

**Индивидуальное домашнее задание № 2 (весенний семестр) для НК-201 (суммарно 40 баллов).**

- 1.** В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$
  - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu$ .
- 2.** В условиях задачи 15 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\xi$
  - 2) **Четный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины  $\eta$ . **Нечетный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины  $\mu$
- 3.** В условиях задачи 18 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\mu$ .
  - 4) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $\eta = |\xi - \eta|$
- 4.** В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ .
  - 3) Математическое ожидание случайной величины  $\mu$ .
- 5.** Непрерывная случайная величина  $\xi$  имеет плотность  $p_\xi(x)$ . Найдите константу  $A$ , медиану и моду.
- 6.** В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - 1) условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ ;
  - 2) условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$ .
  - 3) Для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\mu$  при условии  $\eta$ .  
Для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\mu$  при условии  $\xi$ .
- 7.** В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
  - для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\eta$  при условии  $\xi$ ;
  - для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в.  $\xi$  при условии  $\eta$ ;
- 8.** В условиях задачи 20 ИДЗ 1 (осенний семестр) вычислите:
  - 1) характеристические функции  $f_\xi(t)$  и  $f_\eta(t)$  случайных величин  $\xi$  и  $\eta$ ;
  - 2) характеристическую функцию  $f_\mu(t)$  случайной величины  $\mu$ ;
- 9.** По заданной характеристической функции  $f_\xi(t)$  вычислите:
  - 1) математическое ожидание случайной величины  $\xi$ ;
  - 2) дисперсию случайной величины  $\xi$ .
- 10.** Посетитель тира платит за выстрел  $a$  рублей. При попадании в девятку получает выигрыш  $b$  рублей, при попадании в десятку получает выигрыш  $c$  рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$  соответственно. Число посетителей равно  $n$ .  
С помощью **неравенства Чебышева**:
  - 1) найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее  $\alpha$ ;
  - 2) найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше  $\beta$  % от средней суммарной прибыли равнялась  $p$С помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что
  - 1) размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от  $m_1$  до  $m_2$  рублей;
  - 2) что суммарная прибыль окажется в пределах от  $n_1$  до  $n_2$  рублей.
- 11.** Статистический анализ, проведенный по заказу авиакомпании, показал, что распределение веса (в кг) пассажира авиарейса с грузом хорошо описывается плотностью распределения
$$p(x) = Ax^3(150-x), \quad x \in (0; 150).$$
Масса пустого снаряженного самолета равна 135 тонн. Максимальная взлетная масса равна 260 тонн. При посадке зарегистрировано  $n$  пассажиров.
  - 1) Какой коммерческий груз (в кг) можно дополнительно взять этим рейсом, чтобы вероятность перегрузки составила не более  $\alpha$ %.
  - 2) Найдите вероятность перегрузки, если дополнительный коммерческий груз составил  $m$  тонн.

- 12.** По заданным выборкам  $X_1, X_2, \dots, X_n$  и  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  объема  $n = 50$  найти и построить:
- 1) минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
  - 2) гистограмму, полигон относительных частот, эмпирическую функцию распределения;
  - 3) выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.
- 13.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью  $p_\xi(x)$  с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.
- 14.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a} - \frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами  $(a, b)$ . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 15.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами  $(a, b)$ . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 16.** Известно, что выборка  $X_1, X_2, \dots, X_n$  подчиняется теоретическому распределению с неизвестным параметром. При помощи метода максимального правдоподобия (ММП) найти оценку неизвестного параметра распределения, проверить полученную оценку на несмещенность и эффективность.
- 17.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  о принадлежности выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  дискретному распределению с заданными параметрами.
- 18.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  о принадлежности выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  непрерывному распределению с заданными параметрами.
- 19.** Для заданной выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  с помощью критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о принадлежности выборки к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).
- 20.** Для заданной выборки  $X_1, X_2, \dots, X_n$  с помощью критерия  $\chi^2$  проверить гипотезу о принадлежности выборки к непрерывному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).

### Распределение баллов (40 баллов)

Задача 1 (1,5 балла)			Задача 2 (1,5 балла)		Задача 3 (2 балла)				Задача 4 (3 балла)			Задача 5	Задача 6 (2 балла)					
0,5	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,3	0,5	0,7	1	1	1	1 балл	0,5	0,5	1			
Задача 7			Задача 8 (2 балла)		Задача 9 (1,5 балла)		Задача 10 (2 балла)				Задача 11 (1,5 балла)							
2 балла			1,4		0,6		0,5		1		0,5		0,5		0,7		0,8	
<b>Математическая статистика</b>																		
Задача 12 (1,5 балла)			Задача 13	Задача 14	Задача 15	Задача 16	Задача 17	Задача 18	Задача 19	Задача 20								
0,5	0,5	0,5	2 балла	2 балла	2 балла	2,5 балла	2 балла	2 балла	3 балла	3 балла								

5.

$$p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-2; 1] \\ A(2 - 3x)^2, & x \in [-2; 1] \end{cases}$$

9.

$$f(t) = \frac{\cos 2t (1 + 2 \cos 2t)}{3}$$

10.

$$a = 175, b = 200, c = 500, \quad p_1 = 0,4, p_2 = 0,15, p_3 = 0,45, \quad n = 550,$$

$$\alpha = 0,6, \quad \beta = 15, \quad p = 0,15$$

$$m_1 = 0, \quad m_2 = 1000, \quad n_1 = 6000, \quad n_2 = 11500.$$

11.

$$n = 425, \quad \alpha = 0,25, \quad m = 42$$

12.

Выборка  $X_1, \dots, X_n$ 

[1,] 11 8 11 9 13 6 12 5 12 10

[2,] 7 9 5 21 9 10 14 8 9 5

[3,] 8 15 11 17 11 7 14 9 13 14

[4,] 10 9 9 10 10 7 16 9 12 11

[5,] 1 6 9 10 9 7 6 12 5 10

Выборка  $Y_1, \dots, Y_n$ 

[1,] 5.80 6.99 16.14 9.31 14.50 8.53 11.58 14.76 17.75 12.81

[2,] 16.92 7.64 5.99 7.01 14.71 17.09 15.55 4.95 5.99 5.56

[3,] 3.72 6.82 4.60 -0.92 17.34 17.49 21.08 0.00 9.63 7.70

[4,] 10.35 8.57 9.21 11.20 13.53 6.71 16.09 1.19 19.48 6.38

[5,] 18.56 10.69 4.64 8.70 14.10 5.74 17.40 9.29 7.72 9.65

13.

Выборка  $X_1, \dots, X_n$  – имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} p\lambda_1 e^{-\lambda_1 x} + (1-p)\lambda_2^2 x e^{-\lambda_2 x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

При заданных значениях параметров  $\lambda_1 = 2$  и  $\lambda_2 = 0,8$  найти оценку параметра  $p$ . Таблица частот

интервалы	0- 0.5	0.5- 1	1- 1.5	1.5- 2	2- 2.5	2.5- 3	3- 3.5	3.5- 4	4- 4.5	4.5-5
частоты	253	104	49	27	19	13	10	8	6	5

14.

По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров  $a$  и  $b$ 

интервалы	0.6- 1.6	1.6- 2.6	2.6- 3.6	3.6- 4.6	4.6- 5.6	5.6- 6.6	6.6- 7.6
частоты	178	408	266	108	31	6	3

15.

По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров  $a$  и  $b$ 

интервалы	2.0- 5.5	5.5- 9.0	9.0- 12.5	12.5- 16.0	16.0- 19.5	19.5- 23.0	23.0- 26.5	26.5- 30.0	30.0- 33.5	33.5- 37.0
частоты	142	191	113	33	13	5	2	0	0	1

16.

Пуассоновское распределение

[1,] 8 8 7 9 15 7 9 12 8 13

[2,] 11 11 7 16 9 14 8 11 6 13

[3,] 13 7 10 12 6 8 9 11 6 9

[4,] 9 7 12 6 5 8 10 3 5 11

[5,] 8 7 12 12 10 9 14 12 7 15

При помощи ММП найти оценку дисперсии и проверить эту оценку на несмещённость и эффективность.

17.

Гипотеза  $H_0$  --- пуассоновское распределение  $Pois(\lambda = 12)$ Гипотеза  $H_1$  --- пуассоновское распределение  $Pois(\lambda = 13), \alpha = 0.15$ 

[1,] 17 18 14 9 13 11 12 11 10 14

[2,] 11 15 10 15 5 14 8 19 7 10

[3,] 17 15 11 15 14 17 16 15 15 10

[4,] 17 11 11 16 16 12 11 11 12 18

[5,] 14 18 13 15 10 14 17 10 16 20

18.	<p>Гипотеза <math>H_0</math> --- гамма-распределение <math>Gamma(\gamma = 6, \lambda = 2)</math>  Гипотеза <math>H_1</math> --- гамма-распределение <math>Gamma(\gamma = 6, \lambda = 1.5), \alpha = 0.1</math></p> <p>[1,] 3.25 2.39 4.49 3.40 3.91 6.19 1.93 4.11 2.02 3.16  [2,] 5.07 2.80 1.86 7.34 4.13 5.28 4.42 3.22 3.07 2.71  [3,] 3.61 5.02 3.11 3.21 5.07 5.50 8.49 5.14 1.88 6.14  [4,] 5.49 4.29 6.90 5.97 4.94 4.56 3.04 3.09 4.76 4.23  [5,] 4.03 4.42 3.11 6.02 2.19 6.22 4.18 3.99 6.14 1.77</p>
19.	<p>Пуассоновское распределение с неизвестным параметром <math>\lambda, \alpha = 0.05</math></p> <p>[1,] 11 8 11 9 13 6 12 5 12 10  [2,] 7 9 5 21 9 10 14 8 9 5  [3,] 8 15 11 17 11 7 14 9 13 14  [4,] 10 9 9 10 10 7 16 9 12 11  [5,] 1 6 9 10 9 7 6 12 5 10</p>
20.	<p>Нормальное распределение с неизвестными параметрами <math>m</math> и <math>\sigma, \alpha = 0.05</math></p> <p>[1,] 5.80 6.99 16.14 9.31 14.50 8.53 11.58 14.76 17.75 12.81  [2,] 16.92 7.64 5.99 7.01 14.71 17.09 15.55 4.95 5.99 5.56  [3,] 3.72 6.82 4.60 -0.92 17.34 17.49 21.08 0.00 9.63 7.70  [4,] 10.35 8.57 9.21 11.20 13.53 6.71 16.09 1.19 19.48 6.38  [5,] 18.56 10.69 4.64 8.70 14.10 5.74 17.40 9.29 7.72 9.65</p>