

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

**Кафедра экономики**

**И. В. Подопригора**

# **Статистика**

**Учебное методическое пособие**

**2015**

Корректор: Осипова Е. А.

**Подопригора И. В.**

Статистика: учебное методическое пособие. — Томск: Факультет дистанционного обучения, ТУСУР, 2015. — 141 с.

© Подопригора И. В., 2015

© Факультет дистанционного  
обучения, ТУСУР, 2015

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ .....	5
1.1 Статистические методы наблюдения, классификации и группировки .....	5
1.2 Статистические таблицы и графики .....	18
1.3 Классификация и правила построения статистических показателей .....	26
1.4 Средние величины и показатели вариации .....	36
1.5 Экономические индексы .....	52
1.6 Выборочное наблюдение.....	66
1.7 Статистические методы анализа динамики социально-экономических явлений .....	74
2 СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА .....	83
2.1 Статистика продукции.....	83
2.2 Статистика труда .....	92
2.3 Статистика основных фондов .....	106
2.4 Статистика оборотных средств .....	116
2.5 Статистика себестоимости продукции .....	123
2.6 Статистика финансовых результатов деятельности предприятия .....	131
ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ .....	139
ЛИТЕРАТУРА .....	140

## **ВВЕДЕНИЕ**

При переходе к рыночным отношениям большую роль в управлении экономикой играет статистика. С ее помощью осуществляются сбор, научная обработка и анализ статистических данных, характеризующих развитие экономики и социально-культурный уровень населения. Статистика дает возможность изучать взаимосвязи общественных явлений, принимать эффективные управленческие решения на региональных и государственном уровнях, проводить международные сопоставления.

В системе экономического образования статистика занимает важное место как базовая дисциплина, формирующая профессиональный уровень современного экономиста. Эта дисциплина обеспечивает теоретическую и методологическую подготовку экономистов, финансистов, менеджеров, бухгалтеров и др.

Студенты, изучающие данную дисциплину, должны уметь обрабатывать статистические данные, группировать их, строить статистические таблицы и графики, исчислять и анализировать статистические показатели, делать выводы.

# 1 ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

## 1.1 Статистические методы наблюдения, классификации и группировки

*Статистическое наблюдение* — это начальная стадия статистического исследования, представляющая собой научно организованный по единой программе учет фактов, характеризующих явления и процессы общественной жизни. Организационные формы, виды и способы статистического наблюдения приведены в табл. 1.

Таблица 1 — **Формы, виды и способы статистического наблюдения**

Формы статистического наблюдения	Виды статистического наблюдения		Способы статистического наблюдения
	По времени регистрации фактов	По охвату единиц совокупности	
Статистическая отчетность	Текущее или непрерывное	Сплошное	Непосредственное
Специально организованное наблюдение	Прерывное: а) периодическое б) единовременное	Несплошное: а) выборочное б) основного массива в) монографическое	Документальное
Регистры			Опрос: а) устный б) саморегистрации в) корреспондентский г) анкетный д) явочный

*Объект наблюдения* — совокупность социально-экономических явлений и процессов, которые подлежат исследованию.

*Единица наблюдения* — составная часть объекта наблюдения, которая обладает признаками, подлежащими регистрации.

*Программа наблюдения* — перечень признаков или вопросов, подлежащих регистрации в процессе наблюдения, оформленных в виде анкеты или формуляра.

Основные требования к программе наблюдения:

1. Программа должна содержать только такие вопросы, которые безусловно необходимы для данного исследования.
2. В программу включают только те вопросы, на которые можно получить только точные ответы.
3. При разработке программы необходимо определить не только состав вопросов, но и их последовательность.
4. В программу целесообразно включать вопросы контрольного характера для проверки и уточнения собираемых данных.

Важнейшим этапом исследования социально-экономических явлений и процессов является систематизация первичных данных и получение на этой основе сводной характеристики всего объекта при помощи обобщающих показателей, что достигается путем сводки и группировки первичного статистического материала.

*Сводка* — это комплекс последовательных операций по обобщению конкретных единичных фактов, образующих совокупность, для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом. По глубине и точности обработки материала различают сводку простую и сложную.

*Простая сводка* — это операция подсчета общих итогов по совокупности единиц наблюдения.

*Сложная сводка* — это комплекс операций, включающих группировку единиц наблюдения, подсчет итогов по каждой группе и всему объекту и представление результатов в виде статистических таблиц.

Проведение сводки включает следующие этапы:

- выбор группировочного признака;

- определение порядка формирования групп;
- разработка системы статистических показателей для характеристики групп и объекта в целом;
- разработка макетов статистических таблиц для представления результатов сводки.

По форме обработки материала сводка бывает: *централизованная*, когда весь первичный материал поступает в одну организацию, подвергается в ней обработке от начала до конца; *децентрализованная*, когда отчеты предприятий сводятся статистическими органами субъектов РФ, а полученные итоги поступают в Росстат и там определяются итоговые показатели в целом по национальному хозяйству страны.

По технике выполнения статистическая сводка бывает *механизированная* (с использованием электронно-вычислительной техники) и *ручная*.

**Группировкой** называется разделение единиц исследуемой совокупности на однородные группы по определенным существенным для них признакам. Группировки являются важнейшим статистическим методом обобщения статистических данных, основой для исчисления статистических показателей. С помощью метода группировок решаются следующие задачи:

- выделение социально-экономических типов явлений;
- изучение структуры явления и структуры сдвигов, происходящих в нем;
- выявление связи и зависимости между явлениями.

В соответствии с этими задачами выделяют три вида группировок: типологические, структурные, аналитические.

*Типологическая группировка* — это разделение разнородной совокупности на качественно однородные группы и выявление на этой основе типов явлений. При построении группировки этого вида основное внимание должно быть уделено идентификации типов и выбору группировочного

признака. Решение вопроса об основании группировки должно осуществляться на основе анализа сущности изучаемого явления.

*Структурной* называется группировка, которая предназначена для изучения состава однородной совокупности по какому-либо варьирующему признаку.

Группировка, выявляющая взаимосвязи между изучаемыми явлениями и их признаками, называется *аналитической группировкой*.

В статистике признаки делятся на факторные и результативные.

*Факторными* называются признаки, под воздействием которых изменяются другие *результативные* признаки. Взаимосвязь проявляется в том, что с возрастанием значения факторного признака систематически возрастает или убывает значение результативного признака.

Особенностью аналитической группировки является то, что, во-первых, единицы группируются по факторному признаку и, во-вторых, каждая группа характеризуется средними величинами результативного признака.

Группировка, в которой группы образованы по одному признаку, называется *простой*.

*Комбинационной* называется группировка, в которой разделение совокупности на группы производится по двум и более признакам, взятым в сочетании (комбинации). Сначала группы формируются по одному признаку, затем они делятся на подгруппы по другому признаку, а эти в свою очередь делятся по третьему и т. д. Таким образом, комбинационные группировки дают возможность изучить единицы совокупности одновременно по нескольким признакам. При построении комбинационной группировки возникает вопрос о последовательности разбиения единиц объекта по признакам. Как правило, рекомендуется сначала проводить группировку по атрибутивным признакам, значения которых имеют ярко выраженные качественные различия.



Построение группировки начинается с определения состава группировочных признаков.

*Группировочным признаком* называется признак, по которому проводится разбиение единиц совокупности на отдельные группы. От правильного выбора группировочного признака зависят выводы статистического исследования. В качестве основания группировки необходимо использовать существенные, теоретически обоснованные признаки.

В основание группировки могут быть положены как количественные, так и качественные признаки. Первые имеют числовое выражение (объем торгов, возраст человека, доход семьи и т. д.).

После того как определено основание группировки, необходимо решить вопрос о количестве групп, на которые следует разбить исследуемую совокупность.

Число групп зависит от задач исследования и вида показателя, положенного в основание группировки, объема совокупности, степени вариации признака. Например, группировка предприятий по формам собственности учитывает муниципальную, федеральную и собственность субъектов Федерации.

Если группировка производится по количественному признаку, то необходимо обратить особое внимание на число единиц исследуемого объекта и степень колеблемости группировочного признака.

При небольшом объеме совокупности не следует образовывать большого количества групп, так как группы будут включать недостаточное число единиц объекта. Поэтому показатели, рассчитанные для таких групп, не будут представительными и не позволят получить адекватную характеристику исследуемого явления.

Часто группировка по количественному признаку имеет задачу отразить распределение единиц совокупности по этому признаку. В этом случае количество групп зависит, в первую очередь, от степени колеблемости

группировочного признака: чем больше его колеблемость, тем больше можно образовать групп. Чем больше групп, тем точнее будет воспроизведен характер исследуемого объекта. Однако слишком большое число групп затрудняет выявление закономерностей при исследовании социально-экономических явлений и процессов. Поэтому в каждом конкретном случае при определении числа групп следует исходить не только из степени колеблемости признака, но и из особенностей объекта и цели исследования.

На практике распространены простейшие группировки по одному количественному признаку — *ряды распределения*, подразделяющиеся на *дискретные* и *интервальные*.

*Интервал* — это значения варьирующего признака, лежащие в определенных границах. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы или хотя бы одну из них. Нижней границей интервала называется наименьшее значение признака в интервале, а верхней границей — наибольшее. Величина интервала представляет собой разность между верхней и нижней границами. Интервалы группировок могут быть закрытыми и открытыми.

*Закрытые интервалы* — это обычные интервалы, имеющие как нижние (т. е. «от»), так и верхние (т. е. «до») границы.

*Открытые интервалы* — это интервалы, имеющие какую-либо одну границу — верхнюю или нижнюю. Они применяются тогда, когда признак изменяется неравномерно в широких пределах, причем большие (или малые) значения признака встречаются нечасто.

Закрытые интервалы группировки в зависимости от их величины могут быть равными или неравными. Последние делятся на прогрессивно возрастающие, прогрессивно убывающие, произвольные и специализированные.

Если вариация признака проявляется в сравнительно узких границах и распределение носит равномерный характер, то строят *группировку с рав-*

ными интервалами. Величина равного интервала определяется по следующей формуле:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n},$$

где  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  — максимальное и минимальное значения признака в совокупности;  $n$  — число групп.

Определение числа групп можно осуществить с использованием формулы Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \cdot \lg N,$$

где  $N$  — число единиц в исследуемой совокупности.

Полученную по формуле величину округляют, и она будет являться шагом интервала. Существуют следующие правила определения шага интервала.

Если величина интервала, рассчитанная по формуле, представляет собой величину, которая имеет один знак до запятой (например, 0,88; 1,585; 4,8), то в этом случае полученные значения следует округлить до десятых и использовать их в качестве шага интервала. Если рассчитанная величина интервала имеет две значащие цифры до запятой и несколько после запятой (например, 15,985), то это значение необходимо округлить до целого числа (до 16).

В случае когда рассчитанная величина интервала представляет собой трехзначное, четырехзначное и т. д. число, эту величину следует округлить до ближайшего числа, кратного 100 или 50. Например, 557 следует округлить до 550 или до 600.

В случае когда размах вариации признака в совокупности велик и значения признака варьируют неравномерно, следует использовать *группировку с неравными интервалами*. Применение неравных интервалов обусловлено тем, что в первых группах небольшая разница в показателях имеет большое значение, а в последних группах эта разница несущественна.

Например, при построении группировки предприятий отрасли по показателю численности работников, который варьирует от 200 до 2000 человек, нецелесообразно рассматривать равные интервалы, т. к. учитываются как малые, так и крупнейшие предприятия отрасли. Поэтому следует образовывать неравные интервалы: 200–500, 500–1100, 1100–2000, т. е. величина каждого последующего интервала больше предыдущего на 300 человек и увеличивается в арифметической прогрессии.

По исходной информации различают первичную и вторичную группировки, *первичная* осуществляется на основе исходных данных наблюдения, *вторичная* использует данные первичной группировки. Иногда имеющуюся группировку необходимо изменить: объединить ранее выделенные относительно мелкие группы в небольшое число более крупных, типичных групп или изменить границы прежних групп с тем, чтобы сделать группировку сопоставимой с другими. Такая переработка результатов первичной группировки называется *вторичной группировкой*.

При построении вторичной группировки применяются два способа образования новых групп:

- первый способ состоит в укрупнении первоначальных интервалов; это наиболее простой и распространенный способ вторичной группировки;
- второй способ называется методом долевого перегруппировки и состоит в том, что за каждой группой закрепляется определенная доля единиц совокупности.

### ***Пример 1***

Необходимо провести анализ 30 предприятий одного из регионов, применяя метод группировок (выбрав в качестве группировочного признака уставный капитал), по данным табл. 2.

Определяем число групп предприятий по формуле Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \cdot \lg N = 1 + 3,322 \cdot \lg 30 \approx 6.$$

Таблица 2

№ п/п	Имущество, тыс. руб.	Активы, тыс. руб.	Уставный капитал, тыс. руб.
1	20710	11706	7351
2	19942	19850	17469
3	9273	2556	2626
4	59256	43587	2100
5	24654	29007	26100
6	47719	98468	18684
7	24236	25595	5265
8	7782	6154	2227
9	38290	79794	6799
10	10276	10099	3484
11	35662	30005	13594
12	20702	21165	8973
13	8153	16663	2245
14	10215	9115	9063
15	23459	31717	3572
16	55848	54435	7401
17	10344	21430	8266
18	16651	41119	5121
19	15762	29771	9998
20	6753	10857	2973
21	22421	53445	10415
22	13614	22625	4778
23	9870	11744	5029
24	24019	27333	6110
25	22969	70229	5961
26	75076	124204	17218
27	56200	90367	20454
28	60653	101714	19700
29	14813	18245	12950
30	41514	127732	12092

Далее определяем величину интервала:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{26100 - 2100}{6} = 4000.$$

После того как определен группировочный признак — уставный капитал, задано число групп и образованы сами группы, необходимо выбрать показатели, которые характеризуют группы, и определить их величины по

каждой группе. Результаты группировки заносятся в таблицу и определяются общие итоги по совокупности единиц наблюдения по каждому показателю (табл. 3).

Таблица 3

№ гр.	Группы предп. по величине уставного капитала, тыс. руб.	Число предп., ед.	Активы, тыс. руб.	Имущество, тыс. руб.	Уставный капитал, тыс. руб.
1	2100–6100	12	292945	212292	45381
2	6100–10100	8	254749	195890	63961
3	10100–14100	4	229427	114410	49051
4	14100–18100	2	144054	95018	34687
5	18100–22100	3	290549	164572	58838
6	22100–26100	1	29007	24654	26100
Итого		30	1240731	806836	278018

Структурная группировка предприятий на основе данных табл. 3 приведена в табл. 4.

Таблица 4

№ гр.	Группы предп. по величине уставного капитала, тыс. руб.	Число предп., %	Активы, %	Имущество, %	Уставный капитал, %
1	2100–6100	40	23,6	26,3	16,3
2	6100–10100	27	20,5	24,3	23,0
3	10100–14100	13	18,5	14,2	17,6
4	14100–18100	7	11,6	11,8	12,5
5	18100–22100	10	23,4	20,4	21,2
6	22100–26100	3	2,4	3,0	9,4
Итого		100	100,0	100,0	100,0

Из табл. 4 видно, что преобладают малые предприятия — 40 %, на долю которых приходится 26,3 % всего имущества и 23,6 % работающих активов.

Анализ взаимосвязи показателей можно провести на основе аналитической группировки (табл. 5).

Таблица 5

№ гр.	Группы предп. по величине уставного капитала, тыс. руб.	Число предп., ед.	Работающие активы в среднем на одно предприятие, тыс. руб.	Капитал в среднем на одно предп., тыс. руб.
1	2100–6100	12	24412,1	17691,0
2	6100–10100	8	31843,6	24486,3
3	10100–14100	4	57356,8	28602,5
4	14100–18100	2	72027,0	47509,0
5	18100–22100	3	96849,7	54857,3
6	22100–26100	1	29007,0	24654,0
Итого		30	–	–

Как видно из табл. 5, с ростом величины капитала увеличивается величина работающих активов. Следовательно, величины имущества и работающие активы, за исключением шестой группы, прямо взаимосвязаны, и, чем крупнее предприятие, тем эффективнее управление активами.

## Задачи для решения

**Задача 1.1.1.** По данным табл. 6 необходимо:

а) провести анализ 25 строительных компаний региона, применяя метод группировок (выбрав в качестве группировочного признака объем реализации и построив типологическую, структурную и аналитическую группировки), выделив 5 групп с равными интервалами. Результаты группировки представить в сводных групповых таблицах и проанализировать;

б) построить ряды распределения 25 строительных компаний: по размеру прибыли и по количеству работающих, определив число групп по формуле Стерджесса.

Таблица 6

№ п/п	Объем реализации в отчетном году, млрд руб.	Прибыль в отчетном году, млрд руб.	Количество работающих, тыс. чел.
1	1876,2	218,5	18,6
2	1827,8	290,7	9,1
3	1602,7	157,1	17,4
4	1563,8	91,7	6,4
5	1544,5	270,3	26,0
6	1470,5	142,1	6,4
7	1462,0	76,9	15,0
8	1392,7	138,7	15,7
9	1359,8	107,6	10,9
10	1350,9	262,2	7,6
11	1340,0	314,3	9,7
12	1290,7	190,0	20,6
13	1290,1	269,2	13,2
14	1285,4	131,2	6,3
15	1273,4	200,9	11,6
16	1270,7	300,9	5,6
17	1267,8	439,9	6,4
18	1266,4	243,7	11,5
19	1240,1	261,7	5,5
20	1228,9	136,1	17,5
21	1180,3	166,2	7,0
22	1164,5	133,3	10,7
23	1128,8	205,0	15,2
24	1098,0	136,2	11,3
25	1080,5	280,5	4,8

**Задача 1.1.2.** Имеются данные о производственном стаже работников бригады и их среднемесячной выработке изделий (табл. 7).

Таблица 7

Номер работника по списку	Производственный стаж, лет	Среднемесячная выработка изделий, шт.
1	8	10
2	2	6
3	6	7



Окончание табл. 7

Номер работника по списку	Производственный стаж, лет	Среднемесячная выработка изделий, шт.
4	1	6
5	4	9
6	2	8
7	10	12
8	5	10
9	4	8
10	3	7
11	6	9

Необходимо построить аналитическую группировку работников с целью выявления взаимосвязи между стажем работников и их выработкой.

**Задача 1.1.3.** По районам области за отчетный год известны данные о числе введенных в действие зданий жилого и нежилого назначения (ед.): 20, 57, 23, 24, 16, 20, 30, 54, 17, 16, 34, 32, 14, 18, 11, 29, 36, 32. Построить интервальный ряд распределения районов, образовав пять групп с равными интервалами; на основе ряда распределения построить структурную группировку.

**Задача 1.1.4.** Ввод в действие жилых домов и общежитий по субъектам федерального округа за год характеризуется данными (тыс. кв. метров общей площади): 68, 271, 50, 140, 660, 275, 988, 628, 1002, 1380, 707, 437. Построить интервальный ряд распределения, образовав три группы с равными интервалами; на основе ряда распределения построить структурную группировку.

**Задача 1.1.5.** По группе грузовых автотранспортных предприятий города информация за отчетный год представлена в табл. 8.

Таблица 8

№ предп.	Грузооборот, млн т · км	Затраты на перевозку, тыс. руб.	№ предп.	Грузооборот, млн т · км	Затраты на перевозку, тыс. руб.
1	62	2914	9	47	2679
2	40	2204	10	24	1416
3	38	2166	11	18	1170
4	25	1462	12	58	2775
5	15	2900	13	44	2200
6	30	1710	14	23	1332
7	52	2527	15	32	1728
8	27	3080	16	20	1200

Требуется сгруппировать предприятия по размеру грузооборота, выделив следующие группы: до 20 млн т · км, 20–40, 40 млн т · км и более. По каждой группе определить число предприятий, общий объем грузооборота, общую сумму затрат на перевозки, среднюю величину затрат на 10 т · км.

## 1.2 Статистические таблицы и графики

Результаты группировки и сводки материалов оформляются в виде *статистических таблиц*.

В статистической таблице выделяются два элемента:

– *подлежащее* (обычно помещается в первой вертикальной или в горизонтальной графе) — перечень единиц или групп, на которые подразделена вся масса единиц наблюдения;

– *сказуемое* — цифры, при помощи которых характеризуются выделенные в подлежащем единицы или группы.

Над таблицей помещается заголовок, отражающий в сжатой форме ее основное содержание, время и место, к которым относятся изложенные в таблице данные.

Данные статистических таблиц используются для целей оперативного руководства, научного анализа, позволяющего вскрыть взаимосвязи и имеющиеся резервы. Различие целей сказывается на характере подлежащего. В зависимости от характера подлежащего различают три вида таблиц: простые, групповые, комбинационные.

В подлежащем *простых таблиц* дается перечень единиц или групп, составляющих объект изучения (предприятия, районы и др.), однако части подлежащего не являются группами одинакового качества. В сказуемом этих таблиц основное значение имеют абсолютные величины, выражающие объемы изучаемых общественных явлений. Простые таблицы дают справочный материал; они, как правило, отражают наличие и распределение ресурсов в стране и регионах.

Для целей экономико-статистического анализа используются групповые и комбинационные таблицы.

*Групповой таблицей* называется таблица, подлежащее которой образовано в результате группировки единиц по одному какому-то признаку. Если в сказуемом групповой таблицы только одна графа, характеризующая численность группы (частота), то такая таблица называется *рядом распределения*.

В *комбинационной таблице* подлежащее образовано в результате группировки единиц совокупности по двум и более признакам. В этом случае все единицы распределяются на группы сначала по одному признаку, а затем внутри каждой из выделенных групп — на подгруппы по другому признаку.

В сказуемом групповых и комбинационных таблиц на основе абсолютных величин исчисляют средние и относительные величины, позволяющие раскрыть особенности и закономерности развития изучаемого явления. В зависимости от структуры сказуемого различают статистические таблицы с простой и сложной его разработкой.

Примером простой перечневой таблицы является табл. 2, примером групповой — табл. 5.

Статистические графики представляют собой условные изображения числовых величин и их соотношений посредством линий, геометрических фигур или географических картосхем. Основными элементами графика являются шкала и масштаб.

*Шкала* — линия, отдельные точки которой могут быть прочитаны как определенные числа. Расстояние называется *графическим интервалом*, а разность между числовыми значениями точек — *числовым интервалом*. Шкала может быть равномерной и неравномерной. На равномерной шкале графические интервалы пропорциональны числовым интервалам. На неравномерной шкале равным числовым интервалам соответствуют неравные графические интервалы, и наоборот (логарифмическая линейка).

*Масштаб* — отношение длины линии на чертеже, графике или карте к длине линии в натуре. Отношение 1:250 означает, что длина масштаба графика уменьшается в 250 раз. В каждом графике необходимо различать:

- *графический образ* — это геометрические знаки, совокупность точек, линий, фигур, с помощью которых изображаются статистические данные;
- *поле графика* — это место, где расположены графические образы.

Поле графика характеризуется размерами и пропорциями. Размер зависит от назначения графика, а что касается пропорции, то наиболее часто графики представляют в виде прямоугольников, а также квадратов. В практике используется соотношение сторон графиков от 1:1,33 до 1:1,5, если вертикальную сторону принять за 1.

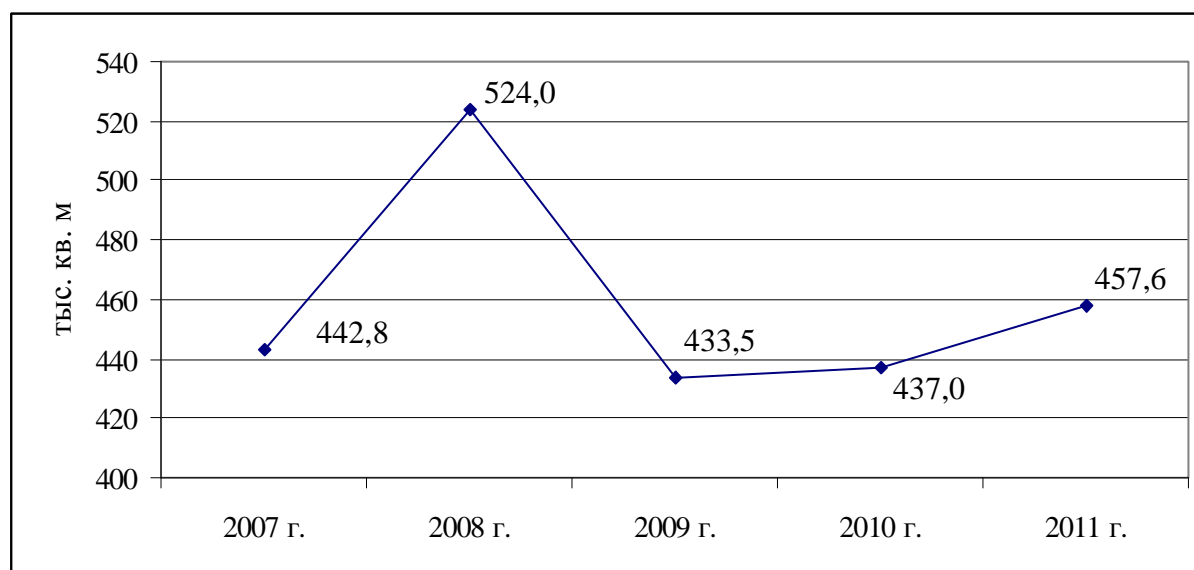
В каждом графике различают:

- пространственные ориентиры, определяющие размещение геометрических знаков на поле;
- масштабные ориентиры, дающие этим знакам количественную определенность;

– экспликацию графика, включающую название и пояснения его отдельных частей.

*Экспликация графика* — это пояснение его содержания; включает в себя заголовок графика, объяснения масштабных шкал, отдельных элементов графического образа. На графике даются пояснения.

Разновидностью графиков является диаграмма. По способу построения *диаграммы* делятся на линейные, столбиковые, ленточные, круговые, секторные, фигурные и др. Наибольшее применение имеют *линейные диаграммы*. Для их построения применяется система прямоугольных координат. На оси абсцисс откладываются показатели времени (варианты), а на оси ординат — величина изучаемого показателя (рис. 1).



*Рис. 1* — Динамика ввода в действие жилой площади в Томской области за 2007–2011 гг.

Динамика социально-экономических показателей может быть представлена *столбиковыми диаграммами* (рис. 2) или комбинацией линейной и столбиковой диаграмм (рис. 3).

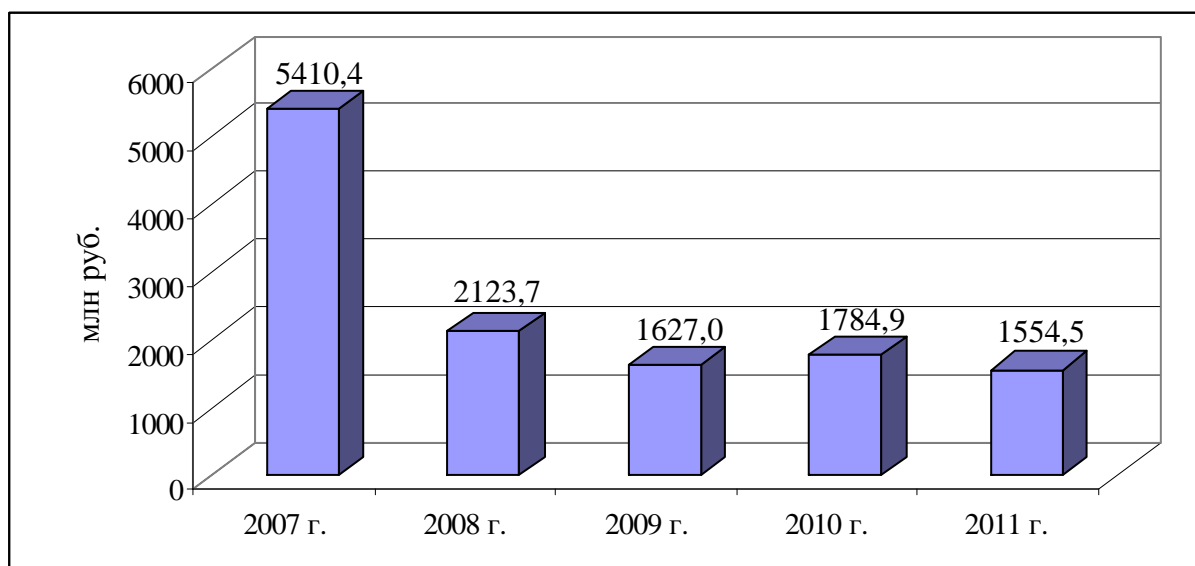


Рис. 2 — Динамика инвестиций в основной капитал строительных организаций области за 2007–2011 гг.

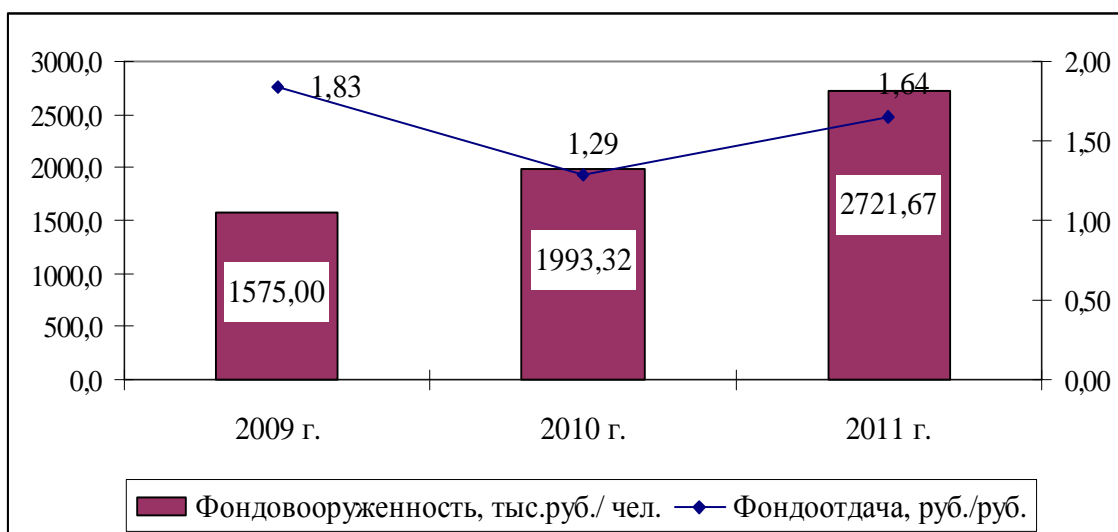


Рис. 3 — Динамика фондовооруженности рабочих и фондоотдачи за 2009–2011 гг.

Для изображения структуры изучаемых явлений применяются *столбиковые* (изображаются в виде прямоугольников (столбиков), высота которых соответствует значению показателя) или *секторные диаграммы* (рис. 4, 5).

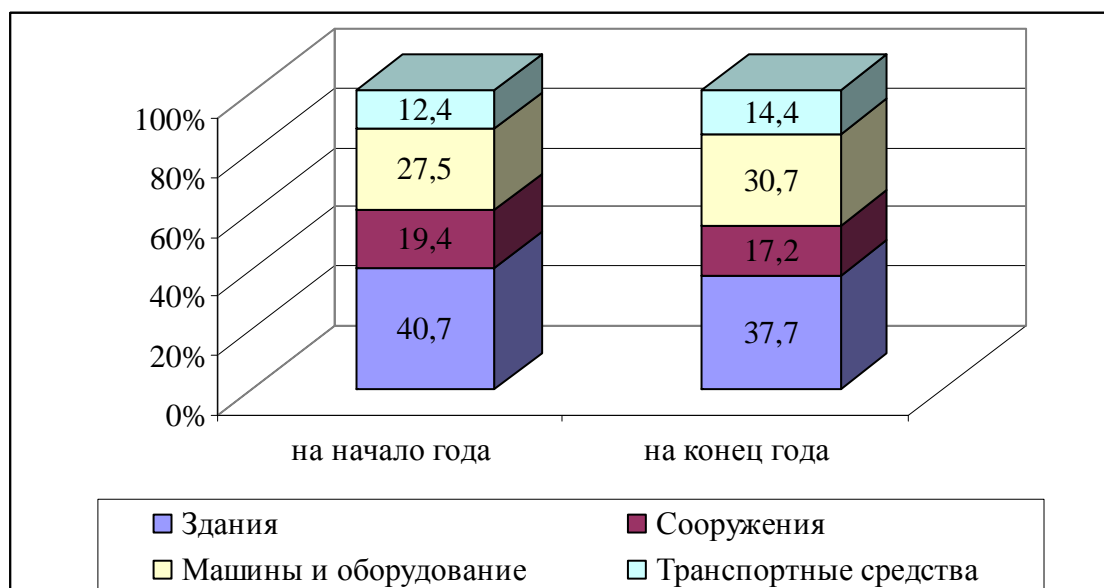


Рис. 4 — Динамика структуры основных фондов предприятия

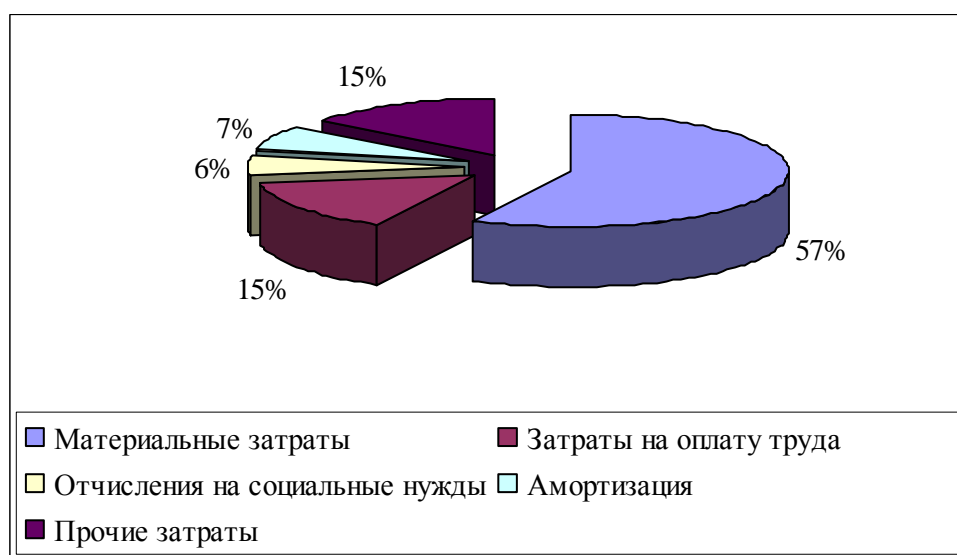


Рис. 5 — Структура себестоимости продукции

Картограммы и картодиаграммы используются для наглядного изображения показателей, характеризующих отдельные территории (рис. 6). Картограммы и картодиаграммы применяются для изображения географической характеристики изучаемых явлений. Они показывают размещение изучаемого явления, его интенсивность на определенной территории — в республике, области, экономическом или административном районе и

т. д. На картограмме распределение изучаемого признака по территории изображается условными знаками (точками, штриховкой, цветом и т. д.), соответствующими определенным интервалам значений величины этого признака.

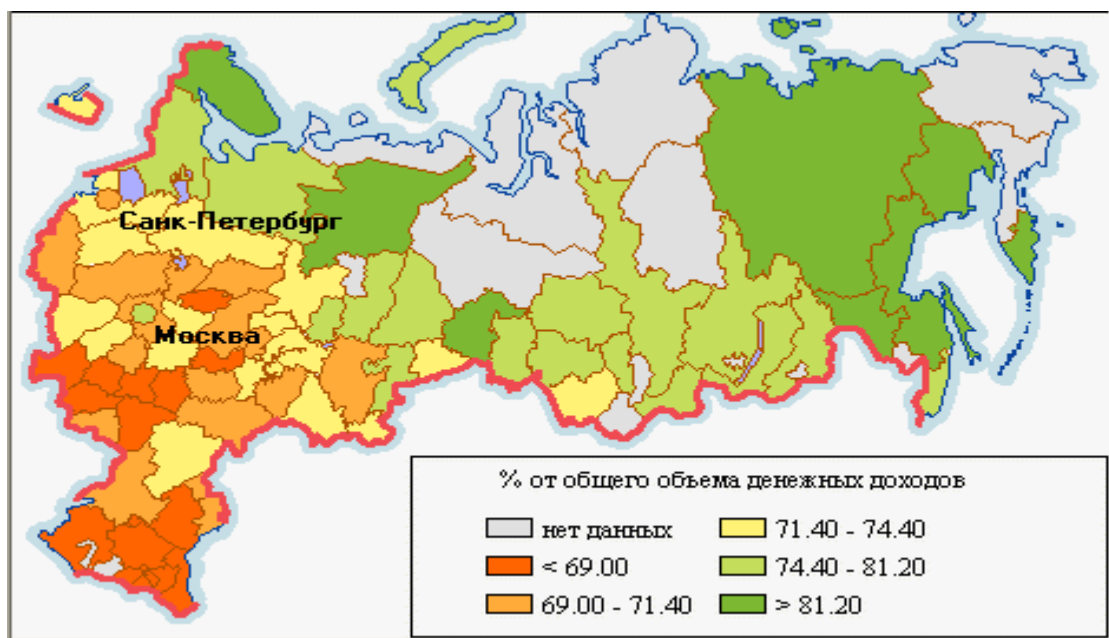


Рис. 6 — Оплата труда по регионам РФ

## Задачи для решения

**Задача 1.2.1.** Разработать макет статистической таблицы, характеризующей зависимость успеваемости студентов группы от посещаемости занятий и времени самостоятельной работы. Указать:

- 1) к какому виду таблицы относится макет;
- 2) название и вид разработки подлежащего и сказуемого;
- 3) группировочные признаки.

**Задача 1.2.2.** Разработать макеты таблиц для статистической характеристики населения Российской Федерации:

- 1) по полу и возрасту;
- 2) образованию.



**Задача 1.2.3.** Разработать макеты таблиц для статистической характеристики:

- 1) деятельности коммерческих банков;
- 2) деятельности страховых компаний.

**Задача 1.2.4.** Ввод в действие жилых домов в одной из областей в отчетном году характеризуется данными табл. 9.

*Таблица 9*

Ввод в действие жилых домов, млн м <sup>2</sup>			
I кв.	II кв.	III кв.	IV кв.
50	52	55	51

Требуется построить линейную диаграмму, отражающую динамику.

**Задача 1.2.5.** Ввод в действие (в эксплуатацию) зданий в области по их видам в 2010 г. характеризуется данными табл. 10.

*Таблица 10*

Показатель	Количество зданий, ед.
Введено в действие зданий	1327
В том числе:	
жилого назначения	1266
нежилого назначения	61

Требуется построить секторную диаграмму, отражающую структуру введенной в действие площади.

### **1.3 Классификация и правила построения статистических показателей**

Статистическое исследование, независимо от его масштаба и целей, всегда завершается расчетом и анализом различных по виду и форме выражения статистических показателей.

*Статистический показатель* представляет собой количественную характеристику социально-экономических явлений и процессов в условиях качественной определенности. Все используемые в статистической практике показатели по форме выражения классифицируются на абсолютные и относительные.

*Абсолютные показатели* отражают физические размеры изучаемых статистикой процессов и явлений, а именно: их массу, площадь, объем, протяженность, временные характеристики, а также могут представлять объем совокупности, т. е. число составляющих ее единиц. К абсолютным показателям, например, относятся площадь территории страны, объем промышленного производства, эксплуатационная длина железнодорожных путей сообщения, число предприятий отрасли и т. п.

Абсолютные статистические показатели всегда являются именованными числами. В зависимости от социально-экономической сущности исследуемых явлений, их физических свойств они выражаются в натуральных, стоимостных или трудовых единицах измерения.

В международной практике используются такие натуральные единицы измерения, как тонны, килограммы, квадратные, кубические и простые метры, километры, мили, литры, баррели, штуки и т. д.

В группу натуральных также входят условно-натуральные измерители, которые используются в тех случаях, когда какой-либо продукт имеет несколько разновидностей и общий объем можно определить только исходя из общего для всех разновидностей потребительского свойства. Перевод

в условные единицы измерения осуществляется на основе специальных коэффициентов, рассчитываемых как отношение потребительских свойств отдельных разновидностей продукта к эталонному значению.

### *Пример 2*

В апреле отчетного года в РФ было добыто 23,8 млн т нефти. Зная теплоту сгорания нефти, равную 45,0 мДж/кг, рассчитаем коэффициент перевода в условное топливо, имеющее теплоту сгорания 29,3 мДж/кг:  $45 : 29,3 = 1,536$ . С учетом данного коэффициента добытый объем нефти эквивалентен  $23,8 \cdot 1,536 = 36,6$  млн т условного топлива.

В условиях рыночной экономики особое значение имеют стоимостные единицы измерения, позволяющие дать денежную оценку социально-экономическим объектам.

К трудовым единицам измерения, позволяющим учитывать как общие затраты труда на предприятии, так и трудоемкость отдельных операций технологического процесса, относятся человеко-дни и человеко-часы.

В статистической практике для аналитических целей широко применяются относительные показатели. **Относительный показатель** представляет собой результат деления одного абсолютного показателя на другой и выражает соотношение между количественными характеристиками социально-экономических процессов и явлений. Поэтому по отношению к абсолютным показателям относительные показатели, или показатели в форме относительных величин, являются вторичными.

При расчете относительного показателя абсолютный показатель, находящийся в числителе получаемого отношения, называется текущим, или сравниваемым. Показатель, с которым производится сравнение и который находится в знаменателе, называется основанием, или базой сравнения. Таким образом, рассчитываемый относительный показатель указывает, во сколько раз сравниваемый абсолютный показатель больше базисного

или какую долю он составляет от базисного показателя, или сколько единиц первого приходится на 1, 100, 1000 и т. д. единиц второго. Относительный показатель может выражаться в коэффициентах, процентах, промилле, продецимилле или быть именованным числом.

Все используемые на практике относительные статистические показатели можно подразделить на следующие виды: показатели динамики, плана, реализации плана, структуры, координации, интенсивности и уровня экономического развития, сравнения.

Относительный показатель *динамики* (ОПД) представляет собой отношение уровня исследуемого процесса или явления за данный период времени (по состоянию на данный момент времени) и уровня этого же процесса или явления в прошлом:

$$\text{ОПД} = \frac{\text{Текущий уровень}}{\text{Базисный уровень}}.$$

Рассчитанная таким образом величина показывает, во сколько раз текущий уровень превышает предшествующий (базисный) или какую долю от последнего он составляет. Данный показатель может быть выражен кратным отношением или переведен в проценты.

Различают относительные показатели динамики с постоянной и переменной базой сравнения. Если сравнение осуществляется с одним и тем же базисным уровнем, например первым годом рассматриваемого периода, получают относительные показатели динамики с постоянной базой (базисные). При расчете относительных показателей динамики с переменной базой (цепных) сравнение осуществляется с предшествующим уровнем, т. е. основание относительной величины последовательно меняется. Относительные показатели динамики с переменной и постоянной базой сравнения взаимосвязаны между собой следующим образом: произведение всех относительных показателей с переменной базой равно относительному показателю с постоянной базой за исследуемый период.

Все субъекты финансово-хозяйственной деятельности (от небольших индивидуальных частных предприятий и до крупных корпораций) в той или иной степени осуществляют как текущее, так и стратегическое планирование, а также сравнивают реально достигнутые результаты с ранее намеченными. Для этой цели используются относительные показатели *планового задания* (ОППЗ) и *выполнения плана* (ОПВП):

$$\text{ОППЗ} = \frac{\text{Уровень, планируемый на отчетный период}}{\text{Уровень, достигнутый в базисном периоде}};$$

$$\text{ОПВП} = \frac{\text{Уровень, достигнутый в отчетном периоде}}{\text{Уровень, планированный на отчетный период}}.$$

ОППЗ показывает, во сколько раз намечаемый объем производства превысит достигнутый уровень или сколько процентов от этого уровня составит. Второй показатель отражает фактический объем производства в процентах или коэффициентах по сравнению с плановым уровнем.

Между относительными показателями плана, реализации плана и динамики существует следующая взаимосвязь:

$$\text{ОППЗ} \cdot \text{ОПВП} = \text{ОПД}.$$

### ***Пример 3***

Объем строительно-монтажных работ (СМР) компании в базисном году составил 2,0 млрд руб. Исходя из проведенного анализа складывающихся тенденций, руководство компании считало реальным в следующем году довести объем СМР до 2,8 млрд руб. Однако фактически объем СМР компании в отчетном году составил 2,6 млрд руб.

В этом случае

$$\text{ОППЗ} = \frac{2,8}{2,0} 100 \% = 140 \%.$$

Таким образом, в отчетном году компания планировала увеличить объем СМР на 40 %.

$$\text{ОПВП} = \frac{2,6}{2,8} 100 \% = 92,9 \% ,$$

что свидетельствует о невыполнении плана по росту объема работ в отчетном году на 7,1 %.

$$\text{ОПД} = 1,4 \cdot 0,929 \cdot 100 \% = 130 \% \text{ или } \text{ОПД} = \frac{2,6}{2,0} 100 \% = 130 \% ,$$

т. е. фактически оборот фирмы в отчетном году увеличился по сравнению с объемом СМР базисного года на 30 %.

Относительный показатель *структуры* ( $d$ ) представляет отношение структурных частей изучаемого объекта и их целого:

$$d = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности в целом}} .$$

Выражается относительный показатель структуры в долях единицы или в процентах. Рассчитанные величины, соответственно называемые долями или удельными весами, показывают, какой долей обладает или какой удельный вес имеет та или иная часть в общем итоге.

Относительный показатель *координации* (ОПК) представляет собой отношение одной части совокупности к другой части этой же совокупности:

$$\text{ОПК} = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности, выбранную в качестве базы сравнения}} .$$

При этом в качестве базы сравнения выбирается та часть, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной или какой-либо другой точки зрения. В результате получают, во сколько раз данная часть больше базисной или сколько процентов от нее составляет, или сколько единиц данной структурной части приходится на 1 единицу (иногда — на 100, 1000 и т. д. единиц) базисной структурной части.

Относительный показатель *интенсивности* (ОПИ) характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления и представляет собой отношение исследуемого показателя к размеру присущей ему среды:

$$\text{ОПИ} = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление А}}{\text{Показатель, характеризующий среду распространения явления А}}$$

Данный показатель получают сопоставлением разноименных, но взаимосвязанных величин. Поэтому наиболее часто он представляет собой именованную величину, но может быть выражен и в процентах, промилле, продецимилле.

#### **Пример 4**

Ввод в действие жилых домов и среднегодовая численность населения в отчетном году в области характеризуются данными, представленными в табл. 11.

*Таблица 11*

Показатель	Значение
Введено в действие жилых домов, тыс. м <sup>2</sup> общей площади	
Всего	374,5
В том числе:	
в городах и поселках городского типа	338,5
в сельской местности	36,0
Численность населения, тыс. чел.	1033,6

На основе данных, приведенных в табл. 11, определяем показатели структуры:

$$d_r = \frac{338,5}{374,5} 100 \% = 90,39 \% \text{ — доля жилых домов, введенных в дей-}$$

ствие в городах и поселках городского типа;

$$d_c = \frac{36,0}{374,5} 100 \% = 100 - 90,39 = 9,61 \% \text{ — доля жилых домов, введенных в действие в сельской местности.}$$

ных в действие в сельской местности.

Сравнивая площадь, введенную в действие в сельской местности и в городской, получим относительный показатель координации

$$\text{ОПК} = \frac{36,0}{338,5} 100 \% = 10,64 \% ,$$

свидетельствующий о том, что в сельской местности было введено в действие жилой площади на 89,36 % меньше, чем в городах и поселках городского типа.

Сопоставляя объем введенной в эксплуатацию жилой площади со среднегодовой численностью населения области, получаем, что на 1000 человек приходится

$$\text{ОПИ} = \frac{374,5}{1033,6} 1000 = 362,33 \text{ м}^2$$

общей жилой площади.

Относительный показатель *сравнения* (ОПС) представляет собой соотношение одного и того же абсолютного показателя, характеризующего разные объекты (предприятия, фирмы, районы, области, страны и т. п.):

$$\text{ОПС} = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект А}}{\text{Показатель, характеризующий объект Б}}.$$

### **Пример 5**

На начало текущего года операции с ГКО проводили в Москве 108, в Новосибирске 16 и в Санкт-Петербурге 13 официальных дилеров. Таким образом, в Москве дилеров было в 6,8 раза больше, чем в Новосибирске

$$\left( \text{ОПС} = \frac{108}{16} \right), \text{ и в } 8,3 \text{ раза больше, чем в Санкт-Петербурге } \left( \text{ОПС} = \frac{108}{13} \right).$$



## Задачи для решения

**Задача 1.3.1.** По региону имеются данные о вводе в эксплуатацию жилой площади (табл. 12).

Таблица 12

Вид жилых домов	Введено в эксплуатацию, тыс. м <sup>2</sup>	
	Прошлый год	Отчетный год
Кирпичные	5000	5100
Панельные	2800	2500
Коттеджи	200	800

Определить динамику ввода в эксплуатацию жилой площади по каждому виду жилых домов и в целом по региону.

Определить структуру введенной в эксплуатацию жилой площади в прошлом и отчетном годах (расчет с точностью до 0,1 %).

**Задача 1.3.2.** По предприятию за отчетный год данные о выпуске продукции представлены в табл. 13.

Таблица 13

Вид продукции	План на I кв., тыс. т	Фактический выпуск, тыс. т		
		Январь	Февраль	Март
Сталь	335	110	115	108
Прокат	255	75	90	100

Определить процент выполнения квартального плана по выпуску каждого вида продукции и средний по двум видам продукции процент выполнения плана при условии, что цены на продукцию равны 25 д. е. и 34 д. е. за тонну соответственно.

**Задача 1.3.3.** По предприятию имеются данные о выпуске продукции за год (табл. 14).

*Таблица 14*

№ предп.	Фактический выпуск продукции, млн руб.	Выполнение плана, %
1	29,4	105,0
2	42,6	100,0
3	24,0	96,0

Определить процент выполнения плана выпуска продукции в целом по фирме.

**Задача 1.3.4.** По плану предприятия объем производства продукции в отчетном году должен возрасти по сравнению с прошлым годом на 2,5 %. План по объему производства продукции перевыполнен в отчетном году на 3,0 %. Определить фактический объем производства продукции в отчетном году, если известно, что объем продукции в прошлом году составил 25 300 тыс. руб.

**Задача 1.3.5.** Выручка строительной организации за два года по основным видам деятельности представлена в табл. 15. Рассчитать и проанализировать структуру выручки строительной организации за каждый год, изменение в структуре, определить абсолютное и относительное изменения выручки (в т. ч. по видам деятельности).

Таблица 15

Виды деятельности	Выручка, тыс. руб.	
	2010 г.	2011 г.
Сдача имущества в аренду	280 836	271 120
Реализация энергоресурсов	62 666	66 858
Реализация объектов недвижимости	608 326	1 034 969
Другие	90 687	1 600

**Задача 1.3.6.** Предприятие перевыполнило план по объему реализации продукции в отчетном году на 3,8 %. Фактическое увеличение реализации продукции в отчетном году по сравнению с предыдущим годом составило 5,6 %. Определить, каково было плановое задание по росту объема реализации продукции.

**Задача 1.3.7.** На основании данных табл. 16 об объеме строительно-монтажных работ, выполненных объединением в отчетном году по двум отраслям, рассчитать систему следующих относительных показателей:

- а) планового задания, выполнения плана и динамики;
- б) структуры и координации, считая целым объемом работ, выполненных фактически в отчетном году, а частями — работы, выполненные по отраслям;
- в) интенсивности, определив размер затрат на 1 руб. выполненных работ;
- г) сравнения объема работ, выполненных объединениями в отчетном году.

Таблица 16

По плану на отчет- ный год	Фактически в базо- вом году	Фактически в отчетном году		Фактически в отчет- ном году другим объ- единением	Затраты на выполнение работ в отчетном году, тыс. руб.
		Промышленное строительство	Жилищное строительство		
68,2	65,5	28,0	40,6	67,6	46,5

Сделать выводы по результатам расчетов показателей.

## 1.4 Средние величины и показатели вариации

### 1.4.1 Средние величины

Наиболее распространенной формой статистических показателей, используемой в социально-экономических исследованиях, является **средняя величина**, представляющая собой обобщенную количественную характеристику признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени. Средняя величина всегда именованная, она имеет ту же размерность, что и признак у отдельных единиц совокупности. В экономических исследованиях и плановых расчетах применяются две категории средних:

- степенные средние;
- структурные средние.

К категории **степенных средних** относятся: средняя арифметическая, средняя гармоническая, средняя квадратическая, средняя геометрическая,

средняя квадратическая и т. д. Перечисленные средние объединяются общей формулой при различных значениях  $m$ :

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^m}{n}},$$

где  $\bar{x}$  — среднее значение;  $m$  — показатель степени средней;  $x$  — текущее значение усредняемого признака;  $n$  — количество значений признака.

В зависимости от значения показателя степени  $m$  различают следующие виды степенных средних:

- при  $m = -1$  — средняя гармоническая  $\bar{x}_{\text{гар}}$ ;
- при  $m = 0$  — средняя геометрическая  $\bar{x}_{\text{г}}$ ;
- при  $m = 1$  — средняя арифметическая  $\bar{x}_{\text{ар}}$ ;
- при  $m = 2$  — средняя квадратическая  $\bar{x}_{\text{кв}}$ ;
- при  $m = 3$  — средняя кубическая  $\bar{x}_{\text{куб}}$ .

При использовании одних и тех же исходных данных чем больше степень, тем больше значение средней величины:

$$\bar{x}_{\text{гар}} \leq \bar{x}_{\text{г}} \leq \bar{x}_{\text{ар}} \leq \bar{x}_{\text{кв}} \leq \bar{x}_{\text{куб}}.$$

*Средняя арифметическая* применяется в форме простой средней и взвешенной средней. Средняя арифметическая простая равна простой сумме отдельных значений признака, деленной на общее число этих значений (она применяется в тех случаях, когда имеются несгруппированные индивидуальные значения признака):

$$\bar{x}_{\text{ар}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

**Пример 6**

Требуется найти среднюю выработку одного рабочего, если известно, сколько деталей изготовил за смену каждый из 15 рабочих, шт.: 21; 20; 20; 19; 21; 19; 18; 22; 19; 20; 21; 20; 18; 19; 20.

Тогда средняя арифметическая простая

$$\begin{aligned}\bar{x}_{\text{ар}} &= \frac{21 + 20 + 20 + 19 + 21 + 19 + 18 + 22 + 19 + 20 + 21 + 20 + 18 + 19 + 20}{15} = \\ &= \frac{297}{15} = 19,8 \approx 20 \text{ шт.}\end{aligned}$$

Средняя из вариантов, которые повторяются различное число раз, т. е. имеют различный вес, называется взвешенной. В качестве весов выступают численности единиц в разных группах совокупности или их удельный вес. Средняя арифметическая взвешенная вычисляется по формуле:

$$\bar{x}_{\text{ар}} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{n},$$

где  $f_1, f_2, \dots, f_n$  — веса (частоты повторения одинаковых значений признака).

**Пример 7**

По данным табл. 17 рассчитать среднюю по трем предприятиям АО заработную плату.

Определим исходное соотношение средней для показателя «Средняя заработная плата»:

$$\text{ЗП} = \frac{\text{Совокупный фонд заработной платы}}{\text{Общая численность ППП}}.$$

В данном случае средняя заработная плата может быть рассчитана по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x}_{\text{ар}} = \frac{9046 \cdot 540 + 9210 \cdot 275 + 9130 \cdot 458}{540 + 275 + 458} = 9111,65 \text{ руб.}$$

Таблица 17

Предприятие	Численность промышленно-производственного персонала (ППП), чел.	Средняя заработная плата, руб.
1	540	9046
2	275	9210
3	458	9130

Когда статистическая информация не содержит частот  $f$  по отдельным вариантам  $x$  совокупности, а представлена как их произведение  $x \cdot f$ , применяется формула *средней гармонической взвешенной*. Обозначим  $x \cdot f = w$ , откуда  $f = w/x$ . Подставляя данное выражение в формулу средней арифметической взвешенной, получим

$$\bar{x}_{\text{гар}} = \frac{w_1 + w_2 + \dots + w_n}{\frac{w_1}{x_1} + \frac{w_2}{x_2} + \dots + \frac{w_n}{x_n}} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{x_i}}.$$

### Пример 8

Качество продукции предприятия характеризуется следующими данными за месяц (табл. 18). Определить средний процент брака в целом по предприятию.

Таблица 18

Вид продукции	Доля брака, %	Стоимость бракованной продукции, руб.
А	1,3	2135
В	0,9	3560
С	2,4	980

Расчет средней доли брака выражается соотношением

$$\text{Доля брака} = \frac{\text{Стоимость всей бракованной продукции, руб.}}{\text{Стоимость всей произведенной продукции, руб.}}$$

Применяя формулу средней гармонической взвешенной, получаем

$$\bar{x}_{\text{гар}} = \frac{2135 + 3560 + 980}{\frac{2135}{0,013} + \frac{3560}{0,009} + \frac{980}{0,024}} 100 \% = \frac{6675}{600619,66} 100 \% = 1,1 \%$$

**Структурные средние** — мода и медиана — в отличие от степенных средних, которые в значительной степени являются абстрактной характеристикой совокупности, выступают как конкретные величины, совпадающие с вполне определенными вариантами совокупности.

*Модой* называется значение признака, которое наиболее часто встречается в совокупности (в статистическом ряду). В интервальных рядах распределения с равными интервалами мода вычисляется по формуле (модальный интервал определяется по наибольшей частоте)

$$M_o = x_{m_o} + h \frac{f_{m_o} - f_{m_{o-1}}}{(f_{m_o} - f_{m_{o-1}}) + (f_{m_o} - f_{m_{o+1}})},$$

где  $x_{m_o}$  — нижняя граница модального интервала;  $h$  — длина модального интервала;  $f_{m_o}, f_{m_{o-1}}, f_{m_{o+1}}$  — частоты в модальном, предыдущем и следующем за модальным интервалах (соответственно).

*Медианой* называется значение признака, которое расположено в середине упорядоченного (по возрастанию или убыванию) ряда и разделяет этот ряд на две равные по численности части. Если ряд состоит из четного числа членов, то за медиану условно принимают среднюю арифметическую из двух срединных значений.

В интервальных рядах распределения медианное значение оказывается в каком-то из интервалов признака  $x$ . Этот интервал характерен тем, что



его накопленная сумма частот равна или превышает полусумму всех частот ряда. Значение медианы вычисляется по формуле:

$$M_e = x_{m_e} + h \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{m_e-1}}{f_{m_e}},$$

где  $x_{m_e}$  — нижняя граница медианного интервала;  $h$  — длина медианного интервала;  $\frac{\sum f}{2}$  — половина от общего числа наблюдений;  $S_{m_e-1}$  — сумма частот, накопленная до начала медианного интервала;  $f_{m_e}$  — частота медианного интервала.

### **Пример 9**

Распределение строительных организаций области по стоимости основных фондов (ОФ) представлено в табл. 19.

*Таблица 19*

Группы предприятий по стоимости ОФ, млн руб.	Число предприятий ( $f$ )	Накопленная частота ( $S_m$ )
14–16	2	2
16–18	6	8
18–20	10	18
20–22	4	—
22–24	3	—

Модальным является третий интервал, так как ему соответствует наибольшая частота, равная 10.

Рассчитываем моду:

$$M_o = 18 + 2 \frac{10 - 6}{(10 - 6) + (10 - 4)} = 18,8 \text{ млн руб.}$$

Итак, модальным значением стоимости основных фондов предприятий региона является стоимость, равная 18,8 млн руб. Это означает, что структурное большинство организаций имеют стоимость ОФ, в среднем равную 18,8 млн руб.

Медианным также является третий интервал, поскольку соответствующая ему накопленная частота, равная 18, впервые превысила половину суммы всех частот  $25 : 2 = 12,5$ . Нижняя граница интервала 18 млн руб., его частота 10, частота, накопленная до него, равна 8. Рассчитываем медиану:

$$M_e = 18 + 2 \frac{12,5 - 8}{10} = 18,9 \text{ млн руб.}$$

Полученный результат говорит о том, что из 25 строительных организаций 50 % имеют стоимость основных фондов менее 18,9 млн руб., а 50 % предприятий — более.

### 1.4.2 Показатели вариации

**Вариация** — это различие в значениях какого-либо признака у разных единиц совокупности в один и тот же период или момент времени.

Например, работники фирмы различаются по доходам, затратам времени на работу, росту, весу, любимому занятию в свободное время и т. д.

Вариация возникает в результате того, что индивидуальные значения признака складываются под совокупным влиянием разнообразных факторов (условий), которые по-разному сочетаются в каждом отдельном случае.

К показателям вариации относятся: *размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации.*

*Размах вариации R*, представляющий собой разность между максимальным и минимальным значениями признака:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

*Среднее линейное отклонение* представляет собой среднюю арифметическую абсолютных значений отклонений отдельных вариантов от их средней арифметической:

– для несгруппированных данных  $\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$ , где  $n$  — число членов ряда;

– для сгруппированных данных  $\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$ .

*Дисперсия* признака представляет собой средний квадрат отклонений вариантов от их средней величины, она вычисляется по формулам простой и взвешенной дисперсий:

– простая дисперсия для несгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n};$$

– взвешенная дисперсия для вариационного ряда

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}.$$

*Среднеквадратическое отклонение* равно корню квадратному из дисперсии:

– для несгруппированных данных  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$ ;

– для вариационного ряда  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$ .

Среднеквадратическое отклонение — это обобщающая характеристика размеров вариации признака в совокупности; оно показывает, на сколько абсолютных единиц в среднем отклоняются конкретные варианты от их среднего значения.

**Коэффициент вариации** — показатель изменчивости относительно средней величины, представляющий выраженное в процентах отношение среднеквадратического отклонения к средней арифметической величине:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100 \%$$

Коэффициент вариации используют не только для сравнительной оценки вариации единиц совокупности, но и как характеристику однородности совокупности. Совокупность считается *количественно однородной*, если коэффициент вариации не превышает 33 %.

### Пример 10

Известны данные о сменной выработке рабочих бригады, представленные интервальным рядом распределения (табл. 20).

Таблица 20

Группы рабочих по величине выработки, шт.	Число рабочих ( $f$ )	Середина интервала ( $x$ )	Расчетные значения	
			$(x \cdot f)$	$(x - \bar{x})^2 f$
170–190	10	180	1800	12960
190–210	20	200	4000	5120
210–230	50	220	11000	800
230–250	20	240	4800	11520
Итого	100	–	21600	30400

Определяем среднесменную выработку:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{21600}{100} = 216 \text{ шт.}$$

Рассчитываем дисперсию выработки:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{30400}{100} = 304.$$

Находим среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{304} = 17,44 \text{ шт.}$$

Определяем коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100 = \frac{17,44}{216} 100 = 8 \text{ \%}.$$

Таким образом, данная бригада рабочих достаточно однородна по выработке, поскольку вариация признака составляет лишь 8 %.

### 1.4.3 Правило сложения дисперсий

Вариация признака обусловлена различными факторами, некоторые из которых можно выделить, если статистическую совокупность разбить на группы по какому-либо признаку. Тогда, наряду с изучением вариации признака по всей совокупности в целом, становится возможным изучить вариацию для каждой из составляющих ее группы, а также и между этими группами. В простейшем случае, когда совокупность расчленена на группы по одному фактору, изучение вариации достигается посредством исчисления и анализа трех видов дисперсий: общей, межгрупповой и внутригрупповой.

*Общая дисперсия*  $\sigma^2$  измеряет вариацию признака по всей совокупности под влиянием всех факторов, обусловивших эту вариацию. Она равна среднему квадрату отклонений отдельных значений признака  $x$  от

общей средней  $\bar{x}$  и может быть вычислена как *простая* или *взвешенная дисперсия*:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \text{или} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}.$$

*Межгрупповая дисперсия*  $\delta^2$  характеризует систематическую вариацию результативного признака, обусловленную влиянием признака-фактора, положенного в основание группировки. Она равна среднему квадрату отклонений групповых средних  $\bar{x}_i$  от общей средней  $\bar{x}$ :

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i},$$

где  $f$  — численность единиц в группе.

*Внутригрупповая (частная) дисперсия*  $\sigma_i^2$  отражает часть вариации, обусловленную влиянием неучтенных факторов и не зависящую от признака-фактора, положенного в основание группировки. Она равна среднему квадрату отклонений отдельных значений признака внутри группы  $x$  от средней арифметической этой группы  $\bar{x}_i$  и может быть вычислена как *простая* или как *взвешенная дисперсия* соответственно:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i)^2}{n} \quad \text{или} \quad \sigma_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i)^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}.$$

На основании внутригрупповой дисперсии по каждой группе, т. е. на основании  $\sigma_i^2$ , можно определить общую *среднюю из внутригрупповых дисперсий*:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}.$$

Согласно *правилу сложения дисперсий* общая дисперсия равна сумме средней из внутригрупповых и межгрупповой дисперсий:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_i^2 + \delta^2.$$

Пользуясь правилом сложения дисперсий, можно всегда по двум известным дисперсиям определить третью — неизвестную, а также судить о силе влияния группировочного признака.

### **Пример 11**

При изучении влияния квалификации рабочих на уровень производительности труда в цехе были получены данные, представленные в табл. 21.

В примере данные группируются по тарифному разряду рабочих, являющемуся факторным признаком  $x$ .

1. Для расчета групповых дисперсий исчисляем средние выработки по каждой группе и общую среднюю выработку:

– по I группе  $\bar{y}_1 = \frac{60}{6} = 10$  шт.;

– по II группе  $\bar{y}_2 = \frac{60}{4} = 15$  шт.;

– по двум группам  $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{10 \cdot 6 + 15 \cdot 4}{10} = 12$  шт.

Таблица 21

№ п/п	Рабочие IV разряда			№ п/п	Рабочие V разряда		
	Выработка рабочего, шт., $y$	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$		Выработка рабочего, шт., $y$	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$
1	7	-3	9	1	14	-1	1
2	9	-1	1	2	14	-1	1
3	9	-1	1	3	15	0	0
4	10	0	0	4	17	-2	4
5	12	2	4				
6	13	3	9				
$\Sigma$	60	-	24	$\Sigma$	60	-	6

Данные для расчета дисперсий по группам приведены в табл. 21. По данным определяем:

$$\text{– по первой группе: } \sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}{n} = \frac{24}{6} = 4;$$

$$\text{– по второй группе: } \sigma_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}{n} = \frac{6}{4} = 1,5.$$

Внутригрупповые дисперсии показывают вариации выработки в каждой группе, вызванные всеми возможными факторами, кроме различий в квалификационном разряде.

2. Рассчитываем среднюю из внутригрупповых дисперсий:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{4 \cdot 6 + 1,5 \cdot 4}{10} = 3.$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий отражает вариацию выработки, обусловленную всеми факторами, кроме квалификации рабочих.

3. Исчисляем межгрупповую дисперсию:



$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{(10-12)^2 6 + (15-12)^2 4}{6+4} = 6.$$

Межгрупповая дисперсия характеризует вариацию групповых средних, обусловленную различиями групп рабочих по квалификационному разряду.

4. Исчисляем общую дисперсию:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{(7-12)^2 + (9-12)^2 + \dots + (17-12)^2}{10} = 9.$$

Общая дисперсия отражает суммарное влияние всех возможных факторов на общую вариацию среднечасовой выработки изделий всеми рабочими цеха.

Суммирование средней величины из внутригрупповых дисперсий и межгрупповой дисперсии дает, согласно правилу, общую дисперсию:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_i^2 + \delta^2 = 6 + 3 = 9.$$

## Задачи для решения

**Задача 1.4.1.** По двум цехам имеются данные о распределении рабочих по уровню месячной заработной платы за апрель (табл. 21):

Таблица 21

Месячная заработная плата, руб.	Число рабочих	
	Цех № 1	Цех № 2
8000–8200	32	17
8200–8400	36	40
8400–8600	150	220
8600–8800	70	110
8800–8000	32	83

Определить, в каком цехе и на сколько процентов была выше средняя заработная плата рабочих.

**Задача 1.4.2.** Имеются данные об экспорте продукции (табл. 22):

Таблица 22

Вид продукции	Удельный вес продукции на экспорт, %	Стоимость продукции на экспорт, тыс. руб.
Железобетон	60,0	32100
Раствор	32,0	62500

Определить средний удельный вес продукции на экспорт.

**Задача 1.4.3.** Цехом произведены бракованные детали в трех партиях: в первой — 90 шт., что оставило 3 % от общего числа деталей; во второй — 140 шт., или 2,8 %; в третьей — 160 шт., или 2,0 %. Определить средний процент бракованных деталей.

**Задача 1.4.4.** Имеются данные о распределении рабочих трех бригад по дневной выработке продукции (табл. 23). Вычислить: среднюю из групповых дисперсий, межгрупповую и общую дисперсии. Проверить правильность расчетов с помощью правила сложения дисперсий.

Таблица 23

Группы рабочих по дневной выработке продукции, тыс. шт.	Число рабочих по бригадам, чел.		
	Первая	Вторая	Третья
40–50	2	4	5
50–60	4	1	2
60–70	1	6	4
70–80	5	3	2

**Задача 1.4.5.** По данным табл. 24 необходимо построить ряды распределения 20 строительных компаний:

- а) по размеру балансовой прибыли,
- б) по количеству работающих, определив число групп по формуле Стерджесса.

По полученным рядам распределения определить:

- а) прибыль в среднем на одну компанию;
- б) количество работающих в среднем на одну компанию;
- в) модальное и медианное значение прибыли;
- г) модальное и медианное значение количества работающих на предприятиях;
- д) дисперсию и среднеквадратическое отклонение прибыли и количества работающих;
- е) среднее линейное отклонение прибыли и количества работающих;
- ж) коэффициент вариации балансовой прибыли и количества работающих.

*Таблица 24*

№ п/п	Балансовая прибыль в отчетном году, млрд руб.	Количество работающих, тыс. чел.
1	218,5	18,6
2	290,7	9,1
3	157,1	17,4
4	91,7	6,4
5	270,3	26,0
6	142,1	6,4
7	76,9	15,0
8	138,7	15,7
9	107,6	10,9
10	262,2	7,6
11	314,3	9,7
12	190,0	20,6
13	269,2	13,2

Окончание табл. 24

№ п/п	Балансовая прибыль в отчетном году, млрд руб.	Количество работающих, тыс. чел.
14	131,2	6,3
15	200,9	11,6
16	300,9	5,6
17	439,9	6,4
18	243,7	11,5
19	261,7	5,5
20	136,1	17,5

## 1.5 Экономические индексы

Индексы относятся к важнейшим обобщающим показателям. Слово «индекс» (index) в переводе с латинского буквально означает указатель, показатель. Обычно этот термин используется для обобщающей характеристики изменений.

*Индексом в статистике* называют относительный показатель, характеризующий изменение величины какого-либо явления (простого или сложного, состоящего из соизмеримых или несоизмеримых элементов) во времени, пространстве или по сравнению с любым эталоном (нормативом, планом, прогнозом и т. д.).

Когда рассматривается сопоставление уровней изучаемого явления во времени, то говорят *об индексах динамики*, в пространстве — *о территориальных индексах*, при сопоставлении с уровнем, например, договорных обязательств — *об индексах выполнения обязательств* и т. д.

Основным элементом индексного отношения является индексируемая величина.

*Индексируемая величина* — значение признака статистической совокупности, изменение которой является *объектом* изучения.

С помощью индексов решаются следующие основные задачи:

- определяются средние изменения сложных, непосредственно несоизмеримых совокупностей во времени;
- оценивается средняя степень выполнения плана по совокупности в целом или ее части;
- устанавливаются средние соотношения сложных явлений в пространстве;
- определяется роль отдельных факторов в общем изменении сложных явлений во времени или в пространстве и, в частности, изучается влияние структурных сдвигов.

Индексы классифицируют по трем признакам:

- по содержанию изучаемых объектов;
- степени охвата элементов совокупности;
- методам расчета общих индексов.

*По содержанию изучаемых величин* индексы разделяют на индексы количественных (объемных) и индексы качественных показателей.

*Индексы количественных показателей* — индексы физического объема промышленной и сельскохозяйственной продукции, физического объема розничного товарооборота, национального дохода, потребления продаж иностранной валюты и др. Все индексируемые показатели этих индексов являются *объемными*, поскольку они характеризуют *общий, суммарный размер (объем)* того или иного явления и выражаются абсолютными величинами. При расчете таких индексов количества оцениваются в одинаковых, *сопоставимых ценах*.

*Индексы качественных показателей* — индексы курса валют, цен, себестоимости, производительности труда, заработной платы, урожайности и др. Индексируемые показатели этих индексов характеризуют *уровень явления в расчете на ту или иную единицу совокупности*: цена за единицу продукции, себестоимость единицы продукции, выработка в единицу времени (или на одного работника), заработная плата одного работника, урожай-

ность с одного гектара и т. д. Такие показатели называются *качественными*. Они носят расчетный, вторичный характер. Качественные показатели измеряют не общий объем, а *интенсивность, эффективность* явления или процесса. Как правило, они являются либо *средними*, либо *относительными* величинами. Расчет таких индексов производится на базе одинакового, *неизменного количества продукции*.

*По степени охвата единиц совокупности* индексы делятся на два класса: *индивидуальные* и *общие*.

*Индивидуальные индексы* служат для характеристики изменения отдельных элементов сложного явления (например, изменение объёма выпуска телевизоров определенной марки, рост или падение цен на акции в каком-либо акционерном обществе и т. д.).

*Общий индекс* отражает изменение всех элементов сложного явления. При этом под *сложным явлением* понимают такую статистическую совокупность, отдельные элементы которой непосредственно не подлежат суммированию (физический объем продукции, включающий разноименные товары, цены на разные группы продуктов).

*По методам расчета* (общих и групповых индексов) различают индексы агрегатные и средние, исчисление которых и составляет особый прием исследования, именуемый *индексным методом*.

Индексный метод имеет свою терминологию и символику. Каждая индексируемая величина имеет обозначение:

$q$  — количество (объем) какого-либо продукта в натуральном выражении;

$p$  — цена единицы товара (от латинского слова *pretium*);

$z$  — себестоимость единицы продукции;

$t$  — затраты времени на производство единицы продукции (трудоемкость);

$w$  — выработка продукции в стоимостном выражении на одного работника или в единицу времени;

$T$  — общие затраты времени ( $T = tq$ );

$pq$  — общая стоимость произведенной продукции данного вида или проданных товаров данного вида (товарооборот, выручка);

$zq$  — затраты на производство всей продукции.

Чтобы различать, к какому периоду относятся индексируемые величины, принято возле символа индекса внизу справа ставить подстрочные знаки: 1 — для сравниваемых (текущих, отчетных) периодов и 0 — для периодов, с которыми производится сравнение (базисных периодов). Если изменение явлений изучается за ряд периодов, то каждый из периодов обозначается соответственно подстрочными знаками 0, 1, 2, 3 и т. д.

*Индивидуальные индексы* обозначаются буквой  $i$  и снабжаются подстрочным знаком индексируемого показателя: так,  $i_q$  — индивидуальный индекс объема произведенной продукции отдельного вида или количества (объема) проданного товара данного вида,  $i_p$  — индивидуальный индекс цены и т. д.

*Общий индекс* обозначается буквой  $I$  и также сопровождается подстрочным знаком индексируемого показателя:  $I_p$  — общий индекс цен;  $I_z$  — общий индекс себестоимости и т. д.

*Индивидуальные индексы* относятся к одному элементу (явлению) и не требуют суммирования данных. Они представляют собой *относительные величины динамики, выполнения обязательств, сравнения*. Выбор базы сравнения определяется целью исследования.

Индивидуальные индексы определяют вычислением отношения двух индексируемых величин, например:

1. *Индивидуальный индекс физического объема*  $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ ,

где  $q_1, q_0$  — количество (объем) произведенного одноименного товара в текущем (отчетном) и базисном периодах соответственно.

$$2. \text{ Индивидуальный индекс цен } i_p = \frac{P_1}{P_0},$$

где  $p_1, p_0$  — цена единицы одноименной продукции в отчетном и базисном периодах соответственно.

$$3. \text{ Индивидуальный индекс стоимости } i_{pq} = \frac{P_1 q_1}{P_0 q_0},$$

где  $p_1 q_1, p_0 q_0$  — стоимость продукции в отчетном и базисном периодах соответственно.

Между индексами существует взаимосвязь вида

$$i_{pq} = i_p \cdot i_q.$$

Индивидуальные индексы других показателей строятся аналогично.

*Общие индексы* могут быть построены двумя способами: как *агрегатные* и как *средние из индивидуальных*. Последние в свою очередь делятся на *средние арифметические* и *средние гармонические*. Агрегатные индексы *качественных* показателей могут быть рассчитаны как *индексы переменного состава* и *индексы постоянного (фиксированного) состава*. В индексах переменного состава сопоставляются показатели, рассчитанные на базе изменяющихся структур явлений, в индексах постоянного состава — на базе неизменной структуры явлений.

Общие индексы в *агрегатной форме* рассчитываются по товарной группе:

1. *Общий индекс физического объема* показывает, во сколько раз (на сколько процентов) изменился физический объем продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$



Абсолютное изменение стоимости продукции в результате изменения физического объема продукции вычисляется как разность между числителем и знаменателем индекса:

$$\Delta_{pq}^q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0.$$

2. *Общий индекс цен* показывает, во сколько раз (на сколько процентов) изменился уровень цен в отчетном периоде по сравнению с базисным:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \text{ (форма Пааше).}$$

Абсолютное изменение стоимости продукции в результате изменения уровня цен вычисляется как разность между числителем и знаменателем индекса:

$$\Delta_{pq}^p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1.$$

3. *Общий индекс стоимости продукции* показывает, во сколько раз (на сколько процентов) изменилась стоимость продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}.$$

Общее абсолютное изменение стоимости продукции вычисляется как разность между числителем и знаменателем индекса:

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0.$$

Между индексами и соответствующими абсолютными изменениями существует взаимосвязь вида:

$$- I_{pq} = I_p \cdot I_q \text{ — мультипликативная модель;}$$

$$- \Delta_{pq} = \Delta_{pq}^p + \Delta_{pq}^q \text{ — аддитивная модель.}$$

Общие индексы других показателей строятся аналогично.

**Пример 12**

Имеются данные о выпуске продукции на предприятии и ценах на нее (табл. 25).

Таблица 25

Продукция	Выпуск, тыс. ед.		Цена за единицу, тыс. руб.	
	I кв.	II кв.	I кв.	II кв.
	$q_0$	$q_1$	$p_0$	$p_1$
БП-1	18	15	12	12
БП-2	22	27	11	10
БП-3	20	24	9	7

Общий индекс цен

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{12 \cdot 15 + 10 \cdot 27 + 7 \cdot 24}{12 \cdot 18 + 11 \cdot 22 + 9 \cdot 20} = \frac{618}{693} = 0,892 \text{ или } 89,2 \%$$

Следовательно, по данной товарной группе цены во II кв. по сравнению с I кв. снизились в среднем на 10,8 %.

Абсолютное изменение стоимости продукции (экономия) в результате снижения цен

$$\Delta_{pq}^p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 618 - 693 = -75 \text{ тыс. руб.}$$

Индекс физического объема реализации

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{12 \cdot 15 + 11 \cdot 27 + 9 \cdot 24}{12 \cdot 18 + 11 \cdot 22 + 9 \cdot 20} = \frac{693}{638} = 1,086 \text{ или } 108,6 \%$$

т. е. физический объем реализации увеличился в среднем на 8,6 %.

Абсолютное изменение стоимости продукции в результате роста объема

$$\Delta_{pq}^q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 693 - 638 = 55 \text{ тыс. руб.}$$

Индекс стоимости продукции

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{12 \cdot 15 + 10 \cdot 27 + 7 \cdot 24}{12 \cdot 18 + 11 \cdot 22 + 9 \cdot 20} = \frac{618}{638} = 0,969 \text{ или } 96,9 \%$$

т. е. стоимость продукции в целом по товарной группе в текущем периоде по сравнению с базисным уменьшилась в среднем на 3,1 %.

Общее абсолютное изменение стоимости продукции

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 618 - 638 = -20 \text{ тыс. руб.}$$

Взаимосвязь показателей:

$$- I_{pq} = I_p \cdot I_q = 0,892 \cdot 1,086 = 0,969;$$

$$- \Delta_{pq} = \Delta_{pq}^p + \Delta_{pq}^q = -75 + 55 = -20 \text{ тыс. руб.}$$

*Агрегатный способ* исчисления общих индексов в статистике является основным, однако применяется и другой способ расчета общих индексов как средних из соответствующих индивидуальных индексов. К исчислению таких **средневзвешенных индексов** прибегают тогда, когда имеющаяся в распоряжении информация не позволяет рассчитать общий агрегатный индекс. Так, если неизвестны количества произведенных отдельных видов продукции в натуральных измерителях, но известны индивидуальные индексы  $i_q$  и стоимость продукции базисного периода  $p_0 q_0$ , можно определить *средний арифметический индекс физического объема продукции*:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

В тех случаях, когда неизвестны отдельные значения  $p_1$  и  $q_1$ , но даны их произведение  $p_1 q_1$  и индивидуальные индексы цен  $i_p$ , применяется *средний гармонический индекс цен*

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}.$$

### **Пример 13**

По данным табл. 26 получить сводную оценку среднего изменения цен.

Таблица 26

Вид продукции	Реализация в 2011 г., тыс. руб.	Изменение цен в 2011 г. по сравнению с 2010 г., %
	$p_1q_1$	$(i_p - 1)100\%$
Сборный железобетон	23000	4,0
Плита пустотного настила	21000	2,3
Товарный бетон	29000	-0,8
Итого	73000	-

Вычисляем средний гармонический индекс цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{p_1q_1}{i_p}} = \frac{73000}{\frac{23000}{1,040} + \frac{21000}{1,023} + \frac{29000}{0,992}} = 1,016 \text{ или } 101,6\%.$$

Цены по данной товарной группе выросли в среднем на 1,6 % в 2011 г. по сравнению с 2010 г.

#### **Пример 14**

По данным табл. 27 охарактеризовать среднее изменение физического объема реализации по товарной группе керамзитобетона.

Таблица 27

Вид продукции	Реализация в базисном периоде, тыс. руб.	Изменение физического объема реализации в текущем периоде по сравнению с базисным, %
	$p_0q_0$	$(i_q - 1)100\%$
М-75	46000	-6,4
М-100	27000	-8,2
М-150	51000	1,3
Итого	124000	-

Вычисляем средний арифметический индекс объема:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{0,936 \cdot 46000 + 0,918 \cdot 27000 + 1,013 \cdot 51000}{124000} =$$

$$= 0,964 \text{ или } 96,4 \%$$

Физический объем реализации продукции снизился в среднем на 3,6 %.

На динамику качественных показателей, уровни которых выражены *средними величинами*, оказывает влияние изменение структуры изучаемого явления. Под *изменением структуры явления* здесь понимают изменение доли отдельных единиц совокупности, из которых формируются средние, в общей их численности. Следовательно, на изменение среднего значения показателя могут оказывать воздействие одновременно два фактора: *изменение значений усредняемого показателя* и *изменение структуры явления*. Задача определения степени влияния этих факторов решается путем построения системы взаимосвязанных индексов, в которую включаются три индекса: *переменного состава*, *постоянного состава* и *структурных сдвигов*.

1. *Индекс переменного состава* характеризует изменение индексируемой средней величины:

$$I_{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0},$$

где  $x_1$  и  $x_0$  — уровни усредняемого показателя в отчетном и базисном периодах соответственно;  $f_1$  и  $f_0$  — веса (частоты) усредняемого показателя.

2. *Индекс постоянного (фиксированного) состава* показывает, как в отчетном периоде по сравнению с базисным изменилась средняя величина показателя за счет изменения только самой индексируемой величины, т. е. когда влияние структурного фактора устранено:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}.$$

3. *Индекс структурных сдвигов* рассчитывается для измерения влияния только структурных изменений на исследуемый средний показатель:

$$I_{str} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}.$$

Между индексами существует взаимосвязь вида

$$I_{\bar{x}} = I_x \cdot I_{str}.$$

По этой схеме строятся все индексы качественных показателей, например индекс себестоимости, индекс цен, индекс трудоемкости.

### **Пример 15**

Имеются следующие данные о заработной плате работников организаций по трем отраслям экономики района (табл. 28).

*Таблица 28*

Отрасль экономики	Зарплата, руб.		Число работников, чел.	
	Январь	Сентябрь	Январь	Сентябрь
Здравоохранение	6000	7000	2400	1600
Образование	5500	6200	2100	2000
Культура	5100	5900	1500	1400

Для исчисления индекса заработной платы переменного состава вначале определим среднюю заработную плату в январе и сентябре. Обозначим заработную плату через  $x$ , а число работников —  $T$ .

Январь:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{6000 \cdot 2400 + 5500 \cdot 2100 + 5100 \cdot 1500}{2400 + 2100 + 1500} = 5600 \text{ руб.}$$

Сентябрь:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1 T_1}{\sum T_1} = \frac{7000 \cdot 1600 + 6200 \cdot 2000 + 5900 \cdot 1400}{1600 + 2000 + 1400} = 6372 \text{ руб.}$$

Определяем индекс средней заработной платы переменного состава:

$$I_{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum x_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{6372}{5600} = 1,138 \text{ или } 113,8 \%$$

Следовательно, средняя заработная плата работников по данным трем отраслям экономики в сентябре по сравнению с январем выросла на 13,8 %.

Изменение средней заработной платы происходило под влиянием двух факторов: изменения уровня заработной платы в каждой отрасли экономики и изменения структуры численности работников.

Определяем индекс средней заработной платы постоянного состава:

$$I_x = \frac{\sum x_1 T_1}{\sum x_0 T_1} = \frac{31860000}{6000 \cdot 1600 + 5500 \cdot 2000 + 5100 \cdot 1400} = 1,149$$

или 114,9 %.

Следовательно, средняя заработная плата работников по данным отраслям экономики в сентябре по сравнению с январем выросла на 14,9 % в результате изменения только одного фактора — самой заработной платы по каждой отрасли экономики.

Определяем влияние изменения структуры численности работников на динамику средней заработной платы на основе индекса структурных сдвигов:

$$I_{str} = \frac{\sum x_0 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum x_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{27740000}{5000} : \frac{33600000}{6000} = 0,991$$

или 99,1 %.

Следовательно, увеличение доли работников с меньшей заработной платой в общей их численности привело к снижению средней заработной

платы по трем отраслям вместе на 0,9 %, хотя в каждой отрасли в отдельности она возросла. Отрицательный эффект структурных сдвигов объясняется тем, что в сентябре по сравнению с январем в большей мере сократилась доля работников с наиболее высоким уровнем заработной платы, т. е. в здравоохранении (с 40 до 32 %).

## Задачи для решения

**Задача 1.5.1.** Известны данные по строительным материалам (табл. 29).

Таблица 29

Вид материала	Единицы измерения	Количество, ед.		Цена за ед., руб.	
		Май	Июнь	Май	Июнь
Бетон	м <sup>3</sup>	300	310	3330	3330
Раствор	м <sup>3</sup>	200	220	2925	3130
Кирпич	тыс. шт.	260	240	6870	6890

По данным табл. 29 необходимо:

а) рассчитать индивидуальные индексы цен, физического объема и общей стоимости цемента;

б) рассчитать общие индексы цен, физического объема и общей стоимости по группе строительных материалов. Показать взаимосвязь рассчитанных индексов;

в) охарактеризовать абсолютные изменения стоимости строительных материалов: общее, в результате изменения цен, в результате изменения физического объема. Показать взаимосвязь рассчитанных абсолютных изменений.

**Задача 1.5.2.** По данным табл. 30 провести сводную оценку изменения объема производства продукции в натуральном выражении.



Таблица 30

Вид продукции	Затраты на производство в предыдущем году, млн руб.	Изменение физического объема производства, %
Линолеум	2427	6,5
Пеноплен	1365	-2,0
Пленка	771	-11,0

**Задача 1.5.3.** По данным по строительной организации (табл. 31) определить среднее изменение себестоимости продукции.

Таблица 31

Вид жилых домов	Общие затраты на производство в 2011 г., млн руб.	Изменение себестоимости изделия в 2011 г. по сравнению с 2010 г., %
Панельный	1534	6,0
Кирпичный	1489	3,2
Монолитный	1280	-0,4

**Задача 1.5.3.** Имеются данные по заводу железобетонных изделий (табл. 32).

Таблица 32

Вид продукции	Затраты на производство продукции в отчетном году, тыс. руб.	Изменения себестоимости единицы продукции в отчетном году по сравнению с базисным, %
Плита дорожная	680	-12,5
Мостовая балка	625	Без изменения

По данным табл. 32 определить средний индекс себестоимости. Сделать вывод.

**Задача 1.5.4.** Имеются данные о нормах расхода материалов на 1 м<sup>3</sup> кладки наружных стен из камней керамических и ценах на материалы. По данным табл. 33 необходимо:

а) определить, на сколько процентов в среднем фактические цены на материалы, удельный расход материалов, стоимость материалов отличаются от плановых цен;

б) проанализировать абсолютное отклонение фактической стоимости ремонтных материалов от плановой (экономия или перерасход) в результате отклонения цен, удельного расхода материалов и под влиянием двух факторов.

Таблица 33

Материалы	Удельный расход, ед.		Цена за ед., руб.	
	план (норма)	факт	план	факт
Камень керамический, шт.	195	198	45,1	45,6
Пиломатериалы хвойных пород, м <sup>3</sup>	0,0011	0,0011	2500	2450
Раствор кладочный, м <sup>3</sup>	0,22	0,24	4100	4200

## 1.6 Выборочное наблюдение

Главными вопросами теории выборочного наблюдения, требующими практического закрепления на основе решения задач и выполнения упражнений, являются:

- определение *предела случайной ошибки репрезентативности* для различных типов выборочных характеристик с учётом особенностей отбора;
- определение *объема выборки*, обеспечивающего необходимую репрезентативность выборочной характеристики, с учетом особенностей отбора.

Ошибка репрезентативности, или разность между выборочной генеральной характеристикой (средней, долей), возникающая в силу несплошного наблюдения, в основе которого лежит случайный отбор, рассчитывается как предел наиболее вероятной ошибки. В качестве уровня гарантийной вероятности обычно берётся 0,954 или 0,997. Тогда предел ошибки определяется величиной удвоенной или утроенной средней ошибки выборки:  $\Delta = 2\mu$  при  $P = 0,954$ ;  $\Delta = 3\mu$  при  $P = 0,997$  или в общем виде  $\Delta = t\mu$  ( $t$  — коэффициент, связанный с вероятностью, гарантирующей результат).

Величина средней ошибки выборки различна для отдельных разновидностей случайного отбора. При наиболее простой системе — собственно-случайном повторном отборе — средняя ошибка определяется следующими формулами:

– *индивидуальный отбор*

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

где  $\sigma^2$  — общая дисперсия признака;  $n$  — число отобранных единиц наблюдения;

– *групповой (гнездовой, серийный) отбор*

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}} = \frac{\delta}{\sqrt{r}},$$

где  $\delta^2$  — межгрупповая дисперсия;  $r$  — число отобранных групп (гнезд, серий) единиц наблюдения.

При практических расчетах ошибок репрезентативности необходимо учитывать следующее.

1. Вместо генеральной дисперсии используется соответствующая выборочная дисперсия. Так, вместо общей дисперсии доли в генеральной совокупности берется общая дисперсия частности

$$\sigma_{\omega}^2 = \omega(1-\omega) \text{ вместо } \sigma_p^2 = pq.$$

2. В случае бесповторного способа отбора (а также механического) следует иметь в виду поправки ( $K$ ) к ошибке повторной выборки на бесповторность отбора

$$K = \sqrt{1 - \frac{n}{N}} < 1 \text{ или } K = \sqrt{1 - \frac{r}{R}} < 1.$$

Очевидно, что пользоваться этой поправкой целесообразно лишь тогда, когда относительный объем выборки составляет заметную часть генеральной совокупности (не менее 10 %, тогда  $K \leq 0,95$ ).

3. При районированном отборе из типических групп единиц генеральной совокупности используется средняя из частных (групповых) дисперсий. Так, при индивидуальном отборе, пропорциональном размерам типических групп, имеем

$$\Delta = 2\mu = 2\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{2}{n}\sqrt{\sum \sigma_i^2 n_i} \text{ при } P = 0,954,$$

где  $\sigma_i^2$  — частная дисперсия  $i$ -й гр.;  $n_i$  — объем выборки в  $i$ -й гр.

Определение ошибок выборочных характеристик позволяет установить наиболее вероятные границы нахождения соответствующих генеральных показателей:

$$- \text{ для средней } \bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_{\tilde{x}},$$

где  $\bar{x}$  — генеральная средняя;  $\tilde{x}$  — выборочная средняя;  $\Delta_{\tilde{x}}$  — ошибка выборочной средней;

$$- \text{ для доли } p = \omega \pm \Delta_{\omega},$$

где  $p$  — генеральная доля;  $\omega$  — выборочная доля (частность);  $\Delta_{\omega}$  — ошибка выборочной доли.

**Пример 16**

С вероятностью 0,954 нужно определить границы среднего веса пачки чая для всей партии, поступившей в торговую сеть, если контрольная выборочная проверка дала результаты, отраженные в первых двух графах табл. 34.

Таблица 34

Вес, г ( $x$ )	Количество пачек ( $f$ )	Расчётные графы			
		$x'$	$f'$	$x'f'$	$(x')^2 f'$
48–49	20	–1	2	–2	2
49–50	50	0	5	0	0
50–51	20	+1	2	2	2
51–52	10	+2	1	2	4
Итого	100	–	10	2	8

1. Средний вес пачки чая по выборке

$$\tilde{x} = \frac{\sum x'f'}{\sum f'} K + x_0 = \frac{2}{10} \cdot 1 + 49,5 = 49,7 \text{ г.}$$

2. Выборочная дисперсия веса пачки чая

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x')^2 f'}{\sum f'} - \left( \frac{\sum x'f'}{\sum f'} \right)^2 = \frac{8}{10} - \left( \frac{2}{10} \right)^2 = 0,76.$$

3. Средняя ошибка выборочной средней

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,76}{100}} = \pm 0,087 \text{ г.}$$

4. Предел для ошибки с вероятностью 0,954

$$\Delta = 2\mu = \pm 0,174 \text{ г.} \approx 0,2 \text{ г.}$$

5. Границы генеральной средней

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta = 49,7 \pm 0,2 \text{ г.}$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что вес пачки чая в среднем для всей партии не более 49,9 и не менее 49,5 г.

**Пример 17**

Нужно решить предыдущую задачу при условии, что выборка составляет 25 % генеральной совокупности.

Поскольку ошибка выборки уже определена, нам необходимо рассчитать величину поправки на неповторность отбора:

$$K_{25\%} = \sqrt{1 - \frac{25}{100}} = 0,86,$$

$$\bar{x} = 49,7 \pm 0,17 \cdot 0,86 \approx 49,7 \pm 0,1 \text{ г.}$$

**Пример 18**

С вероятностью 0,997 нужно определить ошибку частоты при 5 %-й гнездовой выборке 100 гнезд при следующих условиях: общая дисперсия близка к максимальной, а эмпирическое корреляционное отношение составляет 0,8.

$$\Delta = 3\mu = 3\sqrt{\frac{\delta^2}{100}} \text{ при } P = 0,997.$$

Необходимую для расчета межгрупповую дисперсию вычислим на основе формулы эмпирического корреляционного отношения  $\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}$ ,

приняв по условию задачи  $\sigma^2 = 0,25$ , имеем  $0,8 = \sqrt{\frac{\delta^2}{0,25}}$ , откуда

$\delta^2 = 0,16$ . Следовательно, ошибка частоты составляет

$$\Delta_{\omega} = 3\sqrt{\frac{0,16}{100}} = \pm 0,12.$$

**Пример 19**

Необходимо определить пределы генеральной средней по результатам типической выборки (табл. 35):

Таблица 35

Номер района	Отобрано единиц	Средняя величина признака	Дисперсия
1	600	32	400
2	300	36	900

Определим пределы средней с вероятностью 0,954:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm 2\mu = \tilde{x} \pm 2\sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{900}}.$$

Рассчитаем необходимые характеристики:

$$1) \quad \tilde{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i n_i}{\sum n_i} = \frac{32 \cdot 600 + 36 \cdot 300}{900} = 33,3;$$

$$2) \quad \bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{400 \cdot 600 + 900 \cdot 300}{900} = 566;$$

$$3) \quad \mu = \sqrt{\frac{566}{900}} = \pm 0,79.$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что генеральная средняя лежит в пределах  $33,3 \pm 1,6$  или  $31,7 \leq \bar{x} \leq 34,9$ .

Определение объема выборки при заданной точности является проблемой, обратной рассмотренной, — определению ошибки выборки при данном ее объеме. Формула объема выборки получается из соответствующей формулы предельной ошибки. Так, получаем для:

– индивидуального бесповторного отбора

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{t^2 \sigma^2 + N \Delta^2};$$

– группового бесповторного отбора

$$r = \frac{t^2 \delta^2 R}{t^2 \delta^2 + R \Delta^2}.$$

При решении задач на определение необходимого объема выборки следует иметь в виду, что вместо генеральной дисперсии определенного вида берется ее оценка — примерное значение, полученное из того или иного источника. Рассмотрим следующий общий пример.

### **Пример 20**

Необходимо определить абсолютный и относительный объемы индивидуального отбора для исследования генеральной доли, чтобы ошибка частоты с вероятностью 0,954 не превышала 0,02, если выборка производится из генеральной совокупности объемов: а) 1000, б) 100000 единиц.

Используя формулу  $n = \frac{t^2 pqN}{t^2 pq + N\Delta^2}$ , в которой полагаем  $t = 2$  (гарантийная вероятность равна 0,954), а  $pq = 0,25$ , имеем:

$$1) \quad n = \frac{4 \cdot 0,25 \cdot 1000}{4 \cdot 0,25 + 1000 \cdot 0,0004} = 714 \text{ или } 71,4 \%$$

$$2) \quad n = \frac{4 \cdot 0,25 \cdot 100000}{4 \cdot 0,25 + 100000 \cdot 0,0004} = 2439 \text{ или } 2,44 \%$$

### **Задачи для решения**

**Задача 1.6.1.** Определить тип ошибки репрезентативности при следующих условиях отбора: а) для установления среднего размера вклада от населения в сберегательных кассах производится отбор счетов в соответствии с их номерами. Будет ли ошибка выборки случайной? б) отбор семей рабочих и служащих для обследования ведется на предприятиях, учреждениях и т. п. на основе списка работающих. Какие семьи получают преимущества при таком отборе?



**Задача 1.6.2.** Применительно к условию задачи 1 рассчитать:

- а) средние ошибки выборки по всем имеющимся там показателям;
- б) предельные ошибки с вероятностью 0,954 (сравните их с фактическими ошибками вашей выборки);
- в) границы, в которых могут находиться соответствующие генеральные характеристики (с той же вероятностью), установите, попадают ли генеральные характеристики в рассчитанные интервалы.

**Задача 1.6.3.** Что произойдет с ошибкой выборки, если вероятность, гарантирующую результат, увеличить с 0,683 до 0,954; с 0,683 до 0,997; с 0,954 до 0,997?

**Задача 1.6.4.** Контрольная выборочная проверка показала, что средняя продолжительность горения электролампочки составляет 1150 ч, а дисперсия равна 900. Определить предельную ошибку выборочной средней с вероятностью 0,997 при условии, что на продолжительность горения было испытано 400 лампочек.

**Задача 1.6.5.** Из 500 отобранных изделий 95 % соответствовали первому сорту. Определить с вероятностью 0,954 среднюю ошибку выборки и границы, в которых находится доля продукции первого сорта во всей партии.

**Задача 1.6.6.** Партия готовых изделий должна иметь не менее 90 % изделий первого сорта. Определить, удовлетворяет ли она этому требованию с вероятностью, близкой к достоверности, если при обследовании 900 единиц изделия первого сорта составили 92 %.

**Задача 1.6.7.** Определить: 1) как изменится средняя ошибка повторной выборки, если объем наблюдения: а) увеличить в 4 раза, в 2,5 раза, на 50 %; б) уменьшить в 2 раза, на 20 %? 2) каким образом надо изменить объем выборки, чтобы ошибка уменьшилась в 3 раза, на 50 %, на 20 %?

**Задача 1.6.8.** Определить: а) как изменится ошибка повторной выборки, если среднее квадратическое отклонение признака будет больше в 2 раза, на 10 %? б) как изменится при тех же условиях объем выборки? в) как изменится объем выборки, если вероятность, гарантирующую результат, увеличить с 0,954 до 0,997?

## **1.7 Статистические методы анализа динамики социально-экономических явлений**

### **Общетеоретические положения**

Одной из важнейших задач статистики является изучение изменений показателей во времени, т. е. их динамика. Эта задача решается при помощи анализа *рядов динамики*.

*Ряд динамики* (или динамический ряд) представляет собой совокупность расположенных в хронологической последовательности числовых значений статистического показателя, характеризующих изменение общественных явлений во времени.

Каждый ряд динамики имеет два основных элемента: время  $t$  и конкретное значение показателя (уровень ряда)  $y$ .

*Уровни ряда* — это показатели, числовые значения которых составляют динамический ряд. *Время* — это моменты или периоды, к которым относятся уровни.

По времени, отраженному в динамических рядах, ряды разделяются на моментные и интервальные.

*Моментным рядом динамики* называется такой ряд, уровни которого характеризуют состояние явления на определенные даты (моменты времени).

*Интервальным (периодическим) рядом динамики* называется такой ряд, уровни которого характеризуют размер явления за конкретный период времени (год, квартал, месяц).

Уровни динамического ряда могут быть представлены *абсолютными, средними* или *относительными величинами*.

Для выражения абсолютной скорости роста (снижения) уровня ряда динамики исчисляют статистический показатель — *абсолютный прирост*. Его величина определяется как разность двух сравниваемых уровней. Она вычисляется по формуле:

$$\Delta_{\text{ц}} = y_i - y_{i-1} \text{ или } \Delta_{\text{б}} = y_i - y_0,$$

где  $y_i$  — уровень  $i$ -го периода;  $y_0$  — уровень базисного периода.

Определение *среднего абсолютного прироста* производится по цепным абсолютным приростам по формуле:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{\text{ц}}}{n-1} = \frac{y_n - y_0}{n-1}.$$

Интенсивность изменения уровней ряда динамики оценивается отношением текущего уровня к предыдущему или базисному, которое всегда представляет собой положительное число. Этот показатель принято называть *темпом роста*. Он выражается в процентах, т. е.

$$T_{\text{п}}^{\text{ц}} = \frac{y_i}{y_{i-1}} 100 \% \text{ или } T_{\text{п}}^{\text{б}} = \frac{y_i}{y_0} 100 \% .$$

*Средний темп роста* вычисляется по формуле средней геометрической:

$$\bar{T}_{\text{п}} = \sqrt[n-1]{T_1^{\text{ц}} \cdot T_2^{\text{ц}} \cdot \dots \cdot T_{n-1}^{\text{ц}}} \text{ или } \bar{T}_{\text{п}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} 100 \% .$$

Темп роста может быть выражен и в виде коэффициента ( $K_p$ ). В этом случае он показывает, во сколько раз данный уровень ряда отличается от базисного или предыдущего.

Для выражения изменения уровней ряда динамики в относительных величинах определяется *темп прироста*, который рассчитывается как отношение абсолютного прироста к предыдущему или базисному уровню, т. е.

$$T_{\text{пр}}^{\text{ц}} = \frac{\Delta_{\text{ц}}}{y_{i-1}} 100 \% \quad \text{или} \quad T_{\text{пр}}^{\text{б}} = \frac{\Delta_{\text{б}}}{y_0} 100 \% .$$

Темп прироста может быть вычислен также путем вычитания из темпов роста 100 %, т. е.  $T_{\text{пр}} = T_p - 100 \% .$

*Средний темп прироста* получают, вычитая из среднего темпа роста 100 %.

*Показатель абсолютного значения одного процента прироста* определяется как результат деления абсолютного прироста на соответствующий темп прироста, выраженный в процентах, т. е.

$$|\%| = \frac{\Delta}{T_{\text{пр}}} \quad \text{или} \quad |\%| = 0,01 \cdot y_{i-1} .$$

Расчет этого показателя имеет экономический смысл только на цепной основе.

Методы расчета *среднего уровня* ряда динамики зависят от его вида и способов получения статистических данных.

Для интервального ряда динамики с *равноотстоящими* уровнями во времени расчет среднего уровня производится по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} .$$

Если интервальный ряд динамики имеет *неравноотстоящие* уровни, то средний уровень ряда вычисляется по средней арифметической взвешенной

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot t_i}{\sum_{i=1}^n t_i},$$

где  $t$  — число периодов времени, в течение которых уровень не изменяется.

Для моментного ряда с *равноотстоящими* уровнями средняя хронологическая рассчитывается по формуле:

$$\bar{y} = \frac{1/2 \cdot y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + 1/2 \cdot y_n}{n-1},$$

где  $n$  — число уровней ряда.

Средняя хронологическая для *неравноотстоящих уровней* моментного ряда динамики вычисляется по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \bar{y}_i \cdot t_i}{\sum_{i=1}^n t_i},$$

где  $\bar{y}_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}$ .

### **Пример 21**

Требуется провести анализ динамики экспорта области со странами СНГ за 2007–2011 гг. Представим исходные и рассчитанные показатели в табличной форме (табл. 36).

Таблица 36

Годы	Экспорт, млн долл.	Абсолютный прирост, млн долл.		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1 % прироста, млн долл.
		$\Delta_{ц}$	$\Delta_{б}$	$T_{р}^{ц}$	$T_{р}^{б}$	$T_{пр}^{ц}$	$T_{пр}^{б}$	
2007	38,6	–	–	–	100	–	0,00	–
2008	47,1	8,5	8,5	122,02	122,02	22,02	22,02	0,386
2009	325,3	278,2	286,7	690,66	842,75	590,66	742,75	0,471
2010	107,7	-217,6	69,1	33,11	279,02	-66,89	179,02	3,253
2011	153,0	45,3	114,4	142,06	396,37	42,06	296,37	1,077

Так как заданный ряд интервальный с равноотстоящими уровнями, средний уровень рассчитываем по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{671,7}{5} = 134,34 \text{ млн долл.}$$

Среднегодовой абсолютный прирост экспорта равен

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{ц}}{n-1} = \frac{y_n - y_0}{n-1} = \frac{114,4}{4} = \frac{153,0 - 38,6}{4} = 28,6 \text{ млн долл.}$$

Среднегодовой темп роста экспорта за 2007–2011 гг. составил

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} 100 \% = \sqrt[4]{\frac{153,0}{38,6}} 100 \% = 141,10 \% .$$

Среднегодовой темп прироста получим, вычитая из среднего темпа роста 100 %:

$$\bar{T}_{пр} = \bar{T}_p - 100 \% = 141,10 - 100 = 41,10 \% .$$

Это означает, что в среднем ежегодно экспорт увеличивался в рассматриваемый период на 134,34 млн долл. или 41,10 %.

С течением времени уровни ряда динамики могут испытывать случайные колебания, которые скрывают основное направление развития — **тренд**. Для того чтобы нивелировать (устранить) влияние случайных об-

стоятельств, уровни ряда динамики обрабатывают соответствующим образом. Способы обработки следующие:

- 1) простое укрупнение временных интервалов, например месяцы, объединяют в кварталы и т. п.;
- 2) метод скользящих средних;
- 3) аналитическое выравнивание — нахождение количественной (сглаженной) модели зависимости уровня ряда ( $y$ ) от аргумента — времени ( $t$ ).

Аналитическое выравнивание позволяет представить тренд какого-либо вида функцией, например прямой линией  $y_t = a + b \cdot t$ , как наиболее простой случай. Задача состоит в определении параметров уравнения  $a$  и  $b$  методом наименьших квадратов отклонений выровненных (трендовых) уровней ряда от фактических.

Параметры тренда исчисляются по формулам:

$$b = \frac{\sum y \cdot t - n \cdot \bar{t} \cdot \bar{y}}{\sum t^2 - n \cdot \bar{t}^2}, \quad a = \bar{y} - b \cdot \bar{t}.$$

### **Пример 22**

Имеются данные об объеме работ, выполненных по виду экономической деятельности «Строительство области за семь лет в фактически действовавших ценах» (табл. 37):

*Таблица 37*

Год	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Объем работ, млрд руб.	3,39	5,97	7,04	8,53	10,71	16,46	21,01

Результат расчета скользящих средних оформим в табл. 38.

Скользящие средние, освобожденные от случайных колебаний, возрастают, характеризуя явную тенденцию к росту.

Таблица 38

Год	Объем работ, млрд руб.	Расчет трехзвенной скользящей средней	Скользящие средние по объему работ, млрд руб.
2005	3,39	–	–
2006	5,97	$\frac{3,39 + 5,97 + 7,04}{3}$	5,47
2007	7,04	$\frac{5,97 + 7,04 + 8,53}{3}$	7,18
2008	8,53	$\frac{7,04 + 8,53 + 10,71}{3}$	8,76
2009	10,71	$\frac{8,53 + 10,71 + 16,46}{3}$	11,90
2010	16,46	$\frac{10,71 + 16,46 + 21,01}{3}$	16,06
2011	21,01	–	–

На основании данных проведем аналитическое выравнивание ряда по прямой, результаты представим в табл. 39.

$$\text{Параметры: } b = \frac{369,95 - 7 \cdot 4 \cdot 10,44}{140 - 7 \cdot 4^2} = \frac{77,63}{28} = 2,77,$$

$$a = 10,44 - 2,77 \cdot 4 = -0,64.$$

Тренд примет вид  $y_t = -0,64 + 2,77 \cdot t$ .

Придавая конкретные значения  $t$ , получим выровненные значения выпуска продукции. При этом  $b = 2,77$  означает, что год от года объем работ в среднем возрастает на 2,77 млрд руб. Это выровненная, устойчивая, неуклонно возрастающая год от года тенденция.

Таблица 39

Год	$t$	$y$	$t \cdot y$	$t^2$	$y_t$
2005	1	3,39	3,39	1	2,13
2006	2	5,97	11,94	4	4,90
2007	3	7,04	21,12	9	7,67



Окончание табл. 39

Год	$t$	$y$	$t \cdot y$	$t^2$	$y_t$
2008	4	8,53	34,12	16	10,44
2009	5	10,71	53,55	25	13,21
2010	6	16,46	98,76	36	15,98
2011	7	21,01	147,07	49	18,75
$\Sigma$	28	73,11	369,95	140	73,08

### Задачи для решения

**Задача 1.7.1.** На основании данных о числе введенных в действие зданий в области за период 2006–2011 гг. провести аналитическое выравнивание ряда по прямой, построить график, определить основную тенденцию, рассчитать прогноз числа построенных зданий в 2012 г. (табл. 40).

Таблица 40

Год	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Число зданий, ед.	908	989	1007	1141	1327	1432

**Задача 1.7.2.** Имеются данные о числе вкладов населения в учреждения коммерческого банка на конец года, млн (табл. 41).

Таблица 41

Год	2006	2007	2008	2009	2010
Число вкладов	505	486	631	784	784

Рассчитать средний уровень ряда и средние показатели динамики. Сделать выводы.

**Задача 1.7.3.** Динамика производства газа характеризуется данными табл. 42.

*Таблица 42*

Год	2006	2007	2008	2009	2010
Объем производства, млн. куб. м	289	321	346	372	407

Рассчитать средний уровень ряда и показатели динамики: цепные, базисные, средние. Сделать выводы.

**Задача 1.7.4.** Численность работников строительных организаций региона увеличилась в 2008 г. по сравнению с 2003 г. на 2 тыс. чел. или 4 %; в 2010 г. по сравнению с 2008 г. возросла на 30 %, а в 2011 г. по сравнению с 2010 г. — на 2 %. Определить численность работников в 2003, 2008, 2010 и 2011 гг.

**Задача 1.7.5.** Динамика объема услуг предприятий ЖКХ города в процентах к 2008 г. составила: 2009 г. — 108, 2010 г. — 110, 2011 г. — 125, 2012 г. — 153. Определить среднегодовой темп прироста услуг за период 2008–2012 гг.

## 2 СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

### 2.1 Статистика продукции

*Продукция предприятия* — основной результат производственной деятельности предприятия, который может быть выражен в форме товаров (продуктов) и работ, услуг промышленного характера.

Объем продукции характеризуется системой статистических показателей в натуральном, условно натуральном, трудовом или стоимостном выражении.

По степени готовности продукты промышленного предприятия подразделяются на следующие виды:

– *готовые изделия* — продукт, который прошел все стадии технологического процесса, принят службой технического контроля и полностью укомплектован; продукт снабжен документом, подтверждающим его соответствие обязательным требованиям, установленным стандартами (техническими условиями, технической документацией), сдан на склад готовой продукции или отгружен покупателю;

– *полуфабрикат* — продукт, законченный обработкой одного из цехов промышленного предприятия и подлежащий последующей обработке в других цехах этого же предприятия. Некоторая их часть может быть отпущена на сторону; по своему экономическому назначению такие полуфабрикаты не отличаются от готовой продукции;

– *незавершенное производство* — продукт, не прошедший всех стадий технологического процесса в любом цехе предприятия; к незавершенному производству относятся также законченные обработкой изделия, но не укомплектованные, не принятые службой технического контроля и не переданные на склад готовой продукции.

Учет продукции в натуральном выражении основан на применении измерителей, отражающих физические свойства и потребительское назначение продукции. Отчетность о выпуске продукции в натуральном выражении составляется в единицах измерения, предусмотренных в плане. Каждый натуральный измеритель отражает одно свойство продукта — массу (например, выпуск стали в тоннах), объем (добыча газа в кубометрах), площадь (выпуск бумаги в квадратных метрах) и др.

Условные натуральные измерители характеризуют в одном показателе два свойства продукта — массу и теплотемкость (уголь), массу и содержание полезного вещества (минеральные удобрения), объем и трудоемкость (железобетонные изделия), массу и машиноёмкость (прокат), массу и прочность (цемент) и т. п. За условную единицу принимается одна из разновидностей данного продукта; в условные единицы продукция пересчитывается по переводным коэффициентам, показывающим соотношение продуктов по их основному потребительскому свойству.

### ***Пример 23***

По данным отчета (табл. 43) выпуск продукции металлургического завода за июнь составил, тыс. т:

*Таблица 43*

Вид продукции (чугун)	По плану	Фактически
Передельный	12	15
Литейный	20	24
Хромоникелевый	10	10
Зеркальный	4	12

Определить проценты выполнения плана за месяц в натуральном и условном натуральном выражении. Объяснить, чем вызвано расхождение

полученных показателей (коэффициенты пересчета различных видов чугуна в передельный: литейный — 1,23; хромоникелевый и зеркальный — 1,50).

Определяем процент выполнения плана производства в натуральном выражении:

$$\frac{15 + 24 + 10 + 12}{12 + 20 + 10 + 4} = 1,326 \text{ или } 132,6 \%$$

План выполнен на 132,6 % или перевыполнен на 32,6 %; сверхплановый выпуск чугуна составил 15 тыс. т.

Определяем выпуск чугуна в условном натуральном выражении (в пересчете на передельный чугун):

– по плану  $12 \cdot 1 + 20 \cdot 1,23 + 10 \cdot 1,5 + 4 \cdot 1,5 = 57,6$  тыс. т;

– фактически  $15 \cdot 1 + 24 \cdot 1,23 + 10 \cdot 1,5 + 12 \cdot 1,5 = 77,52$  тыс. т;

$$77,52 : 57,6 = 1,346 \text{ или } 134,6 \%$$

План выполнен на 134,6 % или перевыполнен на 34,6 %.

Сверхплановый выпуск чугуна (в пересчете на передельный) составил 9,92 т.

Более высокий процент выполнения плана по выпуску продукции в условном натуральном выражении объясняется значительным перевыполнением плана производства зеркального чугуна с наиболее высоким коэффициентом пересчета в передельный чугун.

Система показателей продукции наряду с натуральными показателями включает стоимостные показатели объема продукции — *валовую* (ВП), *товарную* (ТП), *реализованную продукцию* (РП).

*Валовая продукция* — это стоимость продукции всех промышленно-производственных цехов за вычетом той ее части, которая была использована внутри данного предприятия на собственные промышленно-производственные нужды.

*Товарная продукция* — показатель, характеризующий объем продукции, подготовленной к отпуску за пределы производственной (основной)

деятельности. Товарная продукция равна валовой продукции за вычетом остатков полуфабрикатов собственного изготовления и продукции вспомогательных производств, изменения остатков незавершенного производства, стоимости сырья и материалов заказчика, не оплаченных производителем готовой продукции.

*Реализованная продукция* — продукция, оплаченная покупателем в отчетном периоде, независимо от того, когда она была произведена. В нее может включаться часть стоимости товарной продукции предшествующего периода, оплата за которую произведена в текущем периоде. Реализованная продукция равна товарной за вычетом изменения остатков неотгруженной товарной продукции и изменения остатков отгруженной, но не оплаченной покупателем продукции.

#### ***Пример 24***

За сентябрь заводом с длительным периодом производства (свыше двух месяцев) произведено готовой продукции на 21320 тыс. руб. в оптовых ценах, узлов и деталей — на 8960 тыс. руб. В течение месяца использовано полуфабрикатов (узлов и деталей) для комплектации готовых изделий на 7140 тыс. руб., реализовано на сторону на 2100 тыс. руб., остатки полуфабрикатов на конец месяца — 1100 тыс. руб., остатки полуфабрикатов в цехах на 1 сентября составили 1380 тыс. руб.

В ремонтном цехе завода выполнен капитальный ремонт собственного оборудования и транспортных средств стоимостью 73 тыс. руб. и ремонт оборудования других предприятий на 24 тыс. руб. Кроме того, ремонтным цехом завода выпущены автопоилки для своего подсобного сельского хозяйства с оплатой их через отделение банка из средств заводского фонда развития производства в сумме 32 тыс. руб. Поступило на расчетный счет от заказчика (соседнего предприятия) за резку проволоки на стандартные

размеры 0,3 тыс. руб. Остатки незавершенного производства в механических и сборочных цехах в оптовых ценах предприятия составили на 1 сентября 652,8 тыс. руб., на 1 октября — 526,5 тыс. руб. Требуется определить валовую и товарную продукцию завода.

В валовую продукцию войдут следующие слагаемые:

– готовые изделия — 21320 тыс. руб.; полуфабрикаты, реализованные на сторону, — 2100 тыс. руб.; прирост (или убыль) остатков полуфабрикатов на конец отчетного периода по сравнению с началом периода:

$$1100 - 1380 = -280 \text{ тыс. руб.};$$

– капитальный ремонт собственного оборудования и транспортных средств:

$$73 + 24 = 97 \text{ тыс. руб.};$$

– работы промышленного характера на сторону — 0,3 тыс. руб.; продукция, произведенная для своего непромышленного хозяйства (в данном случае — для подсобного сельского хозяйства), — 32 тыс. руб.;

– прирост (или убыль) остатков незавершенного производства:

$$526,5 - 652,8 = -126,3 \text{ тыс. руб.};$$

$$\begin{aligned} \text{ВП} &= 21320 + 2100 + (-280) + 97 + 0,3 + 32 + \\ &+ (-126,3) = 23143 \text{ тыс. руб.} \end{aligned}$$

Товарную продукцию по приведенным данным определяем двумя способами:

– суммированием включаемых в нее слагаемых:

$$\text{ТП} = 21320 + 2100 + 97 + 0,3 + 32 = 23549,3 \text{ тыс. руб.};$$

– вычитанием из валовой продукции элементов, не входящих в товарную продукцию:

$$\text{ТП} = 21320 - (-280 - 126,3) = 23549,3 \text{ тыс. руб.}$$

В данном случае товарная продукция больше валовой; это объясняется тем, что в отчетном месяце были использованы перешедшие с прошлого месяца остатки полуфабрикатов и незавершенного производства (эти остатки на конец месяца уменьшились).

### ***Пример 25***

Готовая продукция цементного завода за год — 42180 тыс. руб., стоимость остатка полуфабриката (клинкера) составила на начало года 216 тыс. руб., а на конец его — 318 тыс. руб.

Определить валовую продукцию завода.

$$\text{ВП} = \text{ГП} + (\text{О}_к - \text{О}_н) = 42180 + (318 - 216) = 42282 \text{ тыс. руб.}$$

Валовая продукция (ВП) равна готовой (ГП) плюс (или минус) изменение остатка полуфабрикатов (увеличение остатка прибавляется, уменьшение его вычитается).

### ***Пример 26***

За отчетный месяц заводом произведено готовых изделий на 18640 тыс. руб. Выполнено работ промышленного характера по заказам со стороны на 132 тыс. руб. Ремонтным цехом завода выполнено работ по капитальному ремонту оборудования основных цехов на 46 тыс. руб. и по текущему ремонту — на 33 тыс. руб.

Реализовано на сторону выработанных в отчетном периоде забракованных изделий на 4 тыс. руб. В отчетном периоде возвращены потребителями признанные дефектными изделия, выработанные и реализованные в предшествующем месяце, на сумму 5 тыс. руб.

Определить валовую продукцию предприятия.

В валовую продукцию включается стоимость произведенных в отчетном месяце готовых изделий и полуфабрикатов, работ промышленного характера на сторону (включая капитальный ремонт собственного оборудо-



вания) и вычитается стоимость возвращенных в отчетном месяце потребителями изделий, признанных дефектными (независимо от месяца изготовления возвращаемых изделий):

$$18640 + 132 + 46 - 5 = 18813 \text{ тыс. руб.}$$

Стоимость текущего ремонта своего оборудования, а также забракованных изделий (в том числе и реализуемых на сторону) в валовую продукцию не включается.

### *Пример 27*

Выполнение плана заводом железобетонных изделий в отчетном году характеризуется данными табл. 44.

Требуется определить показатели выполнения плана по общему объему продукции и по ассортименту.

*Таблица 44*

Изделие	Выпуск, м <sup>3</sup>		Оптовая цена за 1 м <sup>3</sup> , д. е.
	по плану	фактически	
Плита дорожная	32261	32074	57,9
Плита аэродромная	98303	98512	54,8

Исчисление требуемых показателей лучше всего представить в форме табл. 45.

*Таблица 45*

Изделие	Стоимость продукции, д. е.		Засчитано в выполнение плана по ассортименту
	план	факт	
Плита дорожная	1867912	1857085	1857085
Плита аэродромная	5387004	5398458	5387004
Итого	7254916	7255543	7244089

Выполнение плана по объему продукции:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_{пл} p} = \frac{7255543}{7254916} = 1,0001 \text{ или } 100,01 \%;$$

перевыполнение на 0,01 %.

Выполнение плана по ассортименту:

$$I_a = \frac{\sum (q_1 \leq q_{пл}) p}{\sum q_{пл} p} = \frac{7244089}{7254916} = 0,9985 \text{ или } 99,85 \%;$$

недовыполнение на 0,15 %.

## Задачи для решения

**Задача 2.1.1.** Выпуск продукции предприятия (тыс. руб.) за отчетный период характеризуется данными табл. 46.

Таблица 46

Готовой продукции — всего	30 000
В том числе, отпущено на сторону	27 000
Полуфабрикатов — всего	16 000
Из них:	
потреблено в производстве	14 000
отпущено на сторону	1000
Произведен капитальный ремонт собственного оборудования	500
Выполнены работы промышленного характера по заказам со стороны	800
Остатки незавершенного производства составили:	
на начало периода	500
на конец периода	300

Вся отпущенная на сторону продукция и выполненные работы оплачены покупателями. Кроме того, поступили платежи в сумме 4000 тыс. руб. за продукцию, отгруженную в базисном периоде. Определить валовой оборот, валовую продукцию, товарную продукцию и реализованную продукцию.

**Задача 2.1.2.** Выполнение плана заводом железобетонных изделий характеризуется данными табл. 47.

*Таблица 47*

Изделие	Выпуск, м <sup>3</sup>		Оптовая цена за 1 м <sup>3</sup> , руб.
	по плану	фактически	
БП-1	1500	1300	50
БП-2	1900	2100	100

Требуется определить показатели выполнения плана по общему объему продукции и по ассортименту.

**Задача 2.1.3.** В табл. 48 приведены данные о выпуске продукции инструментальным заводом за 3-й квартал и цены на продукцию.

*Таблица 48*

Изделие	Выпуск, тыс. шт.		Цена, д. е.
	по плану	фактически	
Сверло спиральное	58	60	2
Фреза:			
угловая	36	34	10
трехсторонняя	12	16	9
Штамп вырубной	8	8	56

Определить проценты выполнения плана по объему продукции и ассортименту.

**Задача 2.1.4.** Данные о продукции предприятия (тыс. руб.) за январь отчетного года приведены в табл. 49.

Таблица 49

Валовая продукция	20 000
Выработано полуфабрикатов — всего	7000
Из них:	
реализовано на сторону	1000
переработано в своем производстве	5000
Остаток полуфабрикатов на начало января	500
Остатки незавершенного производства:	3500
на начало января	3000
на конец января	

Определить валовой оборот, товарную продукцию и реализованную продукцию.

## 2.2 Статистика труда

**Общая численность работников**, называемая персоналом предприятия (трудовыми ресурсами), характеризуется по обширному набору социально-экономических и демографических признаков. Наиболее важные группировки работников предприятия связаны с распределением списочного состава по отраслям народного хозяйства (персонал промышленно-производственный и непромышленный персонал); по выполняемым функциям в процессе производства (рабочие, ученики, инженерно-технические работники, служащие, младший обслуживающий персонал и работники охраны); по полу и возрасту; по профессиям и квалификации; по степени автоматизации труда.

Основными показателями численности работников предприятий являются:

- а) списочное, явочное число и число фактически работавших на дату;
- б) среднее списочное, среднее явочное и среднее число фактически работавших за определенный период времени.

В списочный состав включаются все работники, принятые на постоянную, сезонную и временную работу на срок один день и более, со дня зачисления их на работу в соответствии с заключенными трудовыми договорами (контрактами). В списочном составе работников за каждый календарный день должны быть учтены как фактически работающие, так и отсутствующие на работе по каким-либо причинам.

Списочная численность работников характеризует их наличие на определенную дату, например на первое или последнее число месяца, включая принятых и исключая выбывших в этот день работников.

Для определения численности работников за отчетный период исчисляется *среднесписочная численность работников*:

1. По средней хронологической, если известна численность на определенную дату за равноотстоящие промежутки времени:

$$\bar{ч} = \frac{0,5 \cdot Ч_1 + Ч_2 + \dots + Ч_{n-1} + 0,5 \cdot Ч_n}{n-1}.$$

2. По арифметической взвешенной, если известна численность на определенную дату за неравноотстоящие промежутки времени:

$$\bar{ч} = \frac{\sum_{i=1}^n Ч_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i},$$

где  $t$  — число периодов времени, в течение которых уровень не изменяется.

3. На основе табельного учета рабочего времени

$$\bar{ч} = \frac{\text{явки} + \text{неявки на работу}}{\text{число календарных дней в периоде}}.$$

### **Пример 28**

Предприятие вновь организовано и начало работу с 19 апреля. Численность работников (чел.) этого предприятия представлена в табл. 50.

Таблица 50

Число месяца	Списочная численность работников	Число месяца	Списочная численность работников
19	4500	25	4560
20	4510	26	4564
21 (суббота)	–	27	4570
22 (воскресенье)	–	28 (суббота)	–
23	4520	29 (воскресенье)	–
24	4525	30	4582

Определить среднесписочную численность работников предприятия за апрель.

Независимо от числа дней работы предприятия среднесписочная численность работников определяется в расчете на полное число календарных дней в периоде (в данном случае — в апреле):

$$4500 + 4510 + 4510 + 4510 + 4520 + 4525 + 4560 + 4564 + 4570 + \\ + 4570 + 4570 + 4582 = 54491 \text{ чел.-дн.};$$

$$\bar{ч} = \frac{54491 \text{ чел.-дн.}}{30 \text{ дн.}} = 1816 \text{ чел.}$$

### **Пример 29**

Предприятие вновь организовано и начало работать с 15 июля. Среднесписочная численность работников предприятия составила в июле 761, в августе — 783, в сентябре — 806 человек. Определить среднесписочную численность работников предприятия за 3-й квартал и за период с начала года.

Среднесписочная численность работников предприятия:

– за 3-й квартал

$$\bar{ч} = \frac{761 + 783 + 806}{3} = 783,3 = 783 \text{ чел.};$$

– за период с начала года

$$\bar{q} = \frac{761 + 783 + 806}{9} = 261,1 = 261 \text{ чел.}$$

### **Пример 30**

По строительной организации за ноябрь отчетного года представлены следующие результаты:

- а) отработано работниками человеко-дней — 8800;
- б) число человеко-дней целодневных простоев — 20;
- в) число человеко-дней неявок на работу — 3180.

Определить среднесписочное число работников организации за ноябрь.

Используя методику табельного учета, определяем среднесписочную численность:

$$\bar{q} = \frac{8800 + 20 + 3180}{30} = 400 \text{ чел.}$$

Движение численности работников на предприятии охарактеризуется следующими показателями:

1. Коэффициент оборота по приему

$$K_{\text{п}} = \frac{\text{Число работников, принятых за отчетный период}}{\text{Среднесписочная численность за период}}.$$

2. Коэффициент оборота по выбытию

$$K_{\text{в}} = \frac{\text{Число работников, выбывших за отчетный период}}{\text{Среднесписочная численность за период}}.$$

3. Коэффициент текучести рабочей силы

$$K_{\text{т}} = \frac{\text{Излишний оборот по увольнению}}{\text{Среднесписочная численность за период}}.$$

Излишний оборот по увольнению характеризует численность работников, уволенных за нарушение трудовой дисциплины и уволившихся по собственному желанию.

4. Коэффициент замещения рабочей силы

$$K_3 = \frac{\text{Число работников, принятых за отчетный период}}{\text{Число работников, выбывших за отчетный период}} = \frac{K_{\text{п}}}{K_{\text{в}}}.$$

5. Коэффициент постоянства состава

$$K_{\text{пс}} = \frac{\text{Число работников, проработавших весь отчетный период}}{\text{Списочная численность работников на конец периода}}.$$

### ***Пример 31***

Среднесписочная численность работников предприятия за отчетный период составляет 1500 чел. За период принято работников — 156 чел., выбыло — 256 чел., в том числе уволено — 240 чел. (16 человек уволились по собственному желанию, за нарушение трудовой дисциплины — 10 чел.). Определить показатели движения работников.

Коэффициент оборота по приему равен

$$K_{\text{п}} = \frac{156}{1500} = 0,104 \text{ или } 10,4 \text{ \%}.$$

Коэффициент оборота по выбытию равен

$$K_{\text{в}} = \frac{256}{1500} = 0,171 \text{ или } 17,1 \text{ \%}.$$

Коэффициент текучести рабочей силы равен

$$K_{\text{т}} = \frac{16+10}{1500} = 0,017 \text{ или } 1,7 \text{ \%}.$$

Коэффициент замещения рабочей силы

$$K_3 = \frac{156}{256} = 0,609 \text{ или } 60,9 \text{ \%}.$$



Наряду с изучением численности работников и их движения большое значение имеет анализ использования рабочего времени. При учете рабочего времени определяются следующие фонды рабочего времени: календарный фонд времени, табельный фонд времени и максимально возможный фонд времени.

*Календарный фонд* времени состоит из человеко-дней явок и неявок на работу по всем причинам.

*Табельный фонд* рабочего времени определяется вычитанием из календарного фонда времени числа человеко-дней праздничных и выходных.

*Максимально возможный фонд* рабочего времени получается при вычитании из табельного фонда времени числа человеко-дней очередных отпусков.

В соответствии с международным стандартом отработанное время включает:

- фактически отработанные часы в течение нормального периода работы;
- сверхурочные часы работы;
- время, затрачиваемое на рабочем месте на ремонт, уход и подготовку оборудования, заполнение документации, подготовку самого рабочего места;
- время простоев по причинам временного отсутствия работы, остановки оборудования, несчастного случая и других причин, за которые производится оплата на основе контракта о найме;
- время на короткие перерывы.

*Коэффициенты использования фондов времени* определяются следующим образом:

$$K_{\text{исп}} = \frac{\text{Фактически отработанное время}}{\text{Соответствующий фонд рабочего времени}}.$$

**Пример 32**

Использование календарного фонда времени промышленно-производственных рабочих характеризуется следующими данными за первое полугодие, чел.-дн.:

отработано рабочими..... 77636

целодневные простои ..... 52

неявки на работу — всего ..... 40194

в том числе:

ежегодные (очередные) отпуска ..... 8491

праздники и выходные ..... 30212

Определить среднесписочное число рабочих, календарный и максимально возможный фонды рабочего времени и показатель использования максимально возможного фонда времени.

Календарный фонд рабочего времени:

$$77636 + 52 + 40194 = 117882 \text{ чел.-дн.}$$

Среднесписочное число рабочих:

$$117882 : 181 = 651 \text{ чел.}$$

Максимально возможный фонд рабочего времени:

$$117882 - (30212 + 8491) = 79179 \text{ чел.-дн.}$$

Показатель использования максимально возможного фонда рабочего времени:

$$77636 : 79179 = 0,981 \text{ или } 98,1 \%$$

**Производительность труда** характеризует количество продукции (работ, услуг), произведенной за единицу рабочего времени. Производительность труда может измеряться прямым показателем — *выработкой* продукции в единицу затраченного времени либо обратным показателем — *трудоемкостью*, характеризующей величину затрат рабочего времени на единицу произведенной продукции. Поскольку затраты рабочего времени

могут выражаться количеством отработанных человеко-часов, человеко-дней, среднесписочной численностью рабочих или всех работников, различают показатели средней часовой выработки рабочих, средней дневной выработки рабочих и средней выработки одного рабочего или работника за период. Показатели выработки определяются следующим образом:

1. Средняя часовая выработка рабочих

$$W_{\text{ч}} = \frac{Q}{T_{\text{чел.-ч.}}},$$

где  $Q$  — объем произведенной продукции,  $T$  — затраты времени.

2. Средняя дневная выработка рабочих

$$W_{\text{д}} = \frac{Q}{T_{\text{чел.-дн.}}}.$$

3. Средняя выработка за период (месяц, квартал, год)

$$W_{\text{рабочих}} = \frac{Q}{\bar{C}_{\text{рабочих}}}, \quad W_{\text{работников}} = \frac{Q}{\bar{C}_{\text{работников}}}.$$

Большое значение имеет оценка изменений производительности труда в экономике за счет структурных факторов. Статистический анализ производительности труда и факторов, ее определяющих, предусматривает построение системы следующих сводных индексов:

1. Индекса производительности труда по натуральным показателям

$$I_W = \frac{\sum q_1}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0}{\sum T_0} = \frac{W_1}{W_0}.$$

2. Трудового индекса производительности труда

$$I_W = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}.$$

3. Стоимостного индекса производительности труда переменного состава

$$I_{\bar{W}} = \frac{\sum q_1 p}{\sum T_1} : \frac{\sum q_0 p}{\sum T_0},$$

где  $p$  — сопоставимая цена единицы произведенной продукции.

Общее изменение объема продукции определяется по модели

$$\Delta Q = \sum Q_1 - \sum Q_0 = \sum W_1 T_1 - \sum W_0 T_0 = \Delta Q(W) + \Delta Q(T),$$

в том числе под влиянием производительности труда

$$\Delta Q(W) = \sum (W_1 - W_0) T_1,$$

под влиянием изменения отработанного работниками времени (численности работников)

$$\Delta Q(T) = \sum (T_1 - T_0) W_0.$$

Относительное изменение средней выработки продукции характеризуется системой индексов:

1. Переменного состава

$$I_{\bar{W}} = \frac{\sum W_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_0}{\sum T_0} \text{ или } I_{\bar{W}} = \frac{\sum W_1 d_{T_1}}{\sum W_0 d_{T_0}}.$$

2. Постоянного состава

$$I_W = \frac{\sum W_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_1}{\sum T_1} \text{ или } I_{\bar{W}} = \frac{\sum W_1 d_{T_1}}{\sum W_0 d_{T_1}}.$$

3. Структурных сдвигов

$$I_{str} = \frac{\sum W_0 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_0}{\sum T_0} \text{ или } I_{\bar{W}} = \frac{\sum W_0 d_{T_1}}{\sum W_0 d_{T_0}}.$$

Взаимосвязь индексов

$$I_{\bar{W}} = I_W \cdot I_{str},$$

где  $W_1, W_0$  — выработка продукции в отчетном и базисном периодах;  $d_1, d_0$  — показатели структуры отработанного времени или численности работников:

$$d_1 = \frac{T_1}{\sum T_1} \text{ и } d_0 = \frac{T_0}{\sum T_0}.$$

Абсолютное изменение средней выработки продукции определяется по модели

$$\Delta \bar{W} = \bar{W}_1 - \bar{W}_0 = \sum W_1 d_1 - \sum W_0 d_0 = \Delta \bar{W}(W) + \Delta \bar{W}(d),$$

в том числе за счет изменения выработки отдельных рабочих

$$\Delta \bar{W}(W) = \sum W_1 d_1 - \sum W_0 d_1,$$

за счет изменения структуры численности работников

$$\Delta \bar{W}(d) = \sum W_0 d_1 - \sum W_0 d_0.$$

### **Пример 33**

Данные по двум предприятиям приведены в табл. 51.

Определить уровень и динамику производительности труда по двум предприятиям в целом с использованием:

- а) среднего индекса производительности труда переменного состава;
- б) индекса средней производительности труда постоянного (фиксированного) состава;
- в) индекса влияния структурных сдвигов за счет изменения численности работников;
- г) абсолютного изменения средней выработки во II квартале по сравнению с I кварталом в результате изменения каждого фактора.

*Таблица 51*

Предприятие	Произведено продукции, млн руб.		Среднесписочная численность работников, чел.	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
№ 1	540	544	100	80
№ 2	450	672	100	120

Аналізу динаміки передшестуєт расчёт выработки в каждом квартале по каждому предприятию делением объема производства на численность работников

$$W = \frac{540}{100} = 5,4 \text{ млн руб./чел. и т. д.}$$

Динамика производительности труда по двум предприятиям в целом:

1. Индекс производительности труда переменного состава

$$\begin{aligned} I_{\bar{W}} &= \frac{\sum W_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{6,8 \cdot 80 + 5,6 \cdot 120}{80 + 120} : \frac{5,4 \cdot 100 + 4,5 \cdot 100}{100 + 100} = \\ &= \frac{6,08}{4,95} = 1,228. \end{aligned}$$

2. Индекс средней производительности труда постоянного состава

$$\begin{aligned} I_W &= \frac{\sum W_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_1}{\sum T_1} = \frac{6,8 \cdot 80 + 5,6 \cdot 120}{80 + 120} : \frac{5,4 \cdot 80 + 4,5 \cdot 120}{80 + 120} = \\ &= \frac{6,08}{4,86} = 1,251. \end{aligned}$$

3. Индекс влияния структурных сдвигов за счет изменения численности работников

$$\begin{aligned} I_{str} &= \frac{\sum W_0 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{5,4 \cdot 80 + 4,5 \cdot 120}{80 + 120} : \frac{5,4 \cdot 100 + 4,5 \cdot 100}{100 + 100} = \\ &= \frac{4,86}{4,95} = 0,982. \end{aligned}$$

4. Абсолютное изменение средней производительности труда во II квартале по сравнению с I кварталом в целом составит

$$\Delta \bar{W} = \bar{W}_1 - \bar{W}_0 = 6,08 - 4,95 = 1,13 \text{ тыс. руб.},$$

в том числе за счет изменения выработки отдельных рабочих

$$\Delta \bar{W}(W) = 6,08 - 4,86 = 1,22 \text{ тыс. руб.},$$

за счет изменения структуры численности работников

$$\Delta \bar{W}(str) = 4,86 - 4,95 = -0,09 \text{ тыс. руб.}$$

Средняя производительность труда на двух предприятиях во II квартале по сравнению с I кварталом возросла на 22,8 % (или на 1,13 тыс. руб.), в том числе за счет повышения производительности на отдельных пред-

приятных в среднем на 25,1 % (или на 1,22 тыс. руб.) и изменения структуры численности работников на 1,8 % (или уменьшения на 0,09 тыс. руб.).

### Задачи для решения

**Задача 2.2.1.** Строительная организация с сезонным характером работы работала с мая по сентябрь, а среднее списочное число промышленно-производственного персонала составляло в мае 650, июне — 785, в III квартале — 830 чел.

Определить среднее списочное число промышленно-производственного персонала организации за год.

**Задача 2.2.2.** Имеются данные о численности рабочих (чел.) на предприятии за неделю (табл. 52).

Таблица 52

День недели	Число рабочих по списку	Из них				
		явились на работу			не явились на работу	
		всего	в том числе		всего	в том числе выходные и праздничные дни
			имели целодневный простой	фактически работали		
Понедельник	534	459	8	451	75	—
Вторник	540	466	—	466	74	—
Среда	541	465	—	465	76	—
Четверг	542	466	—	466	76	—
Пятница	Праздничный день	—	—	—	542	542
Суббота	Выходные дни	—	—	—	542	542
Воскресенье		—	—	—	542	542

Определить за неделю среднее списочное, среднее явочное и среднее число фактически работавших рабочих.

**Задача 2.2.3.** Имеются данные по предприятию (табл. 53).

*Таблица 53*

Показатель	Июль	Август
Среднее списочное число рабочих, чел.	1300	1280
Отработано чел.-дн.	28600	29440
Отработано чел.-ч.	221650	226688

Определить:

1) изменение отработанных человеко-часов в августе по сравнению с июлем: а) общее, б) вследствие изменения средней продолжительности рабочего дня, в) вследствие изменения среднего числа дней работы на одного списочного рабочего, г) вследствие изменения средней численности рабочих;

2) коэффициенты использования рабочего времени в июле по сравнению с августом: а) по продолжительности рабочего дня, б) числу дней работы на одного списочного рабочего, в) числу часов работы на одного списочного рабочего.

**Задача 2.2.4.** В организации в отчетном году календарный фонд рабочего времени одного работника за год составил 365 дней, выходных и праздничных дней — 114, в том числе выходных дней — 105, праздничных — 9. Средняя продолжительность невыходов в расчете на одного работника:

- очередные и дополнительные отпуска — 19,5 дня;
- учебные отпуска — 3,2 дня;



- неявки по болезни — 4,5 дня;
- выполнение государственных обязанностей — 0,3 дня;
- отпуска по беременности и родам — 4,5 дня.

Кроме того, списочный состав работников в течение года изменялся:

с 01.01. работало 116 чел.;

с 10.04. принято 10 чел.;

с 05.06. уволилось 4 чел.;

с 10.09. принято 7 чел.;

с 12.10. уволилось 9 чел.

Определить:

- 1) среднесписочную численность работников организации за год;
- 2) календарный фонд рабочего времени;
- 3) табельный фонд рабочего времени (человеко-часы);
- 4) максимально возможный фонд рабочего времени;
- 5) коэффициент использования календарного времени;
- 6) коэффициент использования табельного времени;
- 7) коэффициент использования максимально возможного времени;
- 8) коэффициент оборота по приему;
- 9) коэффициент оборота по выбытию;
- 10) коэффициент замещения рабочей силы.

**Задача 2.2.5.** Имеются данные по двум предприятиям (табл. 54).

*Таблица 54*

Предприятие	Произведено продукции, тыс. руб.		Среднесписочная численность работников, чел.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
1	876	920	110	105
2	564	600	90	95

Определить уровень и динамику производительности труда по двум предприятиям в целом с использованием:

- 1) среднего индекса производительности труда переменного состава;
- 2) индекса средней производительности труда постоянного (фиксированного) состава;
- 3) индекса влияния структурных сдвигов за счет изменения численности работников;
- 4) абсолютного изменения средней выработки во II квартале по сравнению с I кварталом в результате изменения выработки работников на каждом предприятии, структуры работников и под влиянием обоих факторов.

### **2.3 Статистика основных фондов**

*Основные фонды* — это произведенные активы, часть национального имущества, созданная общественным трудом, которая длительное время неоднократно или постоянно в неизменной натурально-вещественной форме используется в экономике, постепенно перенося свою стоимость на создаваемые продукты и услуги.

В настоящее время в отечественной статистике действует следующая типовая классификация материальных основных фондов: здания (кроме жилья); сооружения; жилища; машины; оборудование; транспортные средства; инструмент, производственный и хозяйственный инвентарь; рабочий и продуктивный скот; многолетние насаждения; прочие основные фонды.

Основные фонды делятся на *производственные* и *непроизводственные*.

*Основные производственные фонды* — это *средства труда*, целиком участвующие в повторяющихся процессах производства и переносящие по частям свою стоимость на готовый продукт по мере износа. К средствам труда относятся здания, сооружения, машины и оборудование, рабочий и

продуктивный скот и другие основные фонды, функционирующие в сфере материального производства.

Различные виды основных фондов выполняют неодинаковую роль в производственном процессе. В связи с этим широкое распространение получила классификация основных производственных фондов на *активные* и *пассивные*.

Совокупность основных производственных фондов, которые непосредственно воздействуют на предметы труда (машины, оборудование, инструмент и т.д.), называется *активной частью основных фондов*.

К *пассивной части основных производственных фондов* относятся основные фонды, посредством которых обеспечиваются условия для нормального протекания процесса производства (здания, сооружения и др.).

*Основными непроизводственными фондами* являются материальные блага длительного пользования, не участвующие в процессе производства и являющиеся объектом общественного и личного потребления.

Поскольку основные фонды функционируют длительное время и снашиваются по частям, то в каждый конкретный момент времени любой элемент основных фондов может иметь несколько стоимостных оценок.

Различают оценку основных фондов по *первоначальной стоимости* и *восстановительной*. Каждая из них, в свою очередь, может быть рассчитана как *полная* и как *остаточная*, т. е. стоимость за вычетом износа.

*Полная первоначальная стоимость* — это стоимость основных фондов в фактических ценах на момент ввода их в эксплуатацию, которая включает все затраты на сооружения и приобретение основных фондов, а также расходы на их транспортировку и монтаж.

*Полная восстановительная стоимость* — это сумма затрат, необходимая для воспроизводства в новом виде основных фондов в современных условиях. Восстановительная стоимость определяется на основе инвентаризации и переоценки основных фондов.

*Остаточная (или стоимость за вычетом износа) стоимость*, как первоначальная, так и восстановительная, определяется путем вычитания из полной стоимости суммы износа основных фондов.

Движение основных фондов характеризуют следующие показатели:

1. Коэффициент ввода

$$K_{\text{вв}} = \frac{\text{Стоимость введенных ОФ}}{\text{Стоимость ОФ на конец периода}}.$$

2. Коэффициент выбытия

$$K_{\text{выб}} = \frac{\text{Стоимость выбывших ОФ}}{\text{Стоимость ОФ на начало периода}}.$$

Состояние основных фондов характеризуют следующие показатели, определяемые на начало и конец периода:

1. Коэффициент износа

$$K_{\text{изн}} = \frac{\text{Сумма износа}}{\text{Полная стоимость ОФ}}.$$

2. Коэффициент годности

$$K_{\text{годн}} = \frac{\text{Остаточная стоимость ОФ}}{\text{Полная стоимость ОФ}} = 1 - K_{\text{изн}}.$$

Эффективность использования основных фондов характеризуют показатели:

1. Фондоотдача, показывающая величину продукции, полученной с 1 руб., вложенного в основные фонды:

$$\Phi_o = \frac{\text{ТП}}{\bar{\Phi}}.$$

2. Обратным к фондоотдаче показателем является фондоемкость, характеризующая затраты основных фондов на 1 рубль продукции:

$$\Phi_e = \frac{\bar{\Phi}}{\text{ТП}}.$$

**Пример 34**

На начало года предприятие имело основных фондов на сумму 182 млн руб. по полной первоначальной стоимости. Коэффициент износа составил 20 %.

За год введено в действие сооружений на сумму 3 млн руб., куплено новых машин и оборудования на 6 млн руб., новых транспортных средств на 5 млн руб.

За год ликвидировано основных фондов по полной первоначальной стоимости на сумму 1 млн руб. при их остаточной стоимости 0,2 млн руб., передано другим предприятиям оборудования полной стоимостью 7,8 млн руб. при износе 35 %.

Амортизационные отчисления за год составили 3 млн руб., среднесписочное число работников предприятия составляет 106 чел., валовой выпуск продукции за год составил 220 млн руб.

Необходимо построить баланс основных фондов по полной первоначальной стоимости и стоимости за вычетом износа, рассчитать среднегодовую стоимость основных фондов, коэффициенты обновления, выбытия, износа, годности, фондоотдачу и фондоемкость по предприятию.

Баланс основных фондов имеет вид табл. 55.

**Таблица 55 — Баланс основных фондов по полной первоначальной стоимости и стоимости за вычетом износа, млн руб.**

Статья баланса	Полная первоначальная стоимость	Остаточная стоимость
Наличие на начало года	182,0	145,6
Поступление основных фондов:		
стоимость сооружений	3	3
стоимость новых машин и оборудования	6	6
стоимость новых транспортных средств	5	5

Окончание табл. 55

Статья баланса	Полная первоначальная стоимость	Остаточная стоимость
Выбытие основных фондов: выбыло ввиду ветхости и износа (ликвидировано)	1,0	0,2
передано другим предприятиям	7,80	5,07
Амортизация за год	–	3
Наличие на конец года	187,20	151,33

Полная первоначальная стоимость основных фондов

$$ПС_{к.г} = ПС_{н.г} + П - В = 182 + 3 + 6 + 5 - 1 - 7,8 = 187,2 \text{ млн руб.}$$

Первоначальная стоимость за вычетом износа (остаточная стоимость)

$$\begin{aligned} ОС_{к.г} &= ОС_{н.г} + П - В - А = \\ &= 182 \cdot 0,8 + 3 + 6 + 5 - 0,2 - 7,8 \cdot 0,65 - 3 = 151,33 \text{ руб.} \end{aligned}$$

Среднегодовая стоимость основных фондов равна

$$\bar{\Phi}_{\text{ппс}} = \frac{182 + 187,2}{2} = 184,6 \text{ млн руб.}$$

Коэффициент ввода

$$K_{\text{вв}} = \frac{3 + 5 + 6}{187,2} \cdot 100 = 7,48 \% , \text{ т. е. доля новых основных фондов в их}$$

общем объеме составила 7,48 %.

Коэффициент выбытия

$$K_{\text{выб}} = \frac{0,2 + 7,8}{182} \cdot 100 = 4,40 \% , \text{ т. е. доля выбывших основных фондов в}$$

течение года в общей их стоимости составила 4,40 %.

Коэффициент износа:

$$- \text{ на начало года } K_{\text{изн}} = \frac{182 - 145,6}{182} \cdot 100 = 20,00 \% ;$$

$$- \text{ на конец года } K_{\text{изн}} = \frac{187,2 - 151,33}{187,2} \cdot 100 = 19,16 \% .$$

Изношенность основных фондов на конец года снизилась на 0,84 %.

Коэффициенты годности:

– на начало года  $K_{\text{год}} = 100 - 20 = 80 \%$ ;

– на конец года  $K_{\text{год}} = 100 - 19,16 = 80,84 \%$ .

Фондоотдача равна

$$\Phi_o = \frac{220}{184,6} = 1,19 \text{ руб./руб.}$$

Данный показатель определяет выпуск продукции в расчете на один рубль стоимости основных фондов.

Фондоемкость  $\Phi_e = \frac{184,6}{220} = 0,84 \text{ руб./руб.}$ , показывает, что затраты основных фондов на 1 руб. продукции составили 0,84 руб.

Относительное изменение средней фондоотдачи (обозначим  $f$ ) определяется системой индексов:

1. Переменного состава

$$I_{\bar{f}} = \frac{\bar{f}_1}{\bar{f}_0} = \frac{\sum f_1 \bar{\Phi}_1}{\sum \bar{\Phi}_1} \cdot \frac{\sum f_0 \bar{\Phi}_0}{\sum \bar{\Phi}_0} \text{ или } I_{\bar{f}} = \frac{\sum f_1 d_1}{\sum f_0 d_0},$$

где  $\bar{\Phi}_1, \bar{\Phi}_0$  — среднегодовая стоимость основных фондов в отчетном и базисном периодах;  $f_1, f_0$  — фондоотдача в отчетном и базисном периодах;  $d_1, d_0$  — показатели структуры основных фондов:

$$d_1 = \frac{\bar{\Phi}_1}{\sum \bar{\Phi}_1} \text{ и } d_0 = \frac{\bar{\Phi}_0}{\sum \bar{\Phi}_0}.$$

Индекс характеризует изменение средней фондоотдачи по группе предприятий в результате изменения фондоотдачи на каждом предприятии и доли основных фондов каждого предприятия в общей стоимости основных фондов группы.

2. Постоянного состава

$$I_f = \frac{\sum f_1 \bar{\Phi}_1}{\sum \bar{\Phi}_1} : \frac{\sum f_0 \bar{\Phi}_1}{\sum \bar{\Phi}_1} = \frac{\sum f_1 \bar{\Phi}_1}{\sum f_0 \bar{\Phi}_1} \text{ или } I_f = \frac{\sum f_1 d_1}{\sum f_0 d_1}.$$

Индекс характеризует изменение средней фондоотдачи по группе предприятий в результате изменения фондоотдачи на отдельных предприятиях группы.

### 3. Структурных сдвигов

$$I_{str} = \frac{\sum f_0 \bar{\Phi}_1}{\sum \bar{\Phi}_1} : \frac{\sum f_0 \bar{\Phi}_0}{\sum \bar{\Phi}_0} \text{ или } I_{str} = \frac{\sum f_0 d_1}{\sum f_0 d_0}.$$

Индекс характеризует изменение средней фондоотдачи по группе предприятий в результате изменения доли предприятий с различной величиной основных фондов в общем объеме основных фондов.

Абсолютное изменение средней фондоотдачи

$$\Delta \bar{f} = \bar{f}_1 - \bar{f}_0 = \sum f_1 d_1 - \sum f_0 d_0 = \Delta \bar{f}(f) + \Delta \bar{f}(d),$$

в том числе за счет изменения фондоотдачи на отдельных предприятиях

$$\Delta \bar{f}(f) = \sum f_1 d_1 - \sum f_0 d_1,$$

за счет изменения доли предприятий с различной величиной основных фондов в общем объеме основных фондов

$$\Delta \bar{f}(d) = \sum f_0 d_1 - \sum f_0 d_0.$$

Абсолютное изменение объема продукции в результате изменения стоимости основных фондов и эффективности их использования определяется моделью

$$\Delta Q = \sum Q_1 - \sum Q_0 = \sum f_1 \bar{\Phi}_1 - \sum f_0 \bar{\Phi}_0 = \Delta Q(f) + \Delta Q(\bar{\Phi}),$$

в том числе под влиянием изменения фондоотдачи

$$\Delta Q(f) = \sum (f_1 - f_0) \bar{\Phi}_1,$$

в результате изменения среднегодовой стоимости основных фондов

$$\Delta Q(\bar{\Phi}) = \sum (\bar{\Phi}_1 - \bar{\Phi}_0) f_0.$$



**Пример 35**

Имеются данные по двум предприятиям (табл. 56).

Таблица 56

Предприятие	Произведено продукции, млн руб.		Средняя стоимость основных фондов, млн руб.	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
№ 1	540	544	480	470
№ 2	450	672	350	360

Определить уровень и динамику фондоотдачи по двум предприятиям в целом с использованием:

- 1) среднего индекса фондоотдачи переменного состава;
- 2) индекса средней фондоотдачи постоянного состава;
- 3) индекса влияния структурных сдвигов за счет изменения стоимости основных фондов;
- 4) абсолютного изменения средней фондоотдачи во II квартале по сравнению с I кварталом в результате изменения каждого фактора.

Уровни фондоотдачи на первом предприятии составили:

– в I квартале  $f_0 = \frac{540}{480} = 1,13$  руб./руб.;

– во II квартале  $f_1 = \frac{544}{470} = 1,16$  руб./руб.

Уровни фондоотдачи на втором предприятии составили:

– в I квартале  $f_0 = \frac{450}{350} = 1,29$  руб./руб.;

– во II квартале  $f_1 = \frac{672}{360} = 1,87$  руб./руб.

Динамика фондоотдачи по двум предприятиям в целом:

1. Средний индекс фондоотдачи переменного состава

$$I_{\bar{f}} = \frac{\sum f_1 \bar{\Phi}_1}{\sum \bar{\Phi}_1} : \frac{\sum f_0 \bar{\Phi}_0}{\sum \bar{\Phi}_0} = \frac{1,16 \cdot 470 + 1,87 \cdot 360}{470 + 360} : \frac{1,13 \cdot 480 + 1,29 \cdot 350}{480 + 350} =$$

$$= \frac{1,47}{1,20} = 1,225.$$

2. Индекс средней фондоотдачи постоянного состава

$$I_f = \frac{\sum f_1 \bar{\Phi}_1}{\sum \bar{\Phi}_1} : \frac{\sum f_0 \bar{\Phi}_1}{\sum \bar{\Phi}_1} = \frac{1,16 \cdot 470 + 1,87 \cdot 360}{470 + 360} : \frac{1,13 \cdot 470 + 1,29 \cdot 360}{470 + 360} =$$

$$= \frac{1,47}{1,19} = 1,235.$$

3. Индекс влияния структурных сдвигов за счет изменения стоимости основных фондов

$$I_{str} = \frac{\sum f_0 \bar{\Phi}_1}{\sum \bar{\Phi}_1} : \frac{\sum f_0 \bar{\Phi}_0}{\sum \bar{\Phi}_0} = \frac{1,13 \cdot 470 + 1,29 \cdot 360}{470 + 360} : \frac{1,13 \cdot 480 + 1,29 \cdot 350}{480 + 350} =$$

$$= \frac{1,19}{1,20} = 0,992.$$

4. Абсолютное изменение средней фондоотдачи во II квартале по сравнению с I кварталом в целом

$$\Delta \bar{f} = 1,47 - 1,20 = 0,27 \text{ руб./руб.},$$

в том числе за счет изменения фондоотдачи на отдельных предприятиях

$$\Delta \bar{f}(f) = 1,47 - 1,19 = 0,28 \text{ руб./руб.},$$

за счет изменения структуры основных фондов

$$\Delta \bar{f}(str) = 1,19 - 1,20 = -0,01 \text{ руб./руб.}$$

Средняя фондоотдача на двух предприятиях во II квартале по сравнению с I кварталом возросла на 22,5 % (или на 0,27 руб./руб.), в том числе за счет повышения фондоотдачи на отдельных предприятиях в среднем на 23,5 % (или на 0,28 руб./руб.) и изменения структуры — на 1,8 % (или уменьшения на 0,01 руб./руб.).

## Задачи для решения

**Задача 2.3.1.** Стоимость основных фондов на начало отчетного периода составила 200 тыс. руб., введено в мае 100 тыс. руб.; выбыло в октябре 25 тыс. руб. Объем валовой продукции за год увеличился на 100 тыс. руб. В предыдущем периоде стоимость основных средств не изменялась, а объем валовой продукции составлял 300 тыс. руб. Рассчитать фондоотдачу за отчетный период и ее относительное изменение в результате увеличения стоимости основных средств предприятия.

**Задача 2.3.2.** Определить фондоотдачу и фондоемкость, если стоимость основных фондов на начало года составила 773 млн руб., в течение года вводилось 01.02. — 20 млн руб., 01.11. — 90 млн руб. и выбывало 01.04. — 10 млн руб. Объем товарной продукции за год составил 1132,8 млн руб.

**Задача 2.3.3.** На начало года стоимость основных фондов фирмы составляла 9500 млн руб. В течение года списано в связи с износом основных фондов на сумму 800 млн руб. и введено в действие новых основных фондов на сумму 400 млн руб. Годовой объем товарной продукции составил 10700 млн руб. Определить фондоотдачу, фондоемкость.

**Задача 2.3.4.** В 2010 г. фирма изготовила изделий на сумму 980 млн руб., среднегодовая стоимость ее основных производственных фондов составила 400 млн руб. В 2011 г. выпущено продукции на сумму 890 млн руб., среднегодовая стоимость основных производственных фондов фирмы — 500 млн руб. Необходимо определить относительное изменение фондоотдачи.

**Задача 2.3.5.** Имеются данные по двум предприятиям (табл. 57).

Таблица 57

Предприятие	Произведено продукции, млн руб.		Средняя стоимость основных фондов, млн руб.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
№ 1	356	420	280	270
№ 2	670	600	590	590

Определить уровень и динамику фондоотдачи по двум предприятиям в целом с использованием:

- 1) среднего индекса фондоотдачи переменного состава;
- 2) индекса средней фондоотдачи постоянного состава;
- 3) индекса влияния структурных сдвигов за счет изменения стоимости основных фондов;
- 4) абсолютного изменения средней фондоотдачи в отчетном периоде по сравнению с базисным в результате изменения каждого фактора.

## 2.4 Статистика оборотных средств

**Оборотные средства** — это производственные (текущие) активы, участвующие в процессе производства однократно и полностью переносящие свою стоимость на продукцию (сырье и материалы, топливо, энергия и пр.).

Средний остаток оборотных средств определяется, в зависимости от имеющейся информации, по одной из формул:

1. По арифметической простой

$$\overline{OC} = \frac{OC_n + OC_k}{2}.$$

2. По средней хронологической

$$\overline{\text{OC}} = \frac{0,5 \cdot \text{OC}_1 + \text{OC}_2 + \dots + \text{OC}_{n-1} + 0,5 \cdot \text{OC}_n}{n-1}.$$

3. По арифметической взвешенной

$$\overline{\text{OC}} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{OC}_i \cdot t_i}{\sum_{i=1}^n t_i},$$

где  $t$  — число периодов времени, в течение которых остаток оборотных средств не изменяется.

Эффективность использования оборотных средств характеризуют показатели оборачиваемости:

1. Коэффициент оборачиваемости

$$n = \frac{Q}{\overline{\text{OC}}},$$

где  $Q$  — стоимость продукции;  $\overline{\text{OC}}$  — средний остаток оборотных средств.

Коэффициент оборачиваемости показывает, сколько раз обернулся средний остаток оборотных средств за период.

2. Коэффициент закрепления

$$K_3 = \frac{\overline{\text{OC}}}{Q} = \frac{1}{n}.$$

Коэффициент закрепления показывает затраты оборотных средств на 1 руб. продукции.

3. Средняя продолжительность одного оборота оборотных средств

$$\tau = \frac{D}{n} = D \cdot K_3,$$

где  $D$  — число календарных дней в периоде.

Сумма средств, высвобожденных (или вовлеченных в оборот) в результате ускорения (замедления) оборачиваемости, определяется по модели

$$\Delta \overline{\text{OC}} = (K_{\text{закр}1} - K_{\text{закр}0}) Q_1.$$

**Пример 36**

Данные по производственному предприятию представлены в табл. 58.

Таблица 58

Показатели	I кв.	II кв.
Объем реализованной продукции, тыс. руб.	360	525
Средние остатки оборотных средств, тыс. руб.	60	70

Определить:

1. Показатели оборачиваемости оборотных средств за каждый период.
2. Сумму средств, высвобожденных в результате ускорения оборачиваемости во II кв. по сравнению с I кв.

1. Число оборотов:

– в I квартале  $n_0 = \frac{360}{60} = 6,0$  об.;

– во II квартале  $n_1 = \frac{525}{70} = 7,5$  об.

2. Продолжительность одного оборота:

– в I квартале  $\tau_0 = \frac{90}{6} = 15$  дн.;

– во II квартале  $\tau_1 = \frac{90}{7,5} = 12$  дн.

3. Коэффициент закрепления:

– в I квартале  $K_{30} = \frac{60}{360} = 0,167$  руб./руб.;

– во II квартале  $K_{31} = \frac{70}{525} = 0,133$  руб./руб.

4. Сумма средств, высвобожденных в результате ускорения оборачиваемости оборотных средств

$$\Delta \overline{OC} = (K_{\text{закр}1} - K_{\text{закр}0}) Q_1 = (0,133 - 0,167) 525 = -17,85 \text{ тыс. руб.}$$

Относительное изменение средней оборачиваемости оборотных средств определяется системой индексов:

### 1. Переменного состава

$$I_{\bar{n}} = \frac{\bar{n}_1}{\bar{n}_0} = \frac{\sum n_1 \overline{OC}_1}{\sum \overline{OC}_1} : \frac{\sum n_0 \overline{OC}_0}{\sum \overline{OC}_0} \text{ или } I_{\bar{n}} = \frac{\sum n_1 d_1}{\sum n_0 d_0},$$

где  $n_1, n_0$  — число оборотов оборотных средств в отчетном и базисном периодах;  $d_1, d_0$  — показатели структуры средних остатков оборотных средств:

$$d_1 = \frac{\overline{OC}_1}{\sum \overline{OC}_1} \text{ и } d_0 = \frac{\overline{OC}_0}{\sum \overline{OC}_0}.$$

Индекс характеризует изменение средней оборачиваемости оборотных средств по группе предприятий в результате изменения числа оборотов на каждом предприятии и доли оборотных средств каждого предприятия в общей стоимости оборотных средств группы.

### 2. Постоянного состава

$$I_n = \frac{\sum n_1 \overline{OC}_1}{\sum \overline{OC}_1} : \frac{\sum n_0 \overline{OC}_1}{\sum \overline{OC}_1} = \frac{\sum n_1 \overline{OC}_1}{\sum n_0 \overline{OC}_1} \text{ или } I_n = \frac{\sum n_1 d_1}{\sum n_0 d_1}.$$

Индекс характеризует изменение средней оборачиваемости оборотных средств по группе предприятий в результате изменения числа оборотов на отдельных предприятиях группы.

### 3. Структурных сдвигов

$$I_{str} = \frac{\sum n_0 \overline{OC}_1}{\sum \overline{OC}_1} : \frac{\sum n_0 \overline{OC}_0}{\sum \overline{OC}_0} \text{ или } I_{str} = \frac{\sum n_0 d_1}{\sum n_0 d_0}.$$

Индекс характеризует изменение средней оборачиваемости оборотных средств по группе предприятий в результате изменения доли оборот-

ных средств каждого предприятия в общей стоимости оборотных средств группы.

Абсолютное изменение средней оборачиваемости

$$\Delta \bar{n} = \bar{n}_1 - \bar{n}_0 = \sum n_1 d_1 - \sum n_0 d_0 = \Delta \bar{n}(n) + \Delta \bar{n}(d),$$

в том числе за счет изменения оборачиваемости на отдельных предприятиях

$$\Delta \bar{n}(n) = \sum n_1 d_1 - \sum n_0 d_1,$$

за счет изменения доли предприятий с различной величиной оборотных средств в общем объеме оборотных средств

$$\Delta \bar{n}(d) = \sum n_0 d_1 - \sum n_0 d_0.$$

### **Пример 37**

Имеются следующие данные по двум предприятиям (табл. 59).

*Таблица 59*

Предприятие	Произведено продукции, млн руб.		Средний остаток оборотных средств, млн руб.	
	I квартал	II квартал	I квартал	II квартал
№ 1	540	544	240	260
№ 2	450	672	200	220

Определить уровень и динамику числа оборотов по двум предприятиям в целом с использованием:

- 1) среднего индекса числа оборотов переменного состава;
- 2) индекса среднего числа оборотов постоянного состава;
- 3) индекса влияния структурных сдвигов за счет изменения остатков оборотных средств;
- 4) абсолютного изменения среднего числа оборотов во II квартале по сравнению с I кварталом в результате изменения каждого фактора.



Число оборотов на первом предприятии составило:

$$- \text{ в I квартале } n_0 = \frac{540}{240} = 2,25 \text{ об.};$$

$$- \text{ во II квартале } n_1 = \frac{544}{260} = 2,09 \text{ об.}$$

Число оборотов на втором предприятии составило:

$$- \text{ в I квартале } n_0 = \frac{450}{200} = 2,25 \text{ об.};$$

$$- \text{ во II квартале } n_1 = \frac{672}{220} = 3,05 \text{ об.}$$

Динамика среднего по двум предприятиям числа оборотов:

1. Средний индекс числа оборотов переменного состава

$$\begin{aligned} I_{\bar{n}} &= \frac{\sum n_1 \overline{OC}_1}{\sum \overline{OC}_1} : \frac{\sum n_0 \overline{OC}_0}{\sum \overline{OC}_0} = \\ &= \frac{2,09 \cdot 260 + 3,05 \cdot 220}{260 + 220} : \frac{2,25 \cdot 240 + 2,25 \cdot 200}{240 + 200} = \frac{2,53}{2,25} = 1,124. \end{aligned}$$

2. Индекс среднего числа оборотов постоянного состава

$$\begin{aligned} I_n &= \frac{\sum n_1 \overline{OC}_1}{\sum \overline{OC}_1} : \frac{\sum n_0 \overline{OC}_1}{\sum \overline{OC}_1} = \\ &= \frac{2,09 \cdot 260 + 3,05 \cdot 220}{260 + 220} : \frac{2,25 \cdot 260 + 2,25 \cdot 220}{240 + 200} = \frac{2,53}{2,25} = 1,124. \end{aligned}$$

3. Индекс влияния структурных сдвигов за счет изменения остатков оборотных средств

$$\begin{aligned} I_{str} &= \frac{\sum n_0 \overline{OC}_1}{\sum \overline{OC}_1} : \frac{\sum n_0 \overline{OC}_0}{\sum \overline{OC}_0} = \\ &= \frac{2,25 \cdot 260 + 2,25 \cdot 220}{240 + 200} : \frac{2,25 \cdot 240 + 2,25 \cdot 200}{240 + 200} = \frac{2,25}{2,25} = 1. \end{aligned}$$

4. Абсолютное изменение среднего числа оборотов во II квартале по сравнению с I кварталом в целом

$$\Delta \bar{n} = 2,53 - 2,25 = 0,28 \text{ об.},$$

в том числе за счет изменения числа оборотов на отдельных предприятиях

$$\Delta \bar{n}(n) = 2,53 - 2,25 = 0,28 \text{ об.},$$

за счет изменения структуры оборотных средств

$$\Delta \bar{n}(str) = 2,25 - 2,25 = 0 \text{ об.}$$

Среднее число оборотов оборотных средств на двух предприятиях во II квартале по сравнению с I кварталом возросло на 12,4 % (или на 0,28 об.), что связано только с изменением числа оборотов на каждом предприятии.

### Задачи для решения

**Задача 2.4.1.** Определить экономию от ускорения оборачиваемости в отчетном году по сравнению с предшествующим годом по данным табл. 60.

Таблица 60

Показатели	Базисный год	Отчетный год
Выручка от реализации, тыс. руб.	8000	10800
Остаток оборотных средств, тыс. руб.	1200	1400

**Задача 2.4.2.** Определить дополнительный объем продукции в планируемом году при тех же оборотных средствах, если число оборотов увеличивается на один. Исходные данные: выпуск продукции в базисном году — 56 млн руб.; средний остаток оборотных средств в базисном году — 23 млн руб.

**Задача 2.4.3.** В отчетном году сумма оборотных средств на предприятии составила 100 млн руб. Длительность одного оборота оборотных средств — 35 дней. В будущем году объем реализуемой продукции увели-

чился на 5 %. На сколько дней сократится время одного оборота при той же величине нормируемых оборотных средств?

**Задача 2.4.4.** Предприятие реализовало продукцию в отчетном квартале на 100 тыс. руб. при средних остатках оборотных средств 25 тыс. руб. Определить ускорение оборачиваемости средств в днях в плановом квартале, если объем реализованной продукции возрастет на 10 %.

**Задача 2.4.5.** В отчетном периоде на предприятии оборотные средства составили 50 тыс. руб., объем реализованной продукции — 1000 тыс. руб. В будущем периоде ожидается увеличение планируемого объема продукции до 1100 тыс. руб. При этом предполагается сократить оборачиваемость оборотных средств на 2 дня. Определить экономию оборотных средств.

## 2.5 Статистика себестоимости продукции

Важным показателем эффективности использования трудовых и производственных ресурсов выступает себестоимость.

**Себестоимость** — это выраженные в денежной форме текущие затраты предприятия на производство и реализацию продукции.

*Себестоимость продукции (работ, услуг)* является одним из обобщающих показателей деятельности предприятия, отражающих эффективность использования ресурсов; внедрения новой техники и технологии; совершенствования организации труда, производства и управления, а также необходимой базой для исчисления прибыли.

Затраты, образующие себестоимость продукции, группируются *по экономическим элементам*:

- материальные затраты;
- затраты на оплату труда;

- отчисления на социальные нужды;
- амортизация основных фондов;
- прочие затраты.

Группировка затрат по элементам дает возможность судить об объеме расхода сырья, материалов, топлива, энергии и т. д., а также является основой для исчисления величины чистой продукции.

Метод группировок используется и при исследовании структуры себестоимости продукции по статьям калькуляции.

*Группировка по статьям калькуляции* позволяет произвести распределение всех расходов предприятия по тому или иному конкретному назначению, дает возможность выявить затраты на отдельных участках производства и тем самым определить вклад каждого участка в себестоимость продукции.

*По степени учета затрат* в практике статистики учитывают два основных вида себестоимости:

- *производственная* себестоимость охватывает только затраты, связанные с процессом производства продукции;
- *полная* себестоимость — это общая сумма затрат, связанных с производством продукции (производственная себестоимость), и расходов по ее реализации (коммерческие расходы — затраты на упаковку, хранение, погрузку, транспортировку и рекламу).

*В зависимости от объекта затрат* различают:

- себестоимость единицы продукции (работ, услуг);
- себестоимость всей продукции (работ, услуг).

Для характеристики себестоимости всей продукции вычисляют показатель затрат на 1 рубль продукции (обычно на рубль товарной продукции).

**Затраты на 1 рубль продукции** (работ, услуг) определяются делением общей суммы затрат на производство продукции (работ, услуг) на стоимость этой продукции в отпускных ценах предприятия:

$$S = \frac{\sum zq}{\sum pq},$$

где  $S$  — средние затраты на 1 рубль продукции;  $z$  — себестоимость единицы продукции каждого вида;  $q$  — количество единиц продукции каждого вида;  $p$  — цена единицы продукции.

### **Пример 38**

По плану на I квартал выпуск товарной продукции в оптовых ценах предприятия должен был составить 394170 руб., а ее полная себестоимость — 364800 руб. Фактический выпуск товарной продукции за квартал составил в оптовых ценах предприятия 397690 руб., по фактической себестоимости — 363912 руб., по плановой себестоимости — 368050 руб. Определить, на сколько процентов фактические затраты на 1 руб. продукции отличаются от плановых затрат.

Определяем плановый размер затрат на рубль фактического выпуска товарной продукции:

$$368050 : 397690 = 0,93 \text{ руб./руб.}$$

Определяем фактический размер затрат на рубль товарной продукции:

$$363912 : 397690 = 0,92 \text{ руб./руб.}$$

Фактические затраты на рубль товарной продукции ниже плановых на 1,1 % ( $0,92 : 0,93 = 0,989$ ).

Индивидуальный индекс себестоимости характеризует изменение себестоимости одной единицы продукции, он может быть рассчитан сопоставлением уровня фактической себестоимости отчетного периода  $z_1$  с

уровнем фактической себестоимости базисного периода  $z_0$  или с уровнем плановой себестоимости на отчетный период  $z_{пл}$ . В качестве базы сравнения может использоваться также уровень нормативной себестоимости.

### **Пример 39**

Себестоимость 1000 м<sup>2</sup> оконного стекла снизилась в отчетном периоде до 342 д. е. против 346 д. е. в базисном периоде. Выпуск стекла возрос на 6 %. Определить, как изменилась общая сумма затрат на производство стекла.

Определяем индекс снижения себестоимости продукции:

$$i = \frac{z_1}{z_0} = \frac{342}{346} = 0,991 \text{ или } 99,1 \text{ \%}.$$

Определяем индекс затрат на производство как произведение индекса физического объема продукции на индекс себестоимости продукции:

$$1,06 \cdot 0,991 = 1,05.$$

Затраты на производство стекла возросли на 5 %.

Динамика средней себестоимости характеризуется системой индексов:

1. Переменного состава

$$I_{\bar{z}} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_0} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} \text{ или } I_{\bar{z}} = \frac{\sum z_1 d_1}{\sum z_0 d_0},$$

где  $z_1, z_0$  — себестоимость единицы продукции в отчетном и базисном периодах;  $q_1, q_0$  — физический объем продукции в отчетном и базисном периодах;  $d_1, d_0$  — показатели структуры продукции:

$$d_1 = \frac{q_1}{\sum q_1} \text{ и } d_0 = \frac{q_0}{\sum q_0}.$$

Индекс характеризует изменение средней по видам продукции себестоимости в результате изменения себестоимости единицы продукции каждого вида и доли продукции каждого вида в общем объеме производства.

### 2. Постоянного состава

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \text{ или } I_z = \frac{\sum z_1 d_1}{\sum z_0 d_1}.$$

Индекс характеризует изменение средней себестоимости в результате изменения себестоимости единицы продукции каждого вида.

### 3. Структурных сдвигов

$$I_{str} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum z_0 q_0}{\sum q_0} \text{ или } I_{str} = \frac{\sum z_0 d_1}{\sum z_0 d_0}.$$

Индекс характеризует изменение средней себестоимости в результате изменения доли продукции каждого вида в общем объеме производства.

### **Пример 40**

По предприятию за два периода известны данные о выпуске и себестоимости продукции (табл. 61).

Таблица 61

Вид продукции	Физический объем, ед.		Себестоимость 1 ед, д. е.		Себестоимость всей продукции, д. е.		
	$q_0$	$q_1$	$z_0$	$z_1$	$q_0 z_0$	$q_1 z_0$	$q_1 z_1$
БТ-1, м <sup>3</sup>	55783	70574	2,8	1,3	156192,4	197607,2	91746,2
БТ-2, м <sup>3</sup>	15301	9562	9,5	9,7	145359,5	90839,0	92751,4

Используя индексный метод, проанализировать изменение средней себестоимости.

1. Изменение средней себестоимости под влиянием всех факторов составляет

$$I_{\bar{z}} = \frac{184497,6}{80136} : \frac{301551,9}{71084} = 0,543 \text{ или } 54,3 \%$$

2. Изменение средней себестоимости под влиянием себестоимости продукции каждого вида составляет

$$I_z = \frac{184497,6}{80136} : \frac{288446,2}{80136} = 0,640 \text{ или } 64,0 \%$$

3. Изменение средней себестоимости в результате изменения доли продукции каждого вида в общем объеме производства составляет

$$I_{str} = \frac{288446,2}{80136} : \frac{301551,9}{71084} = 0,848 \text{ или } 84,8 \%$$

Средняя по двум видам продукции себестоимость снизилась в отчетном периоде по сравнению с базисным на 45,7 %, в том числе за счет снижения себестоимости каждого вида продукции — на 36,0 % и в результате изменения в структуре выпуска — на 15,2 %.

## Задачи для решения

**Задача 2.5.1.** Рассчитать себестоимость одного изделия, если прямые материальные расходы на производство единицы продукции составляют 40 руб., а заработная плата производственных рабочих с отчислениями на социальные нужды — 60 руб. на единицу выпущенной продукции.

**Задача 2.5.2.** На предприятии имеются три производственных подразделения и два обслуживающих. Для обработки единицы продукции в цехе № 1 требуется 3 часа, в цехе № 2 — 3,5 часа и в сборочном цехе — 2 часа.

Общепроизводственные расходы приведены в табл. 62.



Таблица 62

Показатели	Расходы, руб.
Заработная плата вспомогательных рабочих:	
Цех № 1	100 000
Цех № 2	99 500
Сборочный цех	92 500
Склад	10 000
Отдел технического обслуживания	60 000
Затраты на вспомогательные материалы:	
Цех № 1	100 000
Цех № 2	100 000
Сборочный цех	40 000
Склад	9000
Освещение и отопление	50 000
Арендная плата	100 000
Амортизация оборудования	150 000
Заработная плата управленческого персонала	80 000

Дополнительные данные о работе предприятия приведены в табл. 63.

Таблица 63

Подразделение	Стоимость оборудования, руб.	Площадь, м <sup>2</sup>	Численность занятых, чел.	Затраты рабочего времени, ч
Цех № 1	850 000	3 000	80	200 000
Цех № 2	600 000	2 500	65	150 000
Сборочный цех	350 000	3 500	75	200 000
Склад	50 000	1 500	5	—
ОТО	150 000	500	15	—

Время, затраченное отделом технического обслуживания на техническое обслуживание других подразделений, составляет, тыс. ч:

цех № 1 .....	12
цех № 2 .....	8
сборочный цех .....	5

Материалы, выданные производственным подразделениям, составляют, тыс. руб.:

цех № 1 .....	400
цех № 2 .....	300
сборочный цех .....	100

В отчетном году себестоимость товарной продукции составила 450,2 тыс. руб., что определило затраты на 1 руб. товарной продукции — 0,89 руб. В плановом году затраты на 1 руб. товарной продукции установлены в 0,85 руб. Объем производства продукции будет увеличен на 8 %. Определить себестоимость товарной продукции планового года.

**Задача 2.5.3.** Себестоимость товарной продукции предприятия в базисном периоде составила 380,5 тыс. руб. В отчетном периоде предполагается повысить производительность труда на 6 % и среднюю заработную плату — на 4 %. Объем производства возрастет на 8 % при неизменной величине постоянных расходов.

Удельный вес оплаты труда в себестоимости продукции — 23 %, а постоянных расходов — 20 %. Определить процент снижения себестоимости и полученную экономию под воздействием указанных факторов.

**Задача 2.5.4.** Планируемая себестоимость в части постоянных затрат составляет 10 руб. на 1 кв. м готовой продукции (товарной продукции). В части переменных затрат 26 руб. на 1 кв. м ТП. Плановый объем выпуска 5000 кв. м ТП. Фактически было выпущено 5500 кв. м ТП. Определить фактическую себестоимость ТП. Рассчитать экономию и снижение себестоимости.

**Задача 2.5.5.** Смета затрат на производство продукции представлена в табл. 64.

Таблица 64

Статья затрат	Сумма, млн руб.
Сырье	10
Полуфабрикаты	2
Эл/энергия на производственные цели	10
Заработная плата производственных рабочих	50
Начисления на заработную плату	20
Расходы на содержание производственных помещений	0,05
Амортизация	10
Заработная плата административного персонала (с начислениями)	7,9
Эл/энергия на служебные цели	0,05

Плановый объем производства 100 тыс. т. Фактически было произведено 90 тыс. т. Определить относительное и абсолютное изменение себестоимости в связи с изменением объемов производства.

## 2.6 Статистика финансовых результатов деятельности предприятия

Финансы коммерческих предприятий и организаций представляют собой денежные отношения, возникающие в ходе предпринимательской деятельности и распределения финансовых ресурсов. Результативным показателем, комплексно отражающим хозяйственную деятельность предприятия в форме денежных накоплений, является прибыль. В статистике финансов рассчитываются следующие показатели прибыли: прибыль от реализации продукции (работ, услуг), балансовая прибыль, валовая прибыль, чистая прибыль.

**Прибыль от реализации продукции** (работ, услуг) определяется как разность между выручкой от реализации продукции ( $\sum pq$ ) и полной себестоимостью реализованной продукции ( $\sum zq$ ):

$$\Pi_p = \sum pq - \sum zq.$$

На величину прибыли оказывают влияние следующие факторы: цены на продукцию, тарифы на услуги и работы; себестоимость продукции (работ, услуг); объем и состав реализованной продукции (работ, услуг).

Изменение прибыли за счет цен и тарифов определяется путем сопоставления выручки от реализации продукции текущего периода в фактических и базисных ценах по формуле:

$$\Pi_{\text{реал}}(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1,$$

где  $q_1$  — физический объем продукции в отчетном периоде;  $p_1$ ,  $p_0$  — цена единицы продукции в отчетном и базисном периодах соответственно.

Изменение прибыли за счет полной себестоимости реализованной продукции определяется по формуле:

$$\Pi_{\text{реал}}(z) = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1.$$

Изменение прибыли за счет физического объема продукции (работ, услуг) определяется по формуле:

$$\Pi_{\text{реал}}(q) = (I_q - 1) \cdot \Pi_{\text{реал } 0},$$

где  $I_q$  — индекс физического объема продукции;  $\Pi_{\text{реал } 0}$  — прибыль от реализации продукции в базисном периоде.

Относительным показателем эффективности производства, отражающим доходность предприятия, является рентабельность, в частности **рентабельность реализованной продукции**, определяемая по формуле:

$$R_{\text{реал}} = \frac{\Pi_{\text{реал}}}{C} = \frac{\sum pq - \sum zq}{\sum zq},$$

где  $C$  — полная себестоимость реализованной продукции.

На величину рентабельности реализованной продукции оказывают влияние следующие факторы: структура реализованной продукции, себестоимость продукции и цены на реализуемую продукцию.

Абсолютное изменение уровня рентабельности продукции за счет отдельных факторов определяется следующим образом:

1. Влияние изменений в структуре продукции

$$\Delta R_{\text{реал}}(str) = \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_1} - \frac{\sum p_0 q_0 - \sum z_0 q_0}{\sum z_0 q_0}.$$

2. Влияние изменения себестоимости продукции

$$\Delta R_{\text{реал}}(z) = \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_1 q_1}{\sum z_1 q_1} - \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_1}.$$

3. Влияние изменения цен на реализованную продукцию

$$\Delta R_{\text{реал}}(p) = \frac{\sum p_1 q_1 - \sum z_1 q_1}{\sum z_1 q_1} - \frac{\sum p_0 q_1 - \sum z_1 q_1}{\sum z_1 q_1}.$$

Общее абсолютное изменение уровня рентабельности определяется по модели

$$\begin{aligned} \Delta R_{\text{реал}} &= \frac{\sum p_1 q_1 - \sum z_1 q_1}{\sum z_1 q_1} - \frac{\sum p_0 q_0 - \sum z_0 q_0}{\sum z_0 q_0} = \\ &= \Delta R_{\text{реал}}(str) + \Delta R_{\text{реал}}(z) + \Delta R_{\text{реал}}(p). \end{aligned}$$

#### **Пример 41**

Имеются следующие условные данные по предприятию за месяц, млн руб.:

выручка от реализации продукции .....	490
в том числе налог на добавленную стоимость .....	84
себестоимость реализованной продукции.....	274
коммерческие и управленческие расходы.....	19
получены чистые проценты .....	0,2
чистые доходы от прочих операций (валовые доходы минус валовые расходы).....	2,0
прочие внереализационные доходы .....	1,1
прочие внереализационные расходы .....	0,9

Определить:

- 1) прибыль от реализации продукции;
- 2) прибыль от финансово-хозяйственной деятельности;
- 3) балансовую прибыль.

1. Прибыль от реализации продукции

$$П_{\text{реал}} = 490 - 84 - 274 - 19 + 0,2 = 113,2 \text{ млн руб.}$$

2. Прибыль от финансово-хозяйственной деятельности

$$П = 113,2 + 2,0 = 115,2 \text{ млн руб.}$$

3. Балансовая прибыль

$$П_{\text{б}} = 115,2 + 1,1 - 0,9 = 115,4 \text{ млн руб.}$$

### **Пример 42**

Данные о затратах на производство и реализацию продукции и прибыли от реализации продукции производственного предприятия (млн руб.) за два периода приведены в табл. 65.

*Таблица 65*

Вид продукции	Затраты на производство и реализацию		Прибыль от реализации продукции	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
А	480	620	140	210
Б	220	160	60	40

Определить:

- 1) уровень рентабельности по каждому виду и в среднем по двум видам продукции за каждый период;
- 2) общие индексы рентабельности (переменного, постоянного состава и структурных сдвигов);

3) абсолютное изменение средней рентабельности продукции за счет влияния следующих факторов: а) рентабельности; б) структурных сдвигов.

1. Уровень рентабельности:

по продукции А:

– базисный период  $r_{A_0} = 140 / 480 = 0,29$  или 29 %,

– отчетный период  $r_{A_1} = 210 / 620 = 0,34$  или 34 %;

по продукции Б:

– базисный период  $r_{B_0} = 60 / 220 = 0,27$  или 27 %,

– отчетный период  $r_{B_1} = 40 / 160 = 0,25$  или 25 %;

в целом по двум видам продукции:

– базисный период:  $\bar{r}_0 = 200 / 700 = 0,286$  или 28,6 %,

– отчетный период:  $\bar{r}_1 = 250 / 780 = 0,32$  или 32 %.

2. Индекс переменного состава средней рентабельности

$$I_r = \frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_0} = \frac{\sum r_1 d_1}{\sum r_0 d_0} = \frac{0,32}{0,286} = 1,119 \text{ или } 119 \text{ \%}.$$

Определяем удельный вес затрат в общей сумме затрат:

$$d_{A_0} = 0,686, \quad d_{B_0} = 0,314;$$

$$d_{A_1} = 0,795, \quad d_{B_1} = 0,205.$$

Индекс постоянного состава средней рентабельности

$$I_r = \frac{\sum r_1 d_1}{\sum r_0 d_1} = \frac{0,32}{0,29 \cdot 0,795 + 0,27 \cdot 0,205} = 1,139 \text{ или } 113,9 \text{ \%}.$$

Индекс структурных сдвигов

$$I_{str} = \frac{\sum r_0 d_1}{\sum r_0 d_0} = \frac{0,281}{0,286} = 0,983 \text{ или } 98,3 \text{ \%}.$$

3. Прирост средней рентабельности ( $\Delta \bar{r}$ ) определяется влиянием:

а) изменения рентабельности ( $\Delta r = \sum r_1 d_1 - \sum r_0 d_1$ );

б) структурных сдвигов ( $\Delta d = \sum r_0 d_1 - \sum r_0 d_0$ ).

$$\Delta \bar{r} = \sum r_1 d_1 - \sum r_0 d_0 = 0,32 - 0,286 = 0,034,$$

$$\Delta r = \sum r_1 d_1 - \sum r_0 d_1 = 0,32 - 0,281 = 0,039,$$

$$\Delta d = \sum r_0 d_1 - \sum r_0 d_0 = 0,281 - 0,286 = -0,005.$$

Средняя рентабельность возросла на 11,9 % (на 0,034 пункта) за счет увеличения рентабельности по отдельным видам продукции на 13,9 % (на 0,039) и ее снижения на 1,7 % (на 0,005) вследствие уменьшения удельного веса продукции с большей рентабельностью.

### Задачи для решения

**Задача 2.6.1.** На предприятии удельные переменные затраты составляют 40 руб. При цене 100 руб. спрос составит 8000 ед., а постоянные затраты — 420000 руб. Если снизить цену до 90 руб., то спрос возрастет до 12000 ед., однако постоянные затраты увеличатся до 480000 руб.

Рассчитать прибыль при каждой продажной цене, точку безубыточности при каждой продажной цене, а также объем реализации, необходимый для получения плановой прибыли 30000 руб.

**Задача 2.6.2.** Известны данные о деятельности предприятия (табл. 66).

Таблица 66

Значение показателей за период, тыс. руб.	
Затраты на материалы	160000
Затраты энергии на производственные цели	70000
Затраты на оплату труда производственных рабочих	170000
Затраты на содержание и эксплуатацию оборудования	460000
Управленческие расходы	620000



Окончание табл. 66

Значение показателей за период, тыс. руб.	
Расходы на рекламу	100000
Расходы по сбыту продукции	240000
Выручка от реализации оборудования	670000
Затраты на реализацию оборудования	55000

Рассчитайте чистую прибыль, если количество произведенных изделий 50000 шт., а цена реализации единицы продукции 47 руб.

**Задача 2.6.3.** Определить плановую прибыль от реализации товарной продукции по рыночным ценам, если на начало года остатки нереализованной продукции А — 1000 ед.; продукции Б — 800 ед; план выпуска товарной продукции А — 8000 ед.; Б — 6000 ед.

Остатки нереализованной товарной продукции на конец года планируются 200 ед. и 100 ед. соответственно; полная себестоимость единицы продукции по плану вида А — 0,7 тыс. руб.; вида Б — 0,52 тыс. руб.; рыночная цена А — 0,8 тыс. руб.; Б — 0,6 тыс. руб.

**Задача 2.6.4.** Имеются следующие данные по предприятию за месяц, млн руб.:

выручка от реализации продукции .....	520
в том числе налог на добавленную стоимость .....	104
себестоимость реализованной продукции.....	290
коммерческие и управленческие расходы.....	20
получены чистые проценты .....	0,25
чистые доходы от прочих операций (валовые доходы минус валовые расходы).....	2,1
прочие внереализованные доходы.....	1,2
прочие внереализованные расходы .....	1,0
уплачен налог на прибыль.....	30,0

отвлеченные средства от прибыли..... 2,0

Определить показатели прибыли:

- 1) от реализации продукции;
- 2) от финансово-хозяйственной деятельности;
- 3) балансовую;
- 4) чистую.

**Задача 2.6.5.** Данные по предприятию представлены в табл. 67.

*Таблица 67*

Вид продукции	Затраты на производство и реализацию продукции, тыс. руб.		Прибыль от реализации продукции, тыс. руб.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
А	420	580	140	260
Б	220	160	52	46

Определить:

- 1) рентабельность по каждому виду и в целом по двум видам продукции за каждый период;
- 2) общие индексы рентабельности (переменного, постоянного состава и структурных сдвигов);
- 3) абсолютное изменение средней рентабельности за счет влияния следующих факторов: а) рентабельности; б) структурных сдвигов.

## ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа по «Статистике» состоит из 5 задач. Решение каждой задачи должно быть подробным и понятным.

Выбор варианта контрольной работы осуществляется по общим правилам с использованием следующей формулы:

$$V = (N \times K) \text{ div } 100,$$

где  $V$  — искомый номер варианта,

$N$  — общее количество вариантов,

div — целочисленное деление,

при  $V = 0$  выбирается максимальный вариант,

$K$  — код варианта.

№ варианта	Номера задач				
	Задача № 1	Задача № 2	Задача № 3	Задача № 4	Задача № 5
1	1.1.1	1.4.4	2.1.1	2.3.3	2.5.2
2	1.1.2	1.4.5	2.1.2	2.3.4	2.5.3
3	1.1.3	1.5.1	2.1.3	2.3.5	2.5.4
4	1.1.4	1.5.2	2.1.4	2.4.1	2.5.5
5	1.1.5	1.5.3	2.2.1	2.4.2	2.6.1
6	1.2.1	1.5.4	2.2.2	2.4.3	2.6.2
7	1.2.2	2.5.5	2.2.3	2.4.4	2.6.3
8	1.2.3	1.6.1	2.2.4	2.4.5	2.6.4
9	1.2.4	1.6.2	2.2.5	2.5.1	2.6.5
10	1.2.5	1.6.3	2.1.1	2.3.1	2.5.2
11	1.3.1	1.6.4	2.1.2	2.3.2	2.5.3
12	1.3.2	1.6.5	2.1.3	2.3.3	2.5.4
13	1.3.3	1.6.6	2.1.4	2.3.4	2.5.5
14	1.3.4	1.6.7	2.2.1	2.3.5	2.6.1
15	1.3.5	1.6.8	2.2.2	2.4.1	2.6.2
16	1.3.6	1.7.1	2.2.3	2.4.2	2.6.3
17	1.3.7	1.7.2	2.2.4	2.4.3	2.6.4
18	1.4.1	1.7.3	2.2.5	2.4.4	2.6.5
19	1.4.2	1.7.4	2.1.1	2.3.1	2.4.5
20	1.4.3	1.7.5	2.1.2	2.3.2	2.5.1

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вопросы статистики : ежемесячный научно-информационный журнал ФСГС РФ. — М., 1990. — 2012.
2. Годин А. М. Статистика : учебник для вузов по спец. «статистика» и др. экон. спец. / А. М. Годин. — М. : Дашков и К, 2008. — 457 с.
3. Ильшев А. М. Общая теория статистики : учебник для вузов по спец. экономики и управления / А. М. Ильшев. — М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2008. — 535 с.
4. Курс социально-экономической статистики : учебник для вузов по спец. «Статистика» / под ред. М. Г. Назарова. — М. : Омега-Л, 2007. — 987 с.
5. Матегорина Н. М. Экономическая статистика : учеб. пособие для сред. проф. образования / Н. М. Матегорина. — Ростов-на-Дону : Феникс, 2007. — 350 с.
6. Мелкумов Я. С. Социально-экономическая статистика : учеб. пособие / Я. С. Мелкумов. — М. : Инфра-М, 2010. — 236 с.
7. Социально-экономическая статистика : учебник для вузов по спец. 080507 (061100) «Менеджмент организации» / М. Р. Ефимова [и др.] ; под ред. М. Р. Ефимовой. — М. : Юрайт, 2011. — 591 с.
8. Статистика : учеб. пособие / Л. П. Харченко [и др.] ; Новосибирская государственная академия экономики и управления. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Инфра-М, 2008. — 445 с.
9. Экономика фирмы и микростатистика : учебник для вузов по спец. Статистика» и др. экон. спец. / С. Д. Ильенкова [и др.] . — М. : Финансы и статистика, 2007. — 380 с.
10. Балинова В. С. Статистика в вопросах и ответах : учеб. пособие / В. С. Балинова. — М. : Проспект, 2004. — 344 с.
11. Сергеева И. И. Статистика : учебник / И. И. Сергеева. — М. : ИНФРА-М, 2006. — 272 с.

12. Социально-экономическая статистика : Практикум : учеб. пособие / В. Н. Салина [и др.]. — М. : Финансы и статистика, 2004. — 192 с.

13. Теория статистики : учебник / под ред. Г. Л. Громыко. — М. : ИНФРА-М, 2010. — 414 с.

14. Экономическая статистика : учебник / под ред. Ю. Н. Иванова. — М. : ИНФРА-М, 2010. — 480 с.