

Вариант № 7

1. Исследовать на сходимость знакоположительные ряды:

1)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{\pi}{n^2+1}}{\sqrt[3]{n}}$$

2)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{3^{2n-1} \sqrt{n+3}}$$

3)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{1+n^2}{n^3-1}$$

4)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}^3 n}{n^2+1}$$

2. Исследовать на сходимость знакочередующиеся ряды:

1)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{6^n + 2^n}{7^n}$$

2)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n}{(n+1)!}$$

3)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{13n^2+1}{4n^2-2n} \right)^{n/5}$$

4)
$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n \cdot \ln n}$$

3. Найти интервалы сходимости степенных рядов:

1)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{(2n+1)^2 \sqrt{3^n}}$$

2)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+10)^n}{n^n}$$

4. Разложить в ряд Тейлора по степеням $(x-x_0)$ функции:

1)
$$y = \frac{1}{x^2+3x+2}, \quad x_0 = -4;$$

2)
$$y = \sin^2 x \cdot \cos^2 x, \quad x_0 = 0;$$

3)
$$y = \ln 4x \quad x_0 = 2;$$

4)
$$y = \frac{x^2}{\sqrt{4-5x}} \quad x_0 = 0.$$

5. Используя разложение подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить интегралы с точностью не менее 0,01:

1)
$$\int_0^{0.5} x^2 \sin 2x^2 dx;$$

2)
$$\int_0^{0.5} \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x^2} dx.$$

6. Разложить в ряд Фурье функцию в указанном интервале:

1.
$$y = -x - 1$$

$$-\pi < x < \pi$$

2.
$$y = \begin{cases} x+2, & -3 < x < -1, \\ 3, & -1 \leq x < 0. \end{cases}$$

по синусам