

**Индивидуальное домашнее задание № 2 (весенний семестр) для НК-201 (суммарно 40 баллов).**

- 1. В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:**
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu$ .
- 2. В условиях задачи 15 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:**
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\xi$ .
  - 2) **Четный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины  $\eta$ . **Нечетный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины  $\mu$ .
- 3. В условиях задачи 18 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:**
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu$ .
  - 4) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\eta = |\xi - \eta|$ .
- 4. В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите**
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Математическое ожидание случайной величины  $\mu$ .
- 5. Непрерывная случайная величина  $\xi$  имеет плотность  $p_\xi(x)$ . Найдите константу  $A$ , медиану и моду.**
- 6. В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:**
  - 1) условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ ;
  - 2) условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$ .
  - 3) Для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\mu$  при условии  $\eta$ .  
Для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\mu$  при условии  $\xi$ .
- 7. В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:**
  - для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$ ;
  - для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ ;
- 8. В условиях задачи 20 ИДЗ 1 (осенний семестр) вычислите:**
  - 1) характеристические функции  $f_\xi(t)$  и  $f_\eta(t)$  случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ ;
  - 2) характеристическую функцию  $f_\mu(t)$  случайной величины  $\mu$ ;
- 9. По заданной характеристической функции  $f_\xi(t)$  вычислите:**
  - 1) математическое ожидание случайной величины  $\xi$ ;
  - 2) дисперсию случайной величины  $\xi$ .
- 10. Посетитель тира платит за выстрел  $a$  рублей. При попадании в девятку получает выигрыш  $b$  рублей, при попадании в десятку получает выигрыш  $c$  рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$  соответственно. Число посетителей равно  $n$ .**

С помощью **неравенства Чебышева**:

  - 1) найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее  $\alpha$ ;
  - 2) найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше  $\beta$  % от средней суммарной прибыли равнялась  $p$ .

С помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что

  - 1) размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от  $m_1$  до  $m_2$  рублей;
  - 2) что суммарная прибыль окажется в пределах от  $n_1$  до  $n_2$  рублей.
- 11. Статистический анализ, проведенный по заказу авиакомпании, показал, что распределение веса (в кг) пассажира авиарейса с грузом хорошо описывается плотностью распределения**
$$p(x) = Ax^3(150 - x), \quad x \in (0; 150).$$

Масса пустого снаряженного самолета равна 135 тонн. Максимальная взлетная масса равна 260 тонн. При посадке зарегистрировано  $n$  пассажиров.

  - 1) Какой коммерческий груз (в кг) можно дополнительно взять этим рейсом, чтобы вероятность перегрузки составила не более  $\alpha$ %.
  - 2) Найдите вероятность перегрузки, если дополнительный коммерческий груз составил  $m$  тонн.

- 12.** По заданным выборкам  $X_1, X_2, \dots, X_n$  и  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  объема  $n = 50$  найти и построить:
- 1) минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
  - 2) гистограмму, полигон относительных частот, эмпирическую функцию распределения;
  - 3) выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.
- 13.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью  $p_\xi(x)$  с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.
- 14.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a} - \frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами  $(a, b)$ . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 15.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами  $(a, b)$ . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 16.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с неизвестным параметром. При помощи метода максимального правдоподобия (ММП) найти оценку неизвестного параметра распределения, проверить полученную оценку на несмещенность и эффективность.
- 17.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  о принадлежности выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  дискретному распределению с заданными параметрами.
- 18.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  о принадлежности выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  непрерывному распределению с заданными параметрами.
- 19.** Для заданной выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  с помощью критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о принадлежности выборки к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).
- 20.** Для заданной выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  с помощью критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о принадлежности выборки к непрерывному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).

### Распределение баллов (40 баллов)

Задача 1 (1,5 балла)			Задача 2 (1,5 балла)		Задача 3 (2 балла)				Задача 4 (3 балла)			Задача 5	Задача 6 (2 балла)		
0,5	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,3	0,5	0,7	1	1	1	1 балл	0,5	0,5	1
Задача 7		Задача 8 (2 балла)		Задача 9 (1,5 балла)		Задача 10 (2 балла)				Задача 11 (1,5 балла)					
2 балла		1,4	0,6	0,5	1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,7				0,8	
Математическая статистика															
Задача 12 (1,5 балла)			Задача 13	Задача 14	Задача 15	Задача 16	Задача 17	Задача 18	Задача 19	Задача 20					
0,5	0,5	0,5	2 балла	2 балла	2 балла	2,5 балла	2 балла	2 балла	3 балла	3 балла					

2	5.	$p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-2; 1] \\ A(x - 3)^2, & x \in [-2; 1] \end{cases}$																						
	9.	$f(t) = \frac{0.2}{1 - 0.8e^{it}}.$																						
	10.	$a = 150, b = 250, c = 400, \quad p_1 = 0.4, p_2 = 0.1, p_3 = 0.5, \quad n = 450,$ $\alpha = 0.9, \quad \beta = 15, p = 0.1$ $m_1 = 100, \quad m_2 = 1000, \quad n_1 = 3500, \quad n_2 = 5500$																						
	11.	$n = 385, \quad \alpha = 0.2, \quad m = 54$																						
	12.	Выборка $X_1, \dots, X_n$ [1,] 7 15 7 5 3 6 11 7 9 6 [2,] 9 9 7 8 7 4 7 13 6 15 [3,] 5 7 13 10 4 9 6 7 8 9 [4,] 12 4 8 8 5 8 5 5 10 4 [5,] 5 6 9 10 6 6 11 5 8 10 Выборка $Y_1, \dots, Y_n$ [1,] 5.42 3.62 5.59 6.63 3.96 2.98 4.97 3.39 1.98 5.46 [2,] 1.51 3.56 6.35 4.50 3.26 2.72 3.29 5.07 1.62 5.58 [3,] 5.30 3.08 4.08 4.54 4.64 2.27 6.66 2.62 2.70 3.15 [4,] 2.22 4.27 6.26 2.82 4.56 3.94 6.06 6.08 5.51 3.66 [5,] 5.23 1.63 3.69 3.10 2.49 2.37 2.25 4.29 5.08 1.90																						
	13.	Выборка $X_1, \dots, X_n$ – имеет плотность распределения $f(x) = \begin{cases} p\lambda_1 e^{-\lambda_1 x} + (1 - p)\lambda_2 e^{-\lambda_2 x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ При заданных значениях параметров $\lambda_1 = 0.2$ и $\lambda_2 = 0.5$ найти оценку параметра $p$ . Таблица частот <table><tr><td>интервалы</td><td>0-2</td><td>2-4</td><td>4-6</td><td>6-8</td><td>8-10</td><td>10-12</td><td>12-14</td><td>14-16</td><td>16-18</td><td>18-20</td></tr><tr><td>частоты</td><td>299</td><td>128</td><td>53</td><td>26</td><td>12</td><td>7</td><td>6</td><td>5</td><td>5</td><td>2</td></tr></table>	интервалы	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	частоты	299	128	53	26	12	7	6	5	5	2
	интервалы	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20													
частоты	299	128	53	26	12	7	6	5	5	2														
14.	По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров $a$ и $b$ <table><tr><td>интервалы</td><td>1-2</td><td>2-3</td><td>3-4</td><td>4-5</td><td>5-6</td><td>6-7</td><td>7-8</td></tr><tr><td>частоты</td><td>56</td><td>235</td><td>321</td><td>182</td><td>74</td><td>25</td><td>7</td></tr></table>	интервалы	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	частоты	56	235	321	182	74	25	7							
интервалы	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8																	
частоты	56	235	321	182	74	25	7																	
15.	По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров $a$ и $b$ <table><tr><td>интервалы</td><td>0.0-10.0</td><td>10.0-20.0</td><td>20.0-30.0</td><td>30.0-40.0</td><td>40.0-50.0</td><td>50.0-60.0</td><td>60.0-70.0</td><td>70.0-80.0</td><td>80.0-90.0</td><td>90.0-100</td></tr><tr><td>частоты</td><td>44</td><td>186</td><td>147</td><td>72</td><td>29</td><td>8</td><td>12</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	интервалы	0.0-10.0	10.0-20.0	20.0-30.0	30.0-40.0	40.0-50.0	50.0-60.0	60.0-70.0	70.0-80.0	80.0-90.0	90.0-100	частоты	44	186	147	72	29	8	12	1	0	1	
интервалы	0.0-10.0	10.0-20.0	20.0-30.0	30.0-40.0	40.0-50.0	50.0-60.0	60.0-70.0	70.0-80.0	80.0-90.0	90.0-100														
частоты	44	186	147	72	29	8	12	1	0	1														
16.	Нормальное распределение $Norm(m = 5, \sigma)$ [1,] 7.33 6.14 4.96 4.13 5.47 2.06 4.57 1.28 3.36 5.04 [2,] 3.83 -0.78 4.70 6.94 4.71 3.81 8.18 3.17 1.91 6.76 [3,] 8.57 3.26 3.74 5.06 6.44 2.71 8.11 7.49 6.11 6.76 [4,] 2.33 4.08 7.65 4.83 5.74 0.05 7.22 5.18 4.26 7.05 [5,] 4.11 3.89 1.96 5.78 4.52 3.77 2.81 5.85 2.91 4.24 При помощи ММП найти оценку параметра $\sigma^2$ и проверить эту оценку на несмещённость и эффективность.																							
17.	Гипотеза $H_0$ --- пуассоновское распределение $Pois(\lambda = 8)$ . Гипотеза $H_1$ --- пуассоновское распределение $Pois(\lambda = 10), \alpha = 0.15$ [1,] 9 8 9 8 9 7 13 10 10 12 [2,] 12 10 14 6 8 10 9 4 7 12 [3,] 10 9 9 9 10 11 15 10 13 10 [4,] 11 8 9 12 6 20 10 9 7 15 [5,] 10 10 13 13 16 13 13 7 16 9																							

18.	<p>Гипотеза <math>H_0</math> --- гамма-распределение <math>Gamma(\lambda = 3, \gamma = 9)</math>.  Гипотеза <math>H_1</math> --- гамма-распределение <math>Gamma(\lambda = 2, \gamma = 9), \alpha = 0.05</math></p> <p>[1,] 2.85 1.78 3.87 4.72 2.48 3.85 4.81 2.93 3.65 2.43  [2,] 2.66 2.66 3.60 2.83 2.77 3.02 2.10 3.58 2.02 2.08  [3,] 2.15 2.59 2.92 2.16 2.74 4.82 2.14 4.32 4.31 2.48  [4,] 3.13 3.13 1.98 2.22 2.85 2.90 3.69 5.29 3.68 4.14  [5,] 3.22 2.48 3.52 2.80 1.78 2.95 3.86 3.35 3.37 3.59</p>
19.	<p>Распределение Пуассона с неизвестным параметром <math>\lambda, \alpha = 0.05</math></p> <p>[1,] 7 15 7 5 3 6 11 7 9 6  [2,] 9 9 7 8 7 4 7 13 6 15  [3,] 5 7 13 10 4 9 6 7 8 9  [4,] 12 4 8 8 5 8 5 5 10 4  [5,] 5 6 9 10 6 6 11 5 8 10</p>
20.	<p>Равномерное распределение, <math>\alpha = 0.1</math></p> <p>[1,] 5.42 3.62 5.59 6.63 3.96 2.98 4.97 3.39 1.98 5.46  [2,] 1.51 3.56 6.35 4.50 3.26 2.72 3.29 5.07 1.62 5.58  [3,] 5.30 3.08 4.08 4.54 4.64 2.27 6.66 2.62 2.70 3.15  [4,] 2.22 4.27 6.26 2.82 4.56 3.94 6.06 6.08 5.51 3.66  [5,] 5.23 1.63 3.69 3.10 2.49 2.37 2.25 4.29 5.08 1.90</p>