

Вариант 1

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y' = (2y + 1) \operatorname{tg} x$.

2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(x - y) y dx - x^2 dy = 0$.

3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:

$$(\sin 2x - 2 \cos(x + y)) dx - 2 \cos(x + y) dy = 0.$$

4. Найти решение задачи Коши: $y' - \frac{2}{x+1} y = e^x (x+1)^2$, $y(0) = 1$.

5. Найти решение задачи Коши:

$$y''' + y'' - 4y' - 4y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 12.$$

6. Запишите вид частного решения уравнения $y'' + 4y' + 5y = f(x)$, если

1) $f(x) = \cos x$; 2) $f(x) = e^{-2x} \sin x$;

3) $f(x) = e^{-2x}$; 4) $f(x) = e^x$; 5) $f(x) = e^{-2x} \sin 4x$.

7. Найти общее решение уравнения: $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + 6x - 12$.

8. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x' = 4x - y \\ y' = -x + 4y \end{cases}$$

9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}$.

10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n n^n}{(n+1)^n}$.

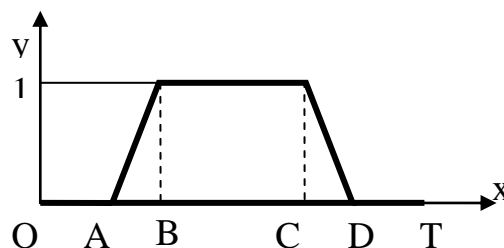
11. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}.$$

12. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}$.

13. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \cos 5x$.

14. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную на полупериоде $[0; T]$ графиком, приведенном на рисунке, если даны значения $A = 0; B = 1; C = 3; D = T = 4$, и функция **нечетная**. Построить графики первых трех гармонических приближений функции.



Вариант 2

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y^2 \ln x dx - (y-1) x dy = 0$.

2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $xy + y^2 = (2x^2 + xy) y'$.

3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:

$$(3x^2 + 4y^2) dx + (8xy + e^y) dy = 0.$$

4. Найти решение задачи Коши: $2(xy' + y) = y^2 \ln x$, $y(1) = 2$.

5. Найти решение задачи Коши: $y''' - 4y' = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$, $y''(0) = 4$.

6. Запишите вид частного решения уравнения $y'' - 3y' + 2y = f(x)$, если

1) $f(x) = 3 \cos x + 19 \sin x$; 2) $f(x) = e^x \cos 2x$;

3) $f(x) = x^2 e^x$; 4) $f(x) = x e^{2x}$; 5) $f(x) = e^x - x^2$.

7. Найти общее решение уравнения: $y'' - 4y' + 20y = 16x e^{2x}$.

8. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x' = 8x - 3y \\ y' = 2x + y \end{cases}$$

9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n (n+)!}$.

10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{5n} \right)^{n^2}$.

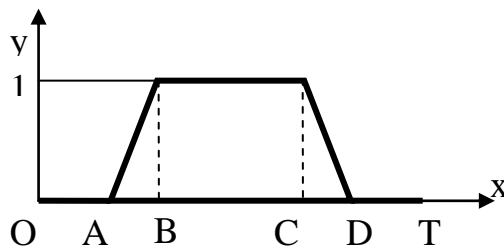
11. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{2n+1}}.$$

12. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^{n-1}}{2^{n-1} \cdot 3^n}$.

Разложить в ряд по степеням x функцию $y = x^3 \arctg x$.

13. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную на полупериоде $[0; T]$ графиком, приведенном на рисунке, если даны значения $A = 0; B = 1; C = 3; D = T = 4$, и функция **четная**. Построить графики первых трех гармонических приближений функции.



Вариант 3

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(x+4)dy - xydx = 0$.

2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(y + \sqrt{xy})dx = xdy$.

3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:

$$\left(10xy - \frac{1}{\sin y}\right)dx + \left(5x^2 + \frac{x \cos y}{\sin^2 y} - y^2 \sin y^3\right)dy = 0.$$

4. Найти решение задачи Коши: $8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3$, $y(1) = \sqrt{2}$.

5. Найти решение задачи Коши:

$$y''' + 3y'' + 2y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 2.$$

6. Запишите вид частного решения уравнения $y'' + 2y' + y = f(x)$, если

1) $f(x) = \cos x$; 2) $f(x) = e^{-x} \sin x$;

3) $f(x) = e^{-x}(x-5)$; 4) $f(x) = e^x$; 5) $f(x) = x^2$.

7. Найти общее решение уравнения: $y'' - 10y' + 25y = e^{5x}$.

8. Решить систему уравнений: $\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$

9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$.

10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2 + 5n + 8}{3n^2 - 2}\right)^n$.

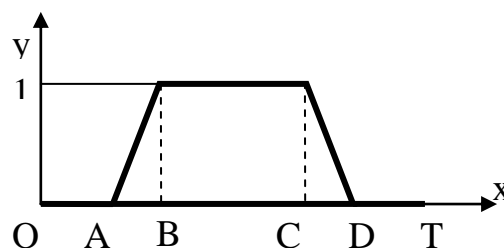
11. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}.$$

12. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$.

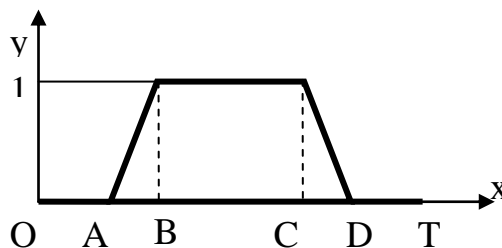
13. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \sin x^2$.

14. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную на полупериоде $[0; T]$ графиком, приведенном на рисунке, если даны значения $A = 1; B = 1,5; C = 2,5; D = 3; T = 4$, и функция **нечетная**. Построить графики первых трех гармонических приближений функции.



Вариант 4

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $e^{2x+y} dy = x dx$.
2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(x + 2y) dx - x dy = 0$.
3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:
 $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0$.
4. Найти решение задачи Коши: $y' + 2xy = -2x^3$, $y(1) = e^{-1}$.
5. Найти решение задачи Коши: $y''' - y'' = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = -1$.
6. Запишите вид частного решения уравнения $y'' + 6y' + 9y = f(x)$, если
 - 1) $f(x) = (48x + 8)e^x$; 2) $f(x) = e^{-3x} \cos 3x$;
 - 3) $f(x) = x^2 e^x$; 4) $f(x) = x e^{-2x}$; 5) $f(x) = e^{-3x} + x$.
7. Найти общее решение уравнения: $y'' - 12y' + 36y = 32 \cos 2x + 24 \sin 2x$.
8. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x' = 4x + 2y \\ y' = 4x + 6y \end{cases}$$
9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{3^n}$.
10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{2^n} \right)^{3n}$.
11. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{6n + 5}$.
12. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.
13. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \frac{x^2}{1+x}$.
14. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную на полупериоде $[0; T]$ графиком, приведенном на рисунке, если даны значения $A = 1; B = 1,5; C = 2,5; D = 3; T = 4$, и функция **четная**. Построить графики первых трех гармонических приближений функции.



Вариант 5

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y' = (2x - 1) \operatorname{ctg} y$.

2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y' = \frac{y}{x} - 1$.

3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $\left(xe^x + \frac{y}{x^2}\right) dx - \frac{1}{x} dy = 0$.

4. Найти решение задачи Коши: $y' + \frac{y}{2x} = x^2$, $y(1) = 1$.

5. Найти решение задачи Коши:

$$y^{IV} - 16y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 0, y''(0) = 0, y'''(0) = -8.$$

6. Запишите вид частного решения уравнения $y'' + 5y' = f(x)$, если

1) $f(x) = 48x + 8$; 2) $f(x) = e^{-5x} \cos 3x$;

3) $f(x) = 72e^{2x}$; 4) $f(x) = xe^{-2x}$; 5) $f(x) = e^{-5x} + 1$.

7. Найти общее решение уравнения: $y'' + y' - 12y = (16x + 22)e^{4x}$.

8. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = -6x - 3y \end{cases}$$

9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n n^7$.

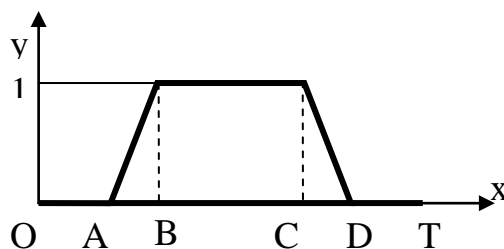
10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{5^n}\right)^n$.

11. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$.

12. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$.

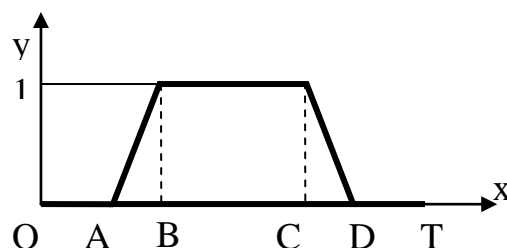
13. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \cos \frac{2x^3}{3}$.

14. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную на полупериоде $[0; T]$ графиком, приведенном на рисунке, если даны значения $A = 0; B = C = 1; D = T = 2$, и функция **нечетная**. Построить графики первых трех гармонических приближений функции.



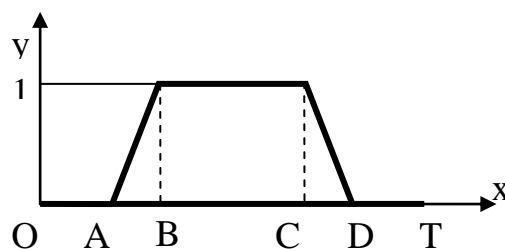
Вариант 6

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y - xy' = 2(1 + x^2 y')$.
2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydy = 0$.
3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:
 $(y^2 + y \sec^2 x)dx + (2xy + \operatorname{tg} x)dy = 0$.
4. Найти решение задачи Коши: $y' - 4xy = -4x^3$, $y(0) = -0,5$.
5. Найти решение задачи Коши:
 $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$, $y''(0) = 0$.
6. Запишите вид частного решения уравнения $y'' - 4y = f(x)$, если
 - 1) $f(x) = \cos 2x$; 2) $f(x) = 5x - 3$;
 - 3) $f(x) = e^{2x}(x+1)$; 4) $f(x) = e^{-2x}$; 5) $f(x) = e^{2x}x^2$.
7. Найти общее решение уравнения: $y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10$.
8. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 4x + 3y \end{cases}$$
9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(n+1)}{5^n}$.
10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2^n(n+1)} \right)^{n^2}$.
11. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$.
12. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{2n-1}$.
13. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \frac{2}{1-3x^2}$.
14. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную на полупериоде $[0; T]$ графиком, приведенном на рисунке, если даны значения $A = 0; B = C = 1; D = T = 2$, и функция **четная**. Построить графики первых трех гармонических приближений функции.



Вариант 7

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(y^2 + 3)dx - \frac{e^x}{x} ydy = 0$.
2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2}dx$.
3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $\frac{y}{x^2}dx - \frac{xy+1}{x}dy = 0$.
4. Найти решение задачи Коши: $y' - y = 2xy^2$, $y(0) = 0,5$.
5. Найти решение задачи Коши:
 $y^{IV} - 2y''' + y'' = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 1$, $y'''(0) = 2$.
6. Запишите вид частного решения уравнения $y'' + 6y' + 9y = f(x)$, если
 - 1) $f(x) = 2x - 1$; 2) $f(x) = e^{3x}x$;
 - 3) $f(x) = e^{2x}$; 4) $f(x) = e^{-3x}$; 5) $f(x) = e^{2x} - \sin 3x$.
7. Найти общее решение уравнения: $y'' - 9y' + 18y = 26 \cos x - 8 \sin x$.
8. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x' = 6x - y \\ y' = 3x + 2y \end{cases}$$
9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n}$.
10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 2}}$.
11. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}$.
12. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 + n}$.
13. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = e^{3x}$.
14. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную на полупериоде $[0; T]$ графиком, приведенном на рисунке, если даны значения $A = 1; B = C = 2; D = 3; T = 4$, и функция **нечетная**. Построить графики первых трех гармонических приближений функции.



Вариант 8

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(xy^3 + x)dx + (x^2y^2 - y^2)dy = 0$.

2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y - xy' = x \sec \frac{y}{x}$.

3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:

$$\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{y} - \frac{x}{y^2} \right) dy = 0.$$

4. Найти решение задачи Коши: $2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3$, $y(1) = 1/2\sqrt{2}$.

5. Найти решение задачи Коши:

$$y^V - 9y''' = 0, y(0) = 1, y'(0) = -1, y''(0) = 0, y'''(0) = 0, y^{IV}(0) = 0.$$

6. Запишите вид частного решения уравнения $y'' - 4y' = f(x)$, если

1) $f(x) = 8 - 16x$; 2) $f(x) = 2xe^x$;

3) $f(x) = e^{4x}$; 4) $f(x) = xe^{-4x}$; 5) $f(x) = \cos x + x^3$.

7. Найти общее решение уравнения: $y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8$.

8. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x' = 2x + 8y \\ y' = x + 4y \end{cases}$$

9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}$.

10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}}$.

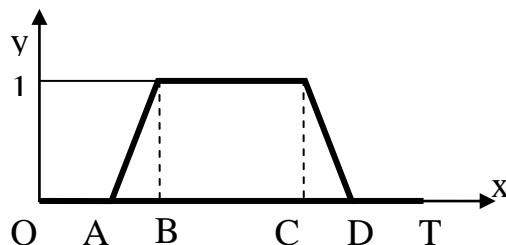
11. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n+1)n}.$$

12. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n(n^2+1)}$.

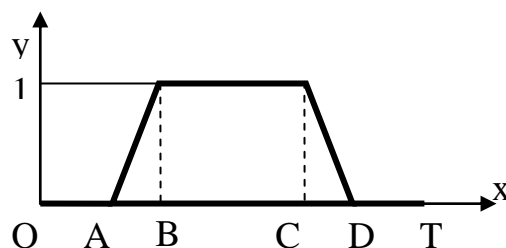
13. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \frac{1}{1+x}$.

14. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную на полупериоде $[0; T]$ графиком, приведенном на рисунке, если даны значения $A = 1; B = C = 2; D = 3; T = 4$, и функция **четная**. Построить графики первых трех гармонических приближений функции.



Вариант 9

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y' \sin x = y \ln y$.
2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(x + 2y)dx + xdy = 0$.
3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:
 $e^y dx + (\cos y + xe^y) dy = 0$.
4. Найти решение задачи Коши: $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x$, $y(1) = e$.
5. Найти решение задачи Коши:
 $y^{IV} - y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$, $y'''(0) = -4$.
6. Запишите вид частного решения уравнения $y'' + y' - 2y = f(x)$, если
 - 1) $f(x) = 15e^x$; 2) $f(x) = \cos 2x$;
 - 3) $f(x) = xe^{-2x}$; 4) $f(x) = x - 2$; 5) $f(x) = e^x + \sin x$.
7. Найти общее решение уравнения: $y'' - 14y' + 53y = 53x^3 - 42x^2 + 59x - 14$.
8. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x' = x + 4y \\ y' = x + y \end{cases}$$
9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n/2}}{n!}$.
10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n} \right)^{3n}$.
11. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^3 \sqrt{n}}$.
12. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}$.
13. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \frac{1}{\sqrt{e^x}}$.
14. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную на полупериоде $[0; T]$ графиком, приведенном на рисунке, если даны значения $A = B = 0; C = 3; D = T = 4$, и функция **нечетная**. Построить графики первых трех гармонических приближений функции.



Вариант 10

1. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $y'/7^{y-x} = 3$.
2. Определить тип и решить дифференциальное уравнение: $(x^2 - 2xy)y' = xy - y^2$.
3. Определить тип и решить дифференциальное уравнение:

$$\frac{1+xy}{x^2y} dx + \frac{1-xy}{xy^2} dy = 0.$$

4. Найти решение задачи Коши: $y' + y = xy^2$, $y(0) = 1$.
5. Найти решение задачи Коши: $y''' - 7y'' + 6y' = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 30$.
6. Запишите вид частного решения уравнения $y'' + y = f(x)$, если

- 1) $f(x) = \sin x + \cos x$; 2) $f(x) = e^x \sin 2x$;
- 3) $f(x) = e^x$; 4) $f(x) = xe^x$; 5) $f(x) = 5 \cos x - x^2$.

7. Найти общее решение уравнения: $y'' - 2y' + 37y = 36e^x \cos 6x$.

8. Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x' = x - y \\ y' = -4x + 4y \end{cases}$$

9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \ln(n+3)}$.

10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 + 4n + 5}{6n^2 - 3n - 1} \right)^{n^2}$.

11. Исследовать на абсолютную и условную сходимость знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$.

12. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!x^n}{n^n}$.

13. Разложить в ряд по степеням x функцию $y = \operatorname{sh} x$.

14. Разложить в ряд Фурье функцию, заданную на полупериоде $[0; T]$ графиком, приведенном на рисунке, если даны значения $A = B = 0; C = 3; D = T = 4$, и функция **четная**. Построить графики первых трех гармонических приближений функции.

