

**Индивидуальное домашнее задание № 2 (весенний семестр) для НК-201 (суммарно 40 баллов).**

- 1.** В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$
  - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu$ .
- 2.** В условиях задачи 15 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\xi$
  - 2) **Четный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины  $\eta$ . **Нечетный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины  $\mu$
- 3.** В условиях задачи 18 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu$ .
  - 4) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\eta = |\xi - \eta|$
- 4.** В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Математическое ожидание случайной величины  $\mu$ .
- 5.** Непрерывная случайная величина  $\xi$  имеет плотность  $p_\xi(x)$ . Найдите константу  $A$ , медиану и моду.
- 6.** В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ ;
  - 2) условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$ .
  - 3) Для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\mu$  при условии  $\eta$ .  
Для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\mu$  при условии  $\xi$ .
- 7.** В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$ ;
  - для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ ;
- 8.** В условиях задачи 20 ИДЗ 1 (осенний семестр) вычислите:
  - 1) характеристические функции  $f_\xi(t)$  и  $f_\eta(t)$  случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ ;
  - 2) характеристическую функцию  $f_\mu(t)$  случайной величины  $\mu$ ;
- 9.** По заданной характеристической функции  $f_\xi(t)$  вычислите:
  - 1) математическое ожидание случайной величины  $\xi$ ;
  - 2) дисперсию случайной величины  $\xi$ .
- 10.** Посетитель тира платит за выстрел  $a$  рублей. При попадании в девятку получает выигрыш  $b$  рублей, при попадании в десятку получает выигрыш  $c$  рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$  соответственно. Число посетителей равно  $n$ .  
С помощью **неравенства Чебышева**:
  - 1) найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее  $\alpha$ ;
  - 2) найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше  $\beta$  % от средней суммарной прибыли равнялась  $p$С помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что
  - 1) размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от  $m_1$  до  $m_2$  рублей;
  - 2) что суммарная прибыль окажется в пределах от  $n_1$  до  $n_2$  рублей.
- 11.** Статистический анализ, проведенный по заказу авиакомпании, показал, что распределение веса (в кг) пассажира авиарейса с грузом хорошо описывается плотностью распределения
$$p(x) = Ax^3(150-x), \quad x \in (0; 150).$$
Масса пустого снаряженного самолета равна 135 тонн. Максимальная взлетная масса равна 260 тонн. При посадке зарегистрировано  $n$  пассажиров.
  - 1) Какой коммерческий груз (в кг) можно дополнительно взять этим рейсом, чтобы вероятность перегрузки составила не более  $\alpha$ %.
  - 2) Найдите вероятность перегрузки, если дополнительный коммерческий груз составил  $m$  тонн.

- 12.** По заданным выборкам  $X_1, X_2, \dots, X_n$  и  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  объема  $n = 50$  найти и построить:
- 1) минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
  - 2) гистограмму, полигон относительных частот, эмпирическую функцию распределения;
  - 3) выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.
- 13.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью  $p_\xi(x)$  с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.
- 14.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a}-\frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами  $(a, b)$ . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 15.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами  $(a, b)$ . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 16.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с неизвестным параметром. При помощи метода максимального правдоподобия (ММП) найти оценку неизвестного параметра распределения, проверить полученную оценку на несмещенность и эффективность.
- 17.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  о принадлежности выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  дискретному распределению с заданными параметрами.
- 18.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  о принадлежности выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  непрерывному распределению с заданными параметрами.
- 19.** Для заданной выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  с помощью критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о принадлежности выборки к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).
- 20.** Для заданной выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  с помощью критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о принадлежности выборки к непрерывному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).

### Распределение баллов (40 баллов)

Задача 1 (1,5 балла)			Задача 2 (1,5 балла)		Задача 3 (2 балла)				Задача 4 (3 балла)			Задача 5	Задача 6 (2 балла)					
0,5	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,3	0,5	0,7	1	1	1	1 балл	0,5	0,5	1			
Задача 7			Задача 8 (2 балла)		Задача 9 (1,5 балла)		Задача 10 (2 балла)				Задача 11 (1,5 балла)							
2 балла			1,4		0,6		0,5		1		0,5		0,5		0,7		0,8	
Математическая статистика																		
Задача 12 (1,5 балла)			Задача 13	Задача 14	Задача 15	Задача 16	Задача 17	Задача 18	Задача 19	Задача 20								
0,5	0,5	0,5	2 балла	2 балла	2 балла	2,5 балла	2 балла	2 балла	3 балла	3 балла								

5.	$p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-1; 1] \\ A(1 - 3x)^2, & x \in [-1; 1] \end{cases}$																						
9.	$f(t) = \frac{\cos 2t}{1 + 4t^2}.$																						
10.	$a = 150, b = 300, c = 500, p_1 = 0,25, p_2 = 0,1, p_3 = 0,65, n = 550,$ $\alpha = 0,8, \beta = 10, p = 0,15$ $m_1 = 0, m_2 = 1000, n_1 = 5000, n_2 = 12000$																						
11.	$n = 445, \alpha = 0,15, m = 50$																						
12.	Выборка $X_1, \dots, X_n$ [1,] 6 5 7 6 8 7 6 7 5 4 [2,] 5 5 6 3 7 8 4 8 5 2 [3,] 6 5 4 5 7 5 4 9 2 6 [4,] 7 7 6 6 5 7 8 7 7 4 [5,] 4 6 5 8 6 5 6 6 5 7 Выборка $Y_1, \dots, Y_n$ [1,] 5.07 2.25 6.52 4.29 8.65 7.07 5.36 7.48 2.75 1.61 [2,] 3.07 2.75 5.68 0.52 6.15 8.38 0.93 8.23 2.29 0.17 [3,] 4.27 2.72 1.14 2.64 7.75 2.40 1.70 9.55 0.14 4.86 [4,] 6.93 6.16 5.96 3.99 3.56 7.71 9.00 6.85 7.29 1.03 [5,] 0.85 4.30 3.58 8.36 4.06 3.56 4.23 5.01 2.50 8.02																						
13.	Выборка $X_1, \dots, X_n$ – имеет плотность распределения $f(x) = \begin{cases} p\lambda_1 e^{-\lambda_1 x} + (1-p)\lambda_2^2 x e^{-\lambda_2 x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ При заданных значениях параметров $\lambda_1 = 2$ и $\lambda_2 = 0,8$ найти оценку параметра $p$ . Таблица частот <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>интервалы</td> <td>0-0.5</td> <td>0.5-1</td> <td>1-1.5</td> <td>1.5-2</td> <td>2-2.5</td> <td>2.5-3</td> <td>3-3.5</td> <td>3.5-4</td> <td>4-4.5</td> <td>4.5-5</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>253</td> <td>104</td> <td>49</td> <td>27</td> <td>19</td> <td>13</td> <td>10</td> <td>8</td> <td>6</td> <td>5</td> </tr> </table>	интервалы	0-0.5	0.5-1	1-1.5	1.5-2	2-2.5	2.5-3	3-3.5	3.5-4	4-4.5	4.5-5	частоты	253	104	49	27	19	13	10	8	6	5
интервалы	0-0.5	0.5-1	1-1.5	1.5-2	2-2.5	2.5-3	3-3.5	3.5-4	4-4.5	4.5-5													
частоты	253	104	49	27	19	13	10	8	6	5													
14.	По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров $a$ и $b$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>интервалы</td> <td>0.6-1.6</td> <td>1.6-2.6</td> <td>2.6-3.6</td> <td>3.6-4.6</td> <td>4.6-5.6</td> <td>5.6-6.6</td> <td>6.6-7.6</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>178</td> <td>408</td> <td>266</td> <td>108</td> <td>31</td> <td>6</td> <td>3</td> </tr> </table>	интервалы	0.6-1.6	1.6-2.6	2.6-3.6	3.6-4.6	4.6-5.6	5.6-6.6	6.6-7.6	частоты	178	408	266	108	31	6	3						
интервалы	0.6-1.6	1.6-2.6	2.6-3.6	3.6-4.6	4.6-5.6	5.6-6.6	6.6-7.6																
частоты	178	408	266	108	31	6	3																
15.	По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров $a$ и $b$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>интервалы</td> <td>0.0-0.3</td> <td>0.3-0.6</td> <td>0.6-0.9</td> <td>0.9-1.2</td> <td>1.2-1.5</td> <td>1.5-1.8</td> <td>1.8-2.1</td> <td>2.1-2.4</td> <td>2.4-2.7</td> <td>2.7-3.0</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>1</td> <td>56</td> <td>133</td> <td>138</td> <td>88</td> <td>51</td> <td>19</td> <td>8</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> </table>	интервалы	0.0-0.3	0.3-0.6	0.6-0.9	0.9-1.2	1.2-1.5	1.5-1.8	1.8-2.1	2.1-2.4	2.4-2.7	2.7-3.0	частоты	1	56	133	138	88	51	19	8	2	4
интервалы	0.0-0.3	0.3-0.6	0.6-0.9	0.9-1.2	1.2-1.5	1.5-1.8	1.8-2.1	2.1-2.4	2.4-2.7	2.7-3.0													
частоты	1	56	133	138	88	51	19	8	2	4													
16.	Нормальное распределение [1,] 13.49 11.71 9.94 8.69 10.71 5.58 9.35 4.42 7.54 10.05 [2,] 8.24 1.33 9.55 12.91 9.57 8.21 14.77 7.26 5.37 12.65 [3,] 15.36 7.39 8.12 10.08 12.17 6.56 14.67 13.74 11.67 12.65 [4,] 6.00 8.61 13.97 9.74 11.11 2.58 13.33 10.26 8.89 13.08 [5,] 8.66 8.33 5.44 11.17 9.27 8.16 6.71 11.27 6.86 8.86 При помощи ММП найти оценку параметра $\sigma^2$ ( $m = 10$ ) и проверить эту оценку на несмещённость и эффективность																						
17.	Гипотеза $H_0$ --- распределение Пуассона $Pois(\lambda = 7)$ Гипотеза $H_1$ --- распределение Пуассона $Pois(\lambda = 9), \alpha = 0.05$ [1,] 7 8 8 6 5 7 7 7 5 6 [2,] 10 5 2 5 10 12 3 10 9 4 [3,] 6 6 10 7 7 10 6 6 6 7 [4,] 11 9 7 14 5 6 5 5 5 6 [5,] 5 7 9 5 9 11 9 5 11 10																						

18.	<p>Гипотеза <math>H_0</math> --- гамма распределение <math>Gamma(\lambda = 2, \gamma = 6)</math>  Гипотеза <math>H_1</math> --- гамма распределение <math>Gamma(\lambda = 3, \gamma = 6), \alpha = 0.15</math></p> <p>[1,] 2.85 2.64 1.73 1.71 2.16 3.26 2.72 2.38 1.88 2.93  [2,] 1.40 2.62 1.86 1.65 1.98 1.73 1.55 3.17 1.78 3.77  [3,] 3.80 2.65 1.77 1.80 1.62 1.11 3.34 1.23 0.61 1.12  [4,] 0.86 3.01 1.36 2.69 2.18 1.44 4.58 1.53 2.89 2.38  [5,] 2.31 0.84 1.72 3.43 1.25 2.59 2.19 0.83 0.76 1.35</p>
19.	<p>Биномиальное распределение с неизвестным параметром <math>p, k = 12, \alpha = 0.05</math></p> <p>[1,] 6 5 7 6 8 7 6 7 5 4  [2,] 5 5 6 3 7 8 4 8 5 2  [3,] 6 5 4 5 7 5 4 9 2 6  [4,] 7 7 6 6 5 7 8 7 7 4  [5,] 4 6 5 8 6 5 6 6 5 7</p>
20.	<p>Равномерное распределение, <math>\alpha = 0.1</math></p> <p>[1,] 5.07 2.25 6.52 4.29 8.65 7.07 5.36 7.48 2.75 1.61  [2,] 3.07 2.75 5.68 0.52 6.15 8.38 0.93 8.23 2.29 0.17  [3,] 4.27 2.72 1.14 2.64 7.75 2.40 1.70 9.55 0.14 4.86  [4,] 6.93 6.16 5.96 3.99 3.56 7.71 9.00 6.85 7.29 1.03  [5,] 0.85 4.30 3.58 8.36 4.06 3.56 4.23 5.01 2.50 8.02</p>