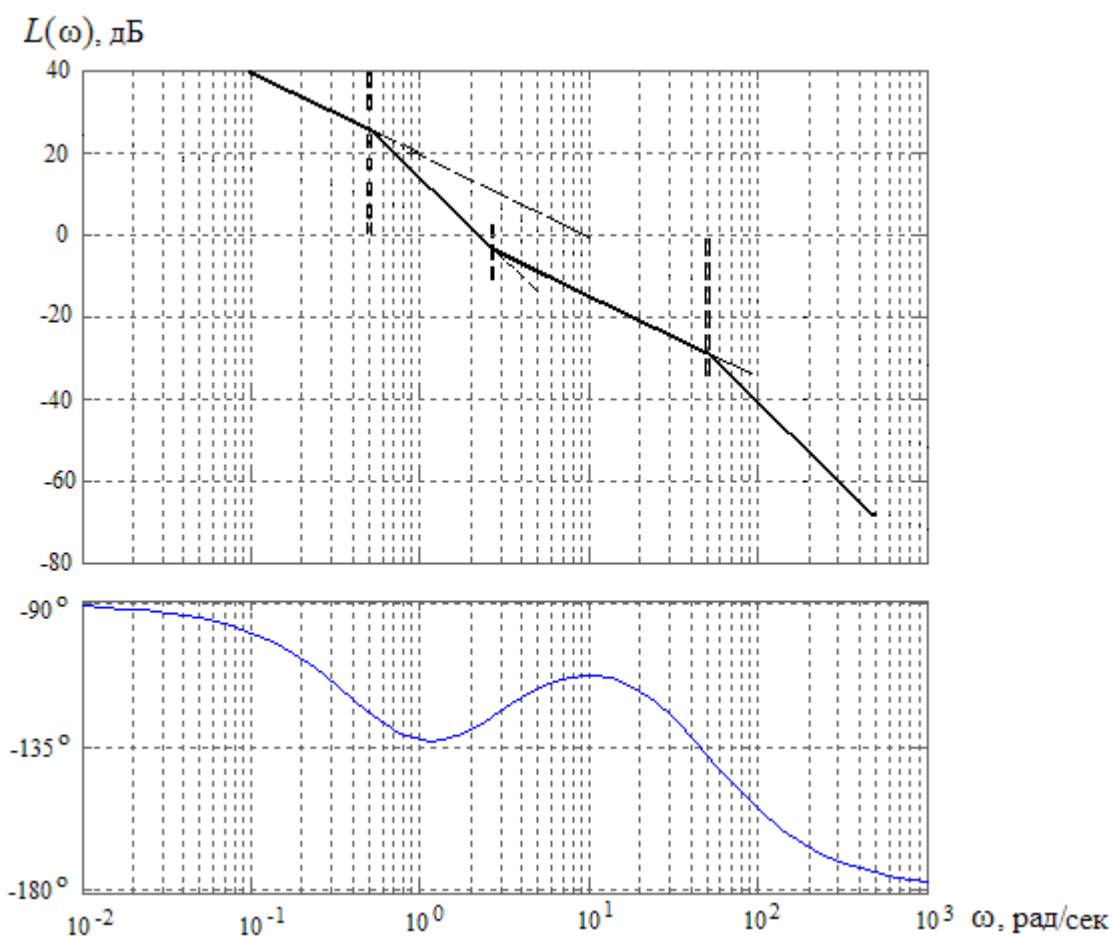
Вторая сопрягающая частота  $\omega_{c1}$  принадлежит дифференцирующему звену, поэтому после этой частоты асимптотическая ЛАЧХ на отрезке частотной оси  $\omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c3}$  описывается выражением:  $L(\omega) = 20 \cdot \lg K - 20 \cdot \lg \omega - 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_2) + 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_1)$  и, следовательно, ее наклон уменьшается на 20 дБ/дек и становится вновь равным -20 дБ/дек. Соединяя пунктирной линией ординаты  $(-20 \cdot \lg 1,25)$  в точке  $\omega_{c1} = 2,5$  рад/с с ординатой  $(-20 - 20 \cdot \lg 1,25)$  в точке  $\omega = 10 \cdot \omega_{c1} = 25$  рад/с получим отрезок прямой с наклоном -20 дБ/дек. Продолжим эту



наклонную прямую до пересечения с вертикальной пунктирной линией, соответствующей круговой частоте  $\omega_{c3} = 50$  рад/с, в точке с ординатой  $L(\omega_{c3}) = L(50) = 20 \cdot \lg 10 - 20 \cdot \lg 50 - 20 \cdot \lg(50 \cdot 2) + 20 \cdot \lg(50 \cdot 0,4) = (-40 + 20 \cdot \lg 4)$  дБ. Соединяя ординату  $L(\omega_{c1}) = (-20 \cdot \lg 1,25)$  дБ сплошной прямой линией с ординатой  $L(\omega_{c3}) = (-40 + 20 \cdot \lg 4)$ , соответствующей точке пересечения наклонной пунктирной линии с вертикальной пунктирной линией), получим на отрезке логарифмической оси частот  $\omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c3}$  очередную асимптоту ЛАЧХ с наклоном -20 дБ/дек.

Третья сопрягающая частота  $\omega_{c3}$  принадлежит интегрирующему звену, поэтому после этой частоты асимптотическая ЛАЧХ на отрезке частотной оси  $\omega \geq \omega_{c3}$  описывается выражением:  $L(\omega) = 20 \cdot \lg K - 20 \cdot \lg \omega - 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_2) + 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_1) - 20 \cdot \lg(\omega \cdot T_3)$  и, следовательно, ее наклон вновь увеличивается на -20 дБ/дек и становится равным -40 дБ/дек. Соединяя сплошной линией ординаты  $(-40 + 20 \cdot \lg 4)$  в точке  $\omega_{c3} = 50$  рад/с с ординатой  $(-80 + 20 \cdot \lg 4)$  в точке  $\omega = 10 \cdot \omega_{c3} = 500$  рад/с получим асимптоту ЛАЧХ с наклоном -40 дБ/дек.

На рис. 1 показан график асимптотической ЛАЧХ, построенный в соответствии с вышеприведенным алгоритмом.



**Рисунок 1. Логарифмические асимптотическая амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики**

Для построения логарифмической ФЧХ воспользуемся выражением  $\phi(\omega) = [-90^\circ + \arctg(\omega \cdot T_1) - \arctg(\omega \cdot T_2) - \arctg(\omega \cdot T_3)]$ .

Задаваясь численными значениями круговой частоты от 0,1 до 100 рад/с (при  $\omega_{c2} < 1$ ) или от 1 до 1000 рад/с (при  $\omega_{c2} \geq 1$ ), заполнить соответствующий столбец табл. 4 значениями

частотной функции  $\varphi(\omega)$  и выполнить ее построение так, как показано применительно к нашему примеру на рис. 1.

Для построения годографа АФЧХ необходимо также заполнить соответствующие столбцы табл. 4, для чего необходимо произвести расчет модуля  $H(\omega)$  частотной передаточной функции  $W(j\omega)$  и его проекций на мнимую ( $M(\omega) = H(\omega) \cdot \sin[\varphi(\omega)]$ ) и действительную ( $N(\omega) = H(\omega) \cdot \cos[\varphi(\omega)]$ ),

$$H(\omega) = \frac{K \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_1)^2}}{\sqrt{1 + (\omega \cdot T_2)^2} \cdot \sqrt{1 + (\omega \cdot T_3)^2} \cdot \omega}$$

а также использовать данные выполненного ранее расчета фазочастотной характеристики.

Таблица 4

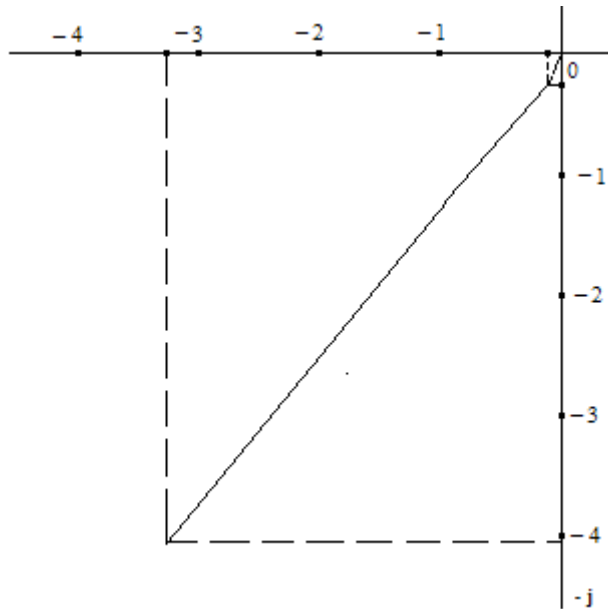
| $\omega$ , рад/с | $H(\omega)$ | $N(\omega)$ | $M(\omega)$ | $\varphi(\omega)$ , град |
|------------------|-------------|-------------|-------------|--------------------------|
| 0,1              | 98,04       | -16,40      | -96,66      | -99,63                   |
| ...              | ...         | ...         | ...         | ...                      |
| 1                | 4,816       | -3,270      | -4,05       | -132,77                  |
| ...              | ...         | ...         | ...         | ...                      |
| 10               | 0,285       | -0,109      | -0,263      | -112,48                  |
| ...              | ...         | ...         | ...         | ...                      |
| 100              | 0.0089      | -0,008      | -0,0052     | -154,57                  |

Так как значение модуля  $H(\omega)$  АФЧХ обратно пропорционально круговой частоте, то для построения годографа следует брать более высокие частоты с наиболее близкими относительно малыми значениями модуля. Так, например, в нашем примере это частоты в диапазоне от 1 до 10 рад/с.

Откладываем на отрицательной действительной полуоси комплексной плоскости значения проекции  $N(\omega)$  модуля  $H(\omega)$ , а на отрицательной полуоси - значения проекции  $M(\omega)$  этого модуля, выбрав предварительно наиболее удобный масштаб. Затем через отложенные точки проводим вертикальные или горизонтальные линии параллельно противоположным координатным осям. Соединив точки пересечения этих линий с началом координат, получим векторы АФЧХ, соответствующие частотам, при которых вычислялись проекции их модуля на координатные оси. Соединив точки пересечения этих линий между собой и с началом координат, получим фрагмент годографа АФЧХ, представляющего собой кривую, которую описывает конец вектора  $W(j\omega)$  при изменении частоты в выбранном диапазоне частот.

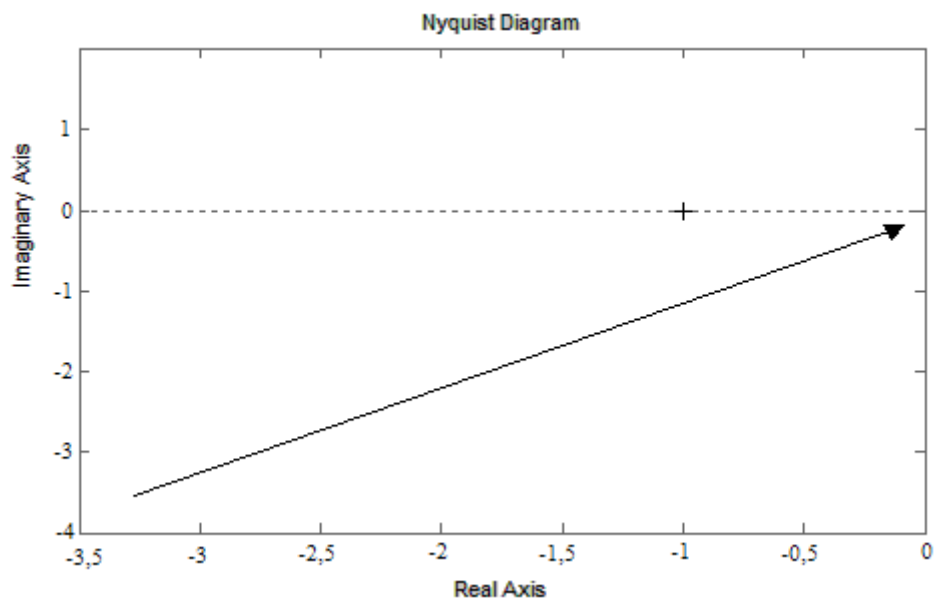
Другой способ построения годографа АФЧХ основан на использовании полярных координат, для чего на комплексной плоскости через начало ее координат проводят ряд линий под углами, взятыми из табл. 4 для соответствующих частот, и на этих линиях откладывают в произвольно выбранном масштабе значения модуля  $H(\omega)$  АФЧХ. Соединяя затем концы векторов между собой и с началом координат, получим искомый фрагмент годографа АФЧХ.

Фрагмент годографа АФЧХ, построенного на основании данных табл. 4, показан на рис. 2.



**Рисунок 2. Фрагмент годографа АФЧХ**

Для построения ЛАЧХ, ЛФЧХ и годографа АФЧХ можно воспользоваться программой МАТЛАБ. Пример фрагмента годографа АФЧХ, построенного с применением этой программы, показан на рис. 3 для области частот 1 – 15 рад/с.



**Рисунок. 3 Фрагмент годографа АФЧХ, построенного с использованием программы МАТЛАБ**