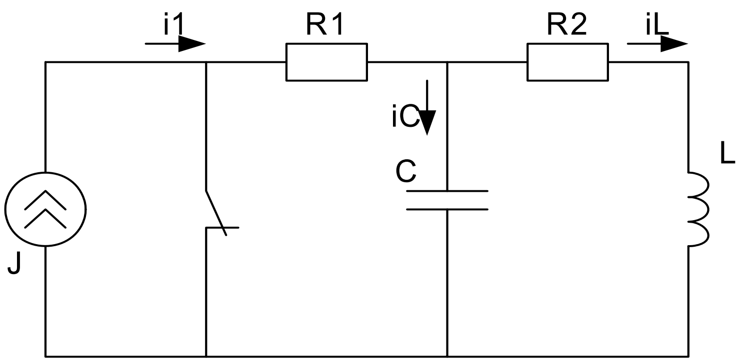


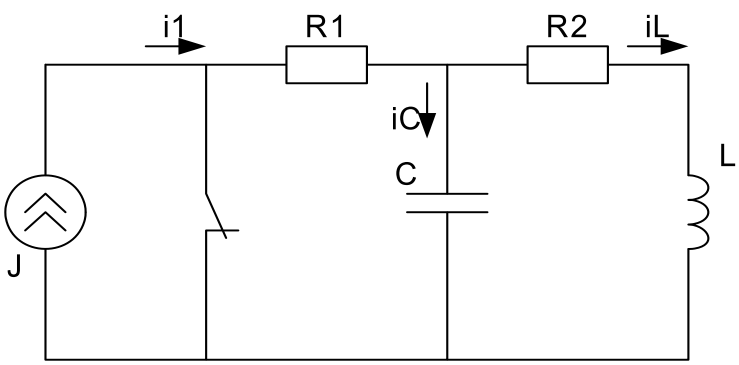
Дано

$R1 = 25$ Ом $R2 = 30$ Ом $L = 0.2$ Гн $C = 50 \cdot 10^{-6}$ Ф $J = 3$ А

Решение

Классический метод

Ключ замкнут



Определим начальные условия

При постоянном токе катушка индуктивности представялет собой проводник, а конденсатор - разрыв цепи

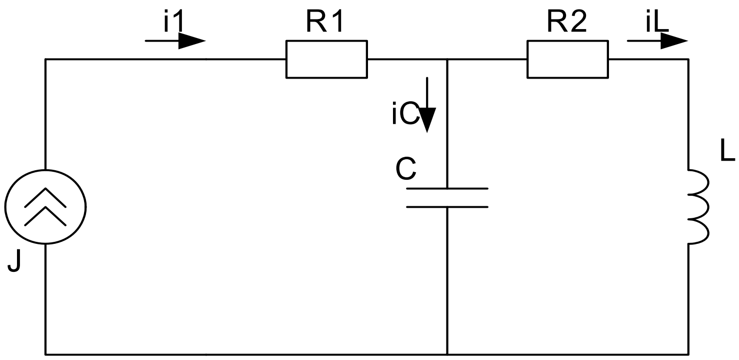
$uC0 = 0$ В

$iL0 = 0$ А нулевые начальные условия так как схема отключена от источника тока

Закон коммутации:
до и после коммутации напряжение на конденсаторе и ток в катушке остатеться величиной постоянной

$uC00 = uC0 = 0$ В $iL00 = iL0 = 0$ А

Ключ разомкнут



Составим систему уравнений для момента времени коммутации

$$uC00 = iL00 \cdot R2 + uL00 \qquad uL00 = uC00 - iL00 \cdot R2 = 0$$

$$iC00 = J - iL00 = 3$$

Получим производные

$$diL = \frac{uL00}{L} = 0 \qquad duC = \frac{iC00}{C} = 60000$$

Определим принужденные составляющие

$$iL\text{пр} = J = 3 \quad \text{A} \quad uC\text{пр} = iL\text{пр} \cdot R2 = 90 \quad \text{B}$$

Составим характерестическое уравнение входного сопротивления

$$Z(p) = \frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R2 = 0$$

Определим корни

$$\frac{1}{p \cdot C} + p \cdot L + R2 = \begin{pmatrix} -75.0 - 307.21j \\ -75.0 + 307.21j \end{pmatrix}$$

Мы получили комплексно-сопряженные корни

$$p1 = -75.0 - 307.21j \qquad p2 = -75.0 + 307.21j \qquad \delta = 75.0 \qquad \omega\text{св} = 307.21$$

Определим ток катушки

$$iL(t) = iL\text{пр} + A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega\text{св} \cdot t + \psi A)$$

$$\frac{d}{dt} iL(t) = -\delta \cdot A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega\text{св} \cdot t + \psi A) + \omega\text{св} \cdot A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega\text{св} \cdot t + \psi A) + diL\text{пр}$$

При t=0

$$iL0 = iL\text{пр} + A \cdot \sin(\psi A)$$

$$\frac{d}{dt} iL(0) = -\delta \cdot A \cdot \sin(\psi A) + \omega\text{св} \cdot A \cdot \cos(\psi A)$$

$$A \cdot \sin(\psi A) = iL0 - iL\text{пр} = -3$$

$$A \cdot \cos(\psi A) = \frac{diL}{\omega\text{св}} + \frac{\delta}{\omega\text{св}} \cdot A \cdot \sin(\psi A) = \frac{diL}{\omega\text{св}} + \frac{\delta}{\omega\text{св}} \cdot -3 = -0.732$$

Поделим синус на косинус

$$\frac{A \cdot \sin(\psi A)}{A \cdot \cos(\psi A)} = \frac{\sin(\psi A)}{\cos(\psi A)} = \tan(\psi A) = \frac{-3}{-0.732} = 4.098$$

$$\tan(\psi A) = 4.098$$

$$\psi A = \frac{\text{atan}(4.098)}{\circ} + 180 = 256.287 \qquad A = \frac{-3}{\sin(\psi A \cdot {}^\circ)} = 3.088$$

Получим закон изменения тока в катушке индуктивности

$$iL(t) = 3 + 3.088 \cdot e^{-75.0 \cdot t} \cdot \sin(307.21 \cdot t + 256.287^\circ) \quad A$$

Определим напряжение на конденсатора

$$uC(t) = uC\text{пр} + B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega\text{св} \cdot t + \psi B) \qquad B$$

$$\frac{d}{dt} uC(t) = -\delta \cdot B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega\text{св} \cdot t + \psi B) + \omega\text{св} \cdot B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega\text{св} \cdot t + \psi B) + \frac{d}{dt} uC\text{пр}$$

При t=0

$$uC0 = uC\text{пр} + B \cdot \sin(\psi B)$$

$$\frac{d}{dt} uC(0) = -\delta \cdot B \cdot \sin(\psi B) + \omega\text{св} \cdot B \cdot \cos(\psi B)$$

$$uC\text{пр} = 90$$

$$B \cdot \sin(\psi B) = uC0 - uC\text{пр} = -90$$

$$B \cdot \cos(\psi B) = \frac{duC}{\omega\text{св}} + \frac{\delta}{\omega\text{св}} \cdot B \cdot \sin(\psi B) = \frac{duC}{\omega\text{св}} + \frac{\delta}{\omega\text{св}} \cdot -90 = 173.334$$

Поделим синус на косинус

$$\frac{B \cdot \sin(\psi B)}{B \cdot \cos(\psi B)} = \frac{\sin(\psi B)}{\cos(\psi B)} = \tan(\psi B) = \frac{-90}{173.334} = -0.519$$

$$\tan(\psi B) = -0.519$$

$$\psi B = \frac{\text{atan}(-0.519)}{\circ} = -27.429 \qquad B = \frac{-90}{\sin(\psi B \cdot {}^\circ)} = 195.374$$

Получим закон изменения напряжение на конденсаторе

$$uC(t) = 90 + 195.374 \cdot e^{-75.0 \cdot t} \cdot \sin(307.21 \cdot t + -27.429^\circ) \quad B$$

Определим ток iC(t)

$$iC(t) = C \cdot \left(\frac{d}{dt} uC(t)\right)$$

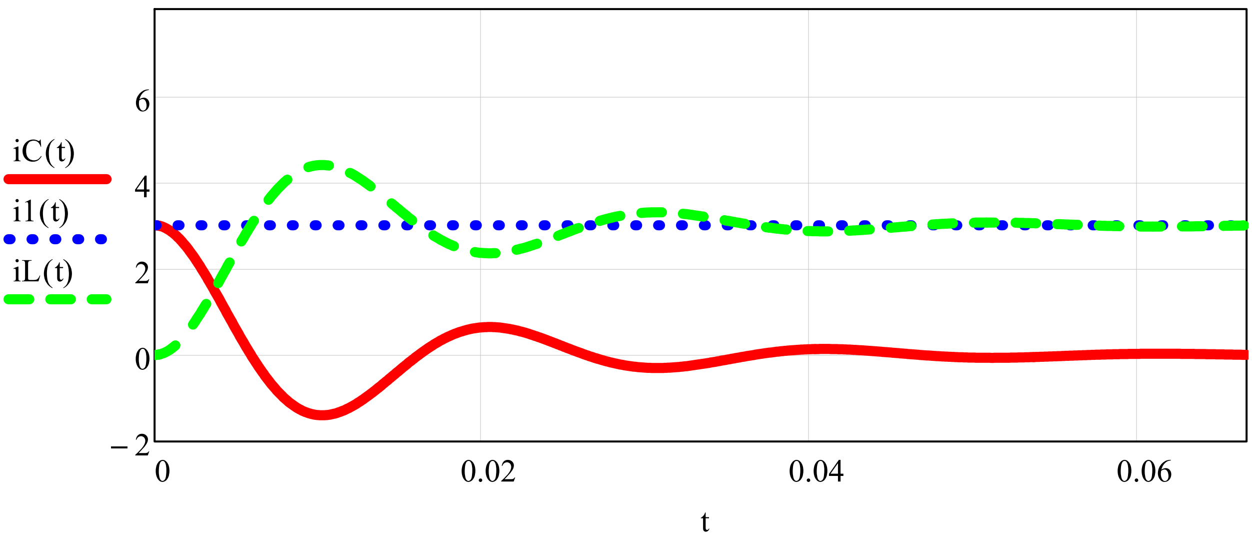
$$iC(t) = 3.001 \cdot \cos(307.21 \cdot t + -27.429 \cdot °) \cdot e^{-75.0 \cdot t} + -0.73265 \cdot \sin(307.21 \cdot t + -27.429 \cdot °) \cdot e^{-75.0 \cdot t}$$

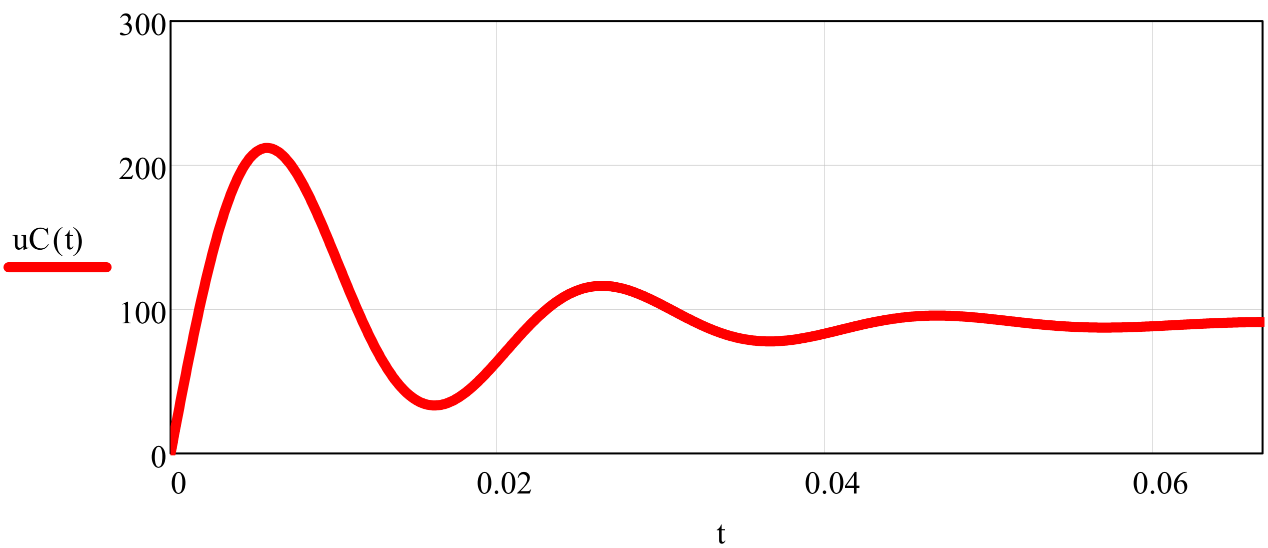
$$i1(t) = J$$

Определим постоянную времени цепи

$$\tau = \left|\frac{1}{\delta}\right| = 0.013 \quad с$$

Построим графики



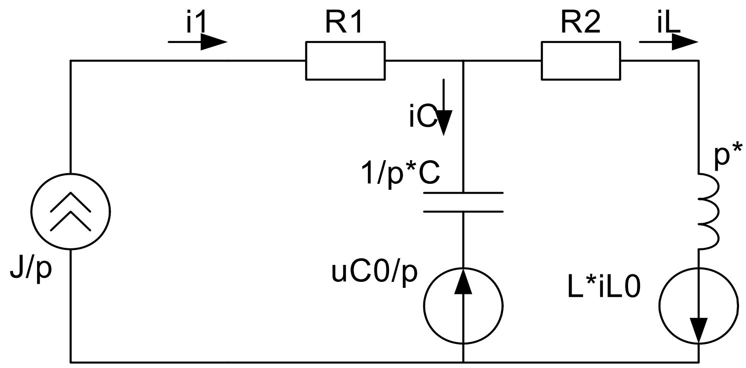


Операторный методом

Начальные условия

$iL0 = 0 \quad A \quad uC0 = 0 \quad B$

Нарисуем операторную схему замещения



Определим все токи методом двух узлов

$$Ux(p) = \frac{\frac{J}{p} + \frac{\frac{uC0}{p}}{\frac{1}{p\cdot C}} + \frac{-L\cdot iL0}{R2 + p\cdot L}}{\frac{1}{\frac{1}{p\cdot C}} + \frac{1}{R2 + p\cdot L}} = \frac{60000.0\cdot p + 9.0e6}{p\cdot\left(150.0\cdot p + p^2 + 100000.0\right)}$$

$$UC(p) = Ux(p) = \frac{60000.0\cdot p + 9.0e6}{p\cdot\left(150.0\cdot p + p^2 + 100000.0\right)}$$

$$I1(p) = \frac{J}{p} = \frac{3.0}{p}$$

$$IC(p) = -\frac{\frac{uC0}{p} - Ux(p)}{\frac{1}{p\cdot C}} = \frac{3.0\cdot p + 450.0}{150.0\cdot p + p^2 + 100000.0}$$

$$IL(p) = \frac{L\cdot iL0 + Ux(p)}{R2 + p\cdot L} = \frac{300000.0}{p\cdot\left(150.0\cdot p + p^2 + 100000.0\right)}$$

Сделаем преобразования с помощью теории вычетов

$$UC(p) = \frac{60000.0\cdot p + 9.0e6}{p\cdot\left(150.0\cdot p + p^2 + 100000.0\right)}$$

Определим корни знаменателя

$$p\cdot\left(150.0\cdot p + p^2 + 100000.0\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ -75.0 - 307.21j \\ -75.0 + 307.21j \end{pmatrix}$$

$$p1 = -75.0 - 307.21j \qquad p2 = -75.0 + 307.21j \qquad p0 = 0$$

Определим производную знаменателя

$$\frac{d}{dp}\left[p\cdot\left(150.0\cdot p + p^2 + 100000.0\right)\right] = 300.0\cdot p + 3.0\cdot p^2 + 100000.0$$

Получим

$$A(p) = \frac{60000.0\cdot p + 9.0e6}{300.0\cdot p + 3.0\cdot p^2 + 100000.0}$$

$$A1 = A(p1) = -44.998 + 86.666j \qquad A1 = 97.652\cdot e^{j\cdot 117.439°} = -44.998 + 86.666j$$

$$A2 = A(p2) = -44.998 - 86.666j \qquad A2 = 97.652\cdot e^{j\cdot -117.439°} = -44.998 - 86.666j$$

$$A0 = A(p0) = 90$$

Получим

$$UC(p) = \frac{97.652\cdot e^{j\cdot 117.439°}}{p - (-75.0 - 307.21j)} + \frac{97.652\cdot e^{j\cdot -117.439°}}{p - (-75.0 + 307.21j)} + \frac{90}{p}$$

$$X(p) = \frac{A\cdot e^{j\cdot\varphi}}{p - (a - j\cdot b)} + \frac{A\cdot e^{j\cdot -\varphi}}{p - a + j\cdot b}$$

$$x(t) = 2\cdot A\cdot e^{a\cdot t}\cdot\cos(b\cdot t - \varphi)$$

Преобразуем с помощью преобразования Лапласа

$$uC(t) = 2\cdot 97.652\cdot e^{-75.0\cdot t}\cdot\cos(307.21\cdot t - 117.439°) + 90$$

Перейдем к синусу

$$uC(t) = 2\cdot 97.652\cdot e^{-75.0\cdot t}\cdot\sin(307.21\cdot t - 117.439° + 90°) + 90$$

$$uC(t) = 90 + 195.304\cdot e^{-75.0\cdot t}\cdot\sin(307.21\cdot t + -27.439°)$$

Сделаем преобразования с помощью теории вычетов

$$IC(p) = \frac{3.0 \cdot p + 450.0}{150.0 \cdot p + p^2 + 100000.0}$$

Определим корни знаменателя

$$150.0 \cdot p + p^2 + 100000.0 = \begin{pmatrix} -75.0 - 307.21j \\ -75.0 + 307.21j \end{pmatrix}$$

$p1 = -75.0 - 307.21j \qquad p2 = -75.0 + 307.21j$

Определим производную знаменателя

$$\frac{d}{dp}\left(150.0 \cdot p + p^2 + 100000.0\right) = 2.0 \cdot p + 150.0$$

Получим

$$A(p) = \frac{3.0 \cdot p + 450.0}{2.0 \cdot p + 150.0}$$

$A1 = A(p1) = 1.5 + 0.366j \qquad A1 = 1.544 \cdot e^{j \cdot 13.719°} = 1.5 + 0.366j$

$A2 = A(p2) = 1.5 - 0.366j \qquad A2 = 1.544 \cdot e^{j \cdot -13.719°} = 1.5 - 0.366j$

Получим

$$IC(p) = \frac{1.544 \cdot e^{j \cdot 13.719°}}{p - (-75.0 - 307.21j)} + \frac{1.544 \cdot e^{j \cdot -13.719°}}{p - (-75.0 + 307.21j)}$$

$$X(p) = \frac{A \cdot e^{j \cdot \varphi}}{p - (a - j \cdot b)} + \frac{A \cdot e^{j \cdot -\varphi}}{p - a + j \cdot b}$$

$$x(t) = 2 \cdot A \cdot e^{a \cdot t} \cdot \cos(b \cdot t - \varphi)$$

Преобразуем с помощью преобразования Лапласа

$$iC(t) = 2 \cdot 1.544 \cdot e^{-75.0 \cdot t} \cdot \cos(307.21 \cdot t - 13.719°)$$

Перейдем к синусу

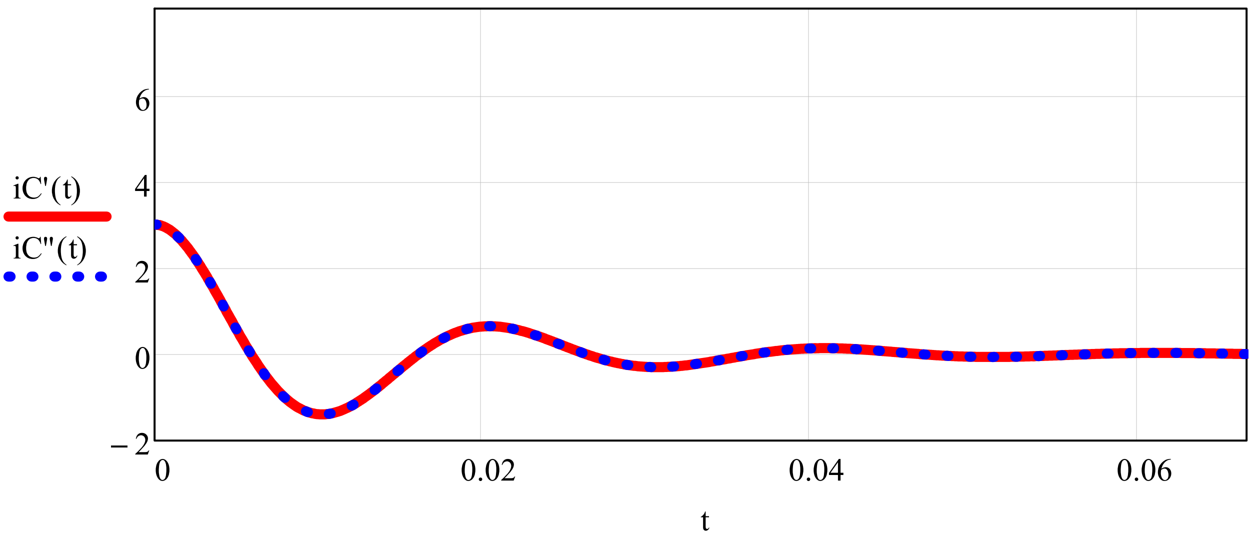
$$iC(t) = 2 \cdot 1.544 \cdot e^{-75.0 \cdot t} \cdot \sin(307.21 \cdot t - 13.719° + 90°)$$

$$iC(t) = 3.088 \cdot e^{-75.0 \cdot t} \cdot \sin(307.21 \cdot t + 76.281°)$$

Сравним результаты

$$iC'(t) = 3.088 \cdot e^{-75.0 \cdot t} \cdot \sin(307.21 \cdot t + 76.281°)$$

$$iC''(t) = 3.001 \cdot \cos(307.21 \cdot t + -27.429 \cdot °) \cdot e^{-75.0 \cdot t} + -0.73265 \cdot \sin(307.21 \cdot t + -27.429 \cdot °) \cdot e^{-75.0 \cdot t}$$



Результаты совпали

Сделаем преобразования с помощью теории вычетов

$$IL(p) = \frac{300000.0}{p \cdot \left(150.0 \cdot p + p^2 + 100000.0\right)}$$

Определим корни знаменателя

$$p \cdot \left(150.0 \cdot p + p^2 + 100000.0\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ -75.0 - 307.21j \\ -75.0 + 307.21j \end{pmatrix}$$

$p1 = -75.0 - 307.21j$ $\qquad$ $p2 = -75.0 + 307.21j$ $\qquad$ $p0 = 0$

Определим производную знаменателя

$$\frac{d}{dp}\left[p \cdot \left(150.0 \cdot p + p^2 + 100000.0\right)\right] = 300.0 \cdot p + 3.0 \cdot p^2 + 100000.0$$

Получим

$$A(p) = \frac{300000.0}{300.0 \cdot p + 3.0 \cdot p^2 + 100000.0}$$

$$A1 = A(p1) = -1.5 - 0.366j \qquad A1 = 1.544 \cdot e^{j \cdot -166.281°} = -1.5 - 0.366j$$

$$A2 = A(p2) = -1.5 + 0.366j \qquad A2 = 1.544 \cdot e^{j \cdot 166.281°} = -1.5 + 0.366j$$

$$A0 = A(p0) = 3$$

Получим

$$IL(p) = \frac{1.544 \cdot e^{j \cdot -166.281°}}{p - (-75.0 - 307.21j)} + \frac{1.544 \cdot e^{j \cdot 166.281°}}{p - (-75.0 + 307.21j)} + \frac{3}{p}$$

$$X(p) = \frac{A \cdot e^{j \cdot \varphi}}{p - (a - j \cdot b)} + \frac{A \cdot e^{j \cdot -\varphi}}{p - a + j \cdot b}$$

$$x(t) = 2 \cdot A \cdot e^{a \cdot t} \cdot \cos(b \cdot t - \varphi)$$

Преобразуем с помощью преобразования Лапласа

$$iL(t) = 2 \cdot 1.544 \cdot e^{-75.0 \cdot t} \cdot \cos(307.21 \cdot t + 166.281°) + 3$$

Перейдем к синусу

$$iL(t) = 3 + 2 \cdot 1.544 \cdot e^{-75.0 \cdot t} \cdot \sin(307.21 \cdot t + 166.281° + 90°)$$

$$iL(t) = 3 + 3.088 \cdot e^{-75.0 \cdot t} \cdot \sin(307.21 \cdot t + 256.281°)$$