Вариант № 7

1. Даны числа $z_1 = 5 - 3i$, $z_2 = -2 + 7i$.

Выполнить действия в алгебраической форме:

1) $4z_1 - 5z_2$, 2) $z_1 \cdot z_2$, 3) $\dfrac{z_2}{z_1}$.

2. Даны числа $z_1 = -4\sqrt{3} + 4i$, $z_2 = 5 - 5i$, $z_3 = 2 + 3i$.

Построить числа на комплексной плоскости и перевести в тригонометрическую и показательную форму записи. Выполнить указанные действия в показательной форме, результаты представить в алгебраической и в показательной форме:

1) $(z_2)^8$, 2) $\sqrt[4]{z_1}$, 3) $\dfrac{z_2 \cdot z_3}{z_2 + z_3}$.

3. Даны числа $z_1 = -2\sqrt{3} - 6i$, $z_2 = 1 + 3i$.

Вычислить значения функций:

1) $\ln z_1$, 2) e^{z_2}, 3) $\cos z_2$.

Результаты представить в алгебраической форме.

4. Определить и построить на комплексной плоскости семейства линий, заданных уравнениями:

1) $|z| = \dfrac{C}{\sin \arg z}$, 2) $\operatorname{Im} \dfrac{1}{z^2} = C$.

5. Найти модуль и аргумент производной функции $w = f(z)$ в точке $z = z_0$:

$$f(z) = \frac{5z + 2i - 1}{4iz - 3}, \qquad z_0 = 1 - 2i.$$

6. Вычислить интегралы:

1) $\int\limits_{(L)} (\bar{z})^2\, dz$, где $L: \{\ |z| = 3,\quad \operatorname{Re} z > 0,\quad \operatorname{Im} z < 0\ \}$;

2) $\int\limits_{(L)} \dfrac{dz}{|z|}$, где L: отрезок $[3, 2i]$.

7. Вычислить, используя интегральную формулу Коши:

$$\oint\limits_{(L)} \frac{(z-2)\,dz}{(z+2)(z-4)}, \quad \text{где } L: \begin{cases} 1)\ |z| = 1; \\ 2)\ |z+2| = 1; \\ 3)\ |z| = 5. \end{cases}$$