

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Составьте таблицы истинности формул.

- 1.1. $(x \vee y) \leftrightarrow (y \downarrow \bar{x}), (x | \bar{y}) \rightarrow (z \oplus xy)$.
- 1.2. $(x \leftrightarrow \bar{y}) \vee (y \downarrow x), ((x \rightarrow \bar{y}) | \bar{z}) \oplus x\bar{y}$.
- 1.3. $(x \vee \bar{y}) \leftrightarrow (y \downarrow x), ((x | \bar{y}) \rightarrow \bar{z}) \oplus x\bar{y}$.
- 1.4. $(x \leftrightarrow \bar{y}) \vee (y | x), ((x \rightarrow \bar{y}) \downarrow \bar{z}) \oplus \bar{x} \cdot \bar{y}$.
- 1.5. $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (y \oplus x), ((x \leftrightarrow \bar{y}) | \bar{z}) \downarrow x\bar{y}$.
- 1.6. $(x \oplus \bar{y}) \leftrightarrow (y | \bar{x}), ((x \downarrow y) \leftrightarrow \bar{z}) \vee x\bar{y}$.
- 1.7. $(x \vee \bar{y}) \downarrow (y \rightarrow x), ((x | \bar{y}) \leftrightarrow \bar{z}) \oplus x\bar{y}$.
- 1.8. $(x \oplus \bar{y}) \rightarrow (y \downarrow x), ((x | \bar{y}) \vee \bar{z}) \leftrightarrow x\bar{y}$.
- 1.9. $\bar{x} \leftrightarrow (y \rightarrow (\bar{y} \downarrow x)), ((\bar{x} | y) \vee \bar{z}) \oplus x\bar{y}$.
- 1.10. $x \downarrow (\bar{y} \rightarrow (y | x)), x \oplus (\bar{y} \vee \bar{z} \leftrightarrow xy)$.
- 1.11. $(x \vee y) \leftrightarrow (y \downarrow \bar{x}), (x | \bar{y}) \rightarrow (z \oplus x\bar{y})$.
- 1.12. $(x \leftrightarrow \bar{y}) \vee (y \downarrow x), ((x \rightarrow \bar{y}) | \bar{z}) \oplus x\bar{y}$.
- 1.13. $(x \vee \bar{y}) \leftrightarrow (y \downarrow x), ((x | \bar{y}) \rightarrow \bar{z}) \oplus x\bar{y}$.
- 1.14. $(x \leftrightarrow \bar{y}) \vee (y | x), ((x \rightarrow \bar{y}) \downarrow \bar{z}) \oplus x\bar{y}$.
- 1.15. $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (y \oplus x), ((x \leftrightarrow \bar{y}) | \bar{z}) \downarrow x\bar{y}$.
- 1.16. $(x \oplus \bar{y}) \leftrightarrow (y | \bar{x}), ((x \downarrow y) \leftrightarrow \bar{z}) \vee x\bar{y}$.
- 1.17. $(x \vee \bar{y}) \downarrow (y \rightarrow x), ((x | \bar{y}) \leftrightarrow \bar{z}) \oplus x\bar{y}$.
- 1.18. $(x \oplus \bar{y}) \rightarrow (y \downarrow x), ((x | \bar{y}) \vee \bar{z}) \leftrightarrow x\bar{y}$.
- 1.19. $\bar{x} \leftrightarrow (y \rightarrow (\bar{y} \downarrow x)), ((\bar{x} | y) \vee \bar{z}) \oplus x\bar{y}$.
- 1.20. $x \downarrow (\bar{y} \rightarrow (y | x)), x \oplus (\bar{y} \vee \bar{z} \leftrightarrow xy)$.
- 1.21. $x \downarrow (\bar{y} \oplus (y \rightarrow \bar{x})), x \vee (\bar{y} | \bar{z} \oplus x\bar{y})$.
- 1.22. $x | (\bar{y} \oplus (y \vee x)), x \rightarrow (\bar{y} \downarrow (\bar{z} \leftrightarrow x\bar{y}))$.
- 1.23. $y \downarrow (\bar{x} \rightarrow (y \vee x)), (x\bar{y}) \leftrightarrow (z | x\bar{y})$.
- 1.24. $(xy) | (y \oplus \bar{x}), x | (\bar{y} \leftrightarrow x \vee z \oplus x\bar{y})$.
- 1.25. $(xy) \rightarrow (y \downarrow \bar{x}), (x \downarrow \bar{y}) \rightarrow (z \oplus x\bar{y})$.

$$1.26. (\bar{x} \vee \bar{y}) \leftrightarrow (y \downarrow x), ((x \rightarrow \bar{y}) | \bar{y}) \oplus \bar{z}\bar{y}$$

$$1.27. x \downarrow (\bar{y}x \leftrightarrow (y | x)), ((z | \bar{x}) \rightarrow \bar{z}) \oplus \bar{z}\bar{y}$$

$$1.28. (x\bar{y}) | (y \rightarrow x), ((x \rightarrow \bar{y}) \downarrow \bar{z}) \oplus \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$1.29. (x \vee \bar{y}) \oplus (y | \bar{x}), (\bar{x} \oplus \bar{y} | \bar{z}) \downarrow x\bar{y}$$

$$1.30. (x \downarrow \bar{y})(y | x), ((x \oplus y) \leftrightarrow \bar{z}) \vee x\bar{y}$$

2. Упростите выражение с помощью эквивалентных преобразований

- 2.1. $((AB \rightarrow C) \rightarrow ((\bar{C} \rightarrow A) \rightarrow \overline{AB})) \rightarrow \overline{A \rightarrow \bar{B}}$.
- 2.2. $(A \rightarrow (\bar{B} \leftrightarrow A \vee C)) \rightarrow ((B \rightarrow A \vee C) \rightarrow AC)$.
- 2.3. $(\bar{A} \rightarrow B(A \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \leftrightarrow C)B$.
- 2.4. $((\bar{B}\bar{C} \rightarrow A) \rightarrow C) \rightarrow A(C \leftrightarrow B)$.
- 2.5. $((B \leftrightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow \bar{A} \cdot \bar{C})) \rightarrow ((\bar{B}\bar{C} \rightarrow \bar{A}) \rightarrow BC)$.
- 2.6. $((\bar{A} \rightarrow \bar{B} \cdot \bar{C}) \rightarrow C) \rightarrow (\bar{B} \leftrightarrow A \vee C)$.
- 2.7. $((C \rightarrow B) \rightarrow AC) \rightarrow \bar{A} \rightarrow ((C \rightarrow B) \rightarrow (B \leftrightarrow \bar{A}C))$.
- 2.8. $((A \rightarrow \bar{C}) \rightarrow B) \rightarrow \bar{A} \vee C \rightarrow ((B \rightarrow AC) \rightarrow \bar{A}C)$.
- 2.9. $((\bar{A} \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow \bar{B}C) \rightarrow B(A \leftrightarrow C))$.
- 2.10. $((A \rightarrow \bar{B}C) \rightarrow B) \rightarrow (AB \rightarrow C)(A \rightarrow \bar{B})$.
- 2.11. $(A \rightarrow B) \rightarrow (((\bar{B} \rightarrow A) \rightarrow C) \rightarrow A(B \leftrightarrow \bar{C}))$.
- 2.12. $((\bar{C} \rightarrow B) \rightarrow \bar{A}) \rightarrow ((C \rightarrow B) \rightarrow C(A \leftrightarrow B))$.
- 2.13. $(C \rightarrow (\bar{A} \leftrightarrow B \vee C)) \rightarrow (\bar{A} \cdot \bar{C} \vee B \rightarrow \bar{C})$.
- 2.14. $((C \rightarrow A) \rightarrow ((\bar{A} \rightarrow C) \rightarrow (A \vee \bar{B} \rightarrow C))) \rightarrow \overline{\bar{C} \rightarrow \bar{B}}$.
- 2.15. $(A \rightarrow B(\bar{A} \rightarrow (B \rightarrow C))) \vee (AB \leftrightarrow C)$.
- 2.16. $((\bar{A}\bar{B} \rightarrow C) \rightarrow B) \rightarrow (C \leftrightarrow A \vee B)$.
- 2.17. $((A \leftrightarrow B) \rightarrow (A \vee C \rightarrow \bar{B} \cdot \bar{C})) \rightarrow ((\bar{A}\bar{B} \rightarrow \bar{C}) \rightarrow \bar{A}B)$.
- 2.18. $A(B \rightarrow \bar{C}) \rightarrow (\overline{A \rightarrow \bar{C}}) \rightarrow (B \leftrightarrow C)$.
- 2.19. $(A \rightarrow B \vee C)(\bar{C} \rightarrow A) \rightarrow (B \vee \bar{A} \cdot \bar{B} \rightarrow A)$.
- 2.20. $(\bar{C} \rightarrow \overline{A \leftrightarrow B})(\bar{C} \rightarrow A) \rightarrow (B \rightarrow \bar{A} \cdot \bar{C})$.

$$2.21. \left(\left((A \rightarrow \bar{C}) \rightarrow B \right) \rightarrow A \vee C \right) \rightarrow \left((B \rightarrow AC) \rightarrow A \right).$$

$$2.22. \left((A \rightarrow B) \rightarrow \bar{C} \right) \rightarrow \left((A \rightarrow \bar{BC}) \rightarrow (B \rightarrow C) \right).$$

$$2.23. \left(\bar{A} \vee \bar{BC} \rightarrow \bar{C} \right) \rightarrow (AB \leftrightarrow C).$$

$$2.24. \left((\bar{C} \rightarrow B) \rightarrow A \right) \rightarrow B(\bar{C} \leftrightarrow A).$$

$$2.25. \left(B \vee \bar{A} \cdot \bar{C} \rightarrow \bar{C} \rightarrow A \right) \rightarrow (B \rightarrow \bar{A})(\bar{A} \rightarrow C).$$

$$2.26. \left(\bar{A} \rightarrow (B \leftrightarrow C) \right) (A \rightarrow C) \rightarrow (C \leftrightarrow A \vee B).$$

$$2.27. \left((A \leftrightarrow B) \rightarrow (B \vee C \rightarrow \bar{A} \cdot \bar{C}) \right) \rightarrow \left((C \rightarrow A) \rightarrow BC \right).$$

$$2.28. \left(C \rightarrow (\bar{A} \rightarrow (C \leftrightarrow \bar{B})) \right) \rightarrow \left((A \rightarrow \bar{B}) \rightarrow \bar{A} \rightarrow B \vee C \right).$$

$$2.29. \left(B \rightarrow (A \vee C \rightarrow \bar{C}) \right) \rightarrow A(\bar{B} \leftrightarrow AC).$$

$$2.30. \left((B \vee C \leftrightarrow A) \rightarrow \bar{B} \right) \rightarrow \left((\bar{B} \rightarrow \bar{A} \vee C) \rightarrow \bar{BC} \rightarrow \bar{A} \right).$$

3. С помощью эквивалентных преобразований приведите формулу к ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ.

$$3.1. \overline{(x \vee y)} \rightarrow \overline{(z \oplus \bar{x})}.$$

$$3.3. \overline{(x \vee y)} \rightarrow \overline{z \oplus x}.$$

$$3.5. \overline{x \vee \bar{y}} \rightarrow \overline{(z \leftrightarrow \bar{x})}.$$

$$3.7. \overline{(z \rightarrow x) \leftrightarrow (y | \bar{x})}.$$

$$3.9. \overline{(z \rightarrow x) \leftrightarrow (\bar{x} | y)}.$$

$$3.11. \overline{((x \downarrow y) \rightarrow z) \oplus y}.$$

$$3.13. \overline{((x \downarrow y) \rightarrow \bar{z}) \oplus y}.$$

$$3.15. \overline{((x \downarrow y) \rightarrow \bar{z}) \leftrightarrow y}.$$

$$3.17. \overline{x \vee y \rightarrow (z \leftrightarrow \bar{y})}.$$

$$3.19. \overline{((x \downarrow y) \rightarrow z) \leftrightarrow y}.$$

$$3.21. \overline{((x \leftrightarrow y) | \bar{z}) \oplus y}.$$

$$3.23. \overline{(x \vee y \rightarrow \bar{z}) | y}.$$

$$3.25. \overline{(z \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})}.$$

$$3.27. \overline{(\bar{x} \oplus \bar{y}) \rightarrow z \oplus x}.$$

$$3.2. \overline{x \vee \bar{y} \rightarrow \bar{z} \oplus \bar{x}}.$$

$$3.4. \overline{(\bar{x} \vee \bar{y}) \rightarrow z \leftrightarrow x}.$$

$$3.6. \overline{(x | \bar{y}) \oplus (z \rightarrow \bar{x})}.$$

$$3.8. \overline{(x | \bar{y}) \oplus (\bar{z} \rightarrow x)}.$$

$$3.10. \overline{(z \rightarrow x) \oplus (x | \bar{y})}.$$

$$3.12. \overline{(x | y) \rightarrow z \oplus y}.$$

$$3.14. \overline{(x \downarrow y \rightarrow \bar{z}) \leftrightarrow y}.$$

$$3.16. \overline{(x \downarrow y \rightarrow \bar{z}) \oplus y}.$$

$$3.18. \overline{(x | y) \oplus (\bar{z} \rightarrow y)}.$$

$$3.20. \overline{\bar{x} \vee y \rightarrow \bar{z} \leftrightarrow x}.$$

$$3.22. \overline{x \downarrow y \rightarrow (z \leftrightarrow \bar{y})}.$$

$$3.24. \overline{(x \oplus \bar{y}) \leftrightarrow (\bar{z} \rightarrow x)}.$$

$$3.26. \overline{(y \vee \bar{z}) \leftrightarrow (z \oplus \bar{x})}.$$

$$3.28. \overline{(\bar{x} \vee \bar{y}) \downarrow z \leftrightarrow x}.$$

$$3.29. \overline{\overline{xy \rightarrow (zy \leftrightarrow \bar{x})}}.$$

$$3.30. \overline{((x | \bar{y}) \rightarrow \bar{z}) \leftrightarrow y}.$$

4. Решите задачу.

4.1. На вопрос, какая погода будет завтра, синоптик ответил:

– Если будет мороз, то снег выпадет только тогда, когда будет пасмурно.

– Если не будет мороза, но пойдёт снег, то необходимо, чтобы было пасмурно.

– Не будет ни снега, ни дождя, если небо будет ясным.

– Неверно, что если не будет мороза, то для выпадения снега или дождя, достаточно пасмурного неба.

Какую погоду предсказал синоптик?

4.2. Относительно погоды в воскресенье были высказаны следующие соображения:

– Если будет жарко, то необходимым условием пасмурной погоды будет отсутствие ветра.

– Пасмурное небо бывает только при холодной и безветренной погоде.

– Если будет ветрено, то достаточным условием жаркой погоды будет ясное небо.

– Если небо будет ясным, то погода будет холодной, если будет дуть ветер.

– Пасмурное небо является необходимым условием ветреной и холодной погоды.

Синоптик сказал, что первые три высказывания сводятся к трём простейшим условиям, из которых, однако, истинно только одно. Из четвёртого и пятого высказывания истинно тоже только одно. Какая погода будет в воскресенье?

4.3. Петя хочет погулять, но на улице собирается дождь. У него возникают следующие соображения:

– Если я надену плащ, то для того, чтобы я надел ещё и сапоги, необходимо, чтобы пошёл дождь.

– Если я надену сапоги и галоши, но не будет дождя, то плащ надевать не надо.

– Неверно, что если я надену плащ, то я обойдусь без сапог и без галош только тогда, когда не будет дождя.

– Для того, чтобы я не надел ни сапог, ни галош, ни плаща, достаточно, чтобы не было дождя.

К какому выводу привели Петю эти соображения?

4.4. Перед походом А, В, С сделали следующие заявления:

А: Я пойду в поход только тогда, если пойдут В и С.

В: А и С неразлучные друзья.

С: Чтобы я пошёл в поход, необходимо, чтобы пошёл В.

Позже оказалось, что одно из этих заявлений ложно, а два истинны. Кто пошёл в поход?

4.5. Петя обещал подарить сестре либо кошку, либо собаку; либо белую, либо чёрную; либо послушную, либо вредную. Сестра высказала следующие предположения:

– Чтобы зверёк был чёрным и вредным достаточно, чтобы это была кошка.

– Если зверёк будет белым, то для того чтобы это была собака достаточно, чтобы он был послушным.

– Если зверёк будет вредным, то он может быть белым только тогда, если это кошка.

– Зверёк может быть собакой, если он послушный и чёрный.

Петя сказал ей, что первые три высказывания можно свести к двум простейшим условиям, из которых истинно только одно. Из четвертого и пятого условий истинно только одно. Какого зверька Петя хотел подарить сестрёнке?

4.6. Петя решил поступать в МГУ и послал домой три сообщения:

– Если я сдам математику, то физику я сдам только тогда, если не завалю сочинение.

– Не может быть, чтобы я завалил и сочинение и математику.

– Достаточное условие завала по физике – это двойка по сочинению.

После сдачи экзаменов оказалось, что из трёх Петиних сообщений только одно было ложным. Как Петя сдал экзамены?

4.7. Разбойник, посаженный в тюрьму, получил от своих сообщников три сообщения:

– Для того чтобы ваш побег состоялся, достаточно, чтобы стража была подкуплена только тогда, когда будет окончено рытьё подкопа.

– Если стража будет подкуплена, то достаточное условие вашего побега будет состоять в своевременном окончании рытья подкопа.

– Если рытьё подкопа будет закончено, то необходимо подкупить стражу. Но стражу подкупить не удаётся. Значит, побег невозможен.

Позже разбойник узнал, что из трёх сообщений истинно только одно. Какую информацию получил разбойник?

4.8. В летнее время некоторые из сотрудников *A, B, C, D* должны уйти в отпуск. Были высказаны следующие пожелания:

– Если в отпуск пойдёт *A*, то *B* пойдёт в отпуск только тогда, когда пойдёт *C*.

– Для того чтобы *B* отказался от отпуска, достаточно отпустить *C* в отпуск только тогда, когда в отпуск пойдёт *D*.

– Для того чтобы *C* пошёл в отпуск необходимо, чтобы отпуск дали *A*.

– В отпуск могут пойти либо *D* и *C*, либо только *A*.

Администрация заявила, что можно выполнить только одно из трёх пожеланий, остальные – невыполнимы. Кого хотели отпустить в отпуск сотрудники, и кого отпустила администрация?

4.9. Разбойник, посаженный в тюрьму, получил от своих сообщников два сообщения:

– Для побега достаточно, чтобы стража была подкуплена только тогда, когда удастся к окну приставить лестницу.

– Для совершения побега необходимо, чтобы стража была подкуплена, и к окну была приставлена лестница.

На следующий день разбойник получил ещё два сообщения:

– Если будет подкуплена стража, то для совершения побега достаточно приставить к окну лестницу.

– Невозможно, чтобы стража была подкуплена, к окну приставлена лестница, и побег удался.

На третий день разбойнику сообщили, что из каждой пары сообщений истинно только одно. Какую информацию получил разбойник?

4.10. В урне лежат шары: чёрные и красные, большие и маленькие, деревянные и пластмассовые. Предлагается достать шар, соблюдая следующие правила:

– Чтобы шар был чёрным достаточно, чтобы он был большим тогда, если он пластмассовый.

– Шар может быть красным или большим, если он не пластмассовый.

– Шар может быть деревянным и красным только тогда, если он большой.

Доказать, что эти правила сводятся к двум простейшим условиям. Выяснить, какие шары им удовлетворяют.

4.11. В корзине лежат яблоки: большие и маленькие, сладкие и кислые, жёлтые и зелёные. Из корзины надо взять яблоки, удовлетворяющие следующим условиям:

– Сладкое яблоко следует взять только тогда, если оно большое и жёлтое.

– Если яблоко будет большим, то сладкий вкус должен быть достаточным признаком жёлтого цвета.

– Если яблоко зелёное, то оно может быть маленьким, если оно кислое.

Свести эти требования к двум простейшим условиям и выяснить, какие яблоки им удовлетворяют.

4.12. В контору должен приехать новый директор. Сотрудники высказали по этому поводу следующие соображения:

– Если директор будет толстым, то он будет добрым тогда и только тогда, если он глуп.

– Для того, чтобы директор был добрым достаточно, чтобы он был умным и добрым.

– Если директор умный, то он будет злым, если он худой.

Секретарь конторы сообщила, что эти условия можно свести к двум простейшим высказываниям, из которых, однако, истинно только одно. Кроме того, сообщила секретарь, известно, что директор может быть добрым тогда и только тогда, если он толстый и глупый. Каким был новый директор?

4.13. Мать послала сына за цветами и сказала: купи либо астры, либо гладиолусы; либо красные, либо фиолетовые; либо светлые, либо тёмные; и постарайся выполнить следующие условия:

– Чтобы цветок был красным или гладиолусом достаточно, чтобы он был тёмным.

– Цветок может быть фиолетовым, если он светлый.

– Цветок может быть астрой, если только он светлый и красный.

Когда сын вернулся с цветами, он сказал, что смог выполнить только одно из условий. Какие цветы заказала мать, и как выполнил сын её заказ?

4.14. Прощаясь с сыном, мать просила его: пиши чаще; пиши либо длинные письма, либо короткие; либо на синей, либо на белой бумаге; либо чёрными, либо фиолетовыми чернилами. Постарайся при этом выполнить три условия:

– Все короткие письма должны быть написаны на синей бумаге фиолетовыми чернилами.

– Ты можешь писать мне длинные письма чёрными чернилами, если воспользуешься синей бумагой.

– Ты можешь писать письмо на белой бумаге только тогда, если оно будет длинным и у тебя будут только фиолетовые чернила.

Когда стали приходить письма, оказалось, что выполнено только третье условие. Какие письма хотела получать мать, и какие писал ей сын?

4.15. Милиционер обернулся на звук бьющегося стекла и увидел четырёх подростков, убегающих от окна, разбитого футбольным мячом. Через несколько минут они были в отделении милиции. При расспросах они сказали следующее:

Андрей: «Это не я. Это Григорий предложил играть в футбол. Виктор не виноват».

Виктор: «Это не я. Это не Андрей. Если бы я знал, чем это кончится, не стал бы играть в футбол».

Борис: «Это не я. Это сделал Виктор. Я играю в футбол лучше Григория».

Григорий: «Это не я. Это сделал Виктор. Когда я пришёл, игра была в полном разгаре».

Из дальнейшего разговора стало ясно, что каждый два раза сказал правду и один раз солгал. Кто разбил окно?

4.16. В кафе на обед можно было заказать либо харчо, либо борщ; либо плов, либо азу; либо сок, либо компот. Обсуждая меню, четверо посетителей высказали следующие пожелания:

– Если взять плов, то необходимо заказать харчо и сок.

– Можно взять плов, если будет заказан борщ или сок.

– Если брать харчо, то можно заказать азу, если только на третье будет сок.

– Чтобы взять азу, достаточно заказать борщ или компот.

Официант сказал, что, к сожалению, одно из четырёх условий выполнить нельзя. Что заказали друзья, и что им предложил официант?

4.17. Сын попросил свою мать приготовить ему салат из трёх компонентов: помидор либо огурцов; картофеля либо горошка; майонеза либо сметаны. Кроме того, он высказал три пожелания:

– Салат следует залить майонезом только тогда, когда он будет состоять из огурцов и картофеля.

– Если майонеза не будет, то следует взять либо помидоры, либо горошек.

– Майонез подойдёт к горошку, если будут огурцы.

Когда мать приготовила салат, оказалось, что выполнено только одно условие. Какой салат заказал сын, и что приготовила ему мать?

4.18. Однажды три мальчика пошли с учителем на рыбалку. По дороге ребята высказали следующие суждения:

– Тихая погода и наличие лодки является достаточным условием хорошего улова.

– Богатый улов бывает только при тихой погоде. Значит, лодку брать не надо.

– Если будет тихая погода, то невозможно, чтобы наличие лодки было необходимым условием плохого улова.

Учитель показал ребятам, что эти условия сводятся к двум простейшим высказываниям. Вернувшись с рыбалки, ребята сказали, что лодку они не достали, а из двух условий, указанных учителем, оказалось выполнено только одно. Как прошла рыбалка?

4.19. Богини Гера, Афродита и Афина пришли к юному Парису, чтобы тот установил, кто из них прекраснее всех. Они высказали следующие утверждения.

Гера: Я самая прекрасная.

Афина: Афродита не самая прекрасная.

Афродита: Гера не самая прекрасная.

Афина: Я самая прекрасная.

Парис предположил, что все утверждения прекраснейшей из богинь истинны, а все утверждения двух остальных ложны. Считая это предположение истинным, определите, кто прекраснейшая из богинь?

4.20. Петя решил купить новый шкаф, но его одолели сомнения, так как шкаф мог быть либо светлым, либо тёмным; либо жёлтым, либо коричневым; мог быть сделан либо из берёзы, либо из дуба.

Жена дала ему несколько ценных указаний:

– Светлый шкаф ты можешь взять, если только он будет берёзовым жёлтого цвета.

– Если шкаф будет берёзовым, то светлый тон должен быть достаточным признаком жёлтой окраски.

– Если ты всё же выберешь коричневый шкаф, то он может быть тёмным, если только он будет из дуба.

– Если шкаф будет светлым, то он может быть берёзовым, если он будет окрашен в жёлтый цвет.

– Необходимым признаком жёлтого берёзового шкафа должен быть его тёмный тон.

В магазине Петя сообразил, что первые три условия сводятся к двум более простым. В это время привезли несколько одинаковых шкафов, которые, однако, удовлетворяли только одному из этих условий. Тем не менее, Петя купил один из этих шкафов. После этого он сообразил, что, из четвертого и пятого условий выполнено тоже одно. Какой шкаф купил Петя?

4.21. «Не хочу учиться, хочу жениться» – сказал Митрофан и отправился в столицу, чтобы подыскать себе невесту.

Вскоре он получил письмо от матери, в котором она объясняла, что невесты бывают: либо полными, либо худыми; либо высокими, либо низкими; а волосы у них могут быть либо тёмными, либо светлыми. Кроме того, мать высказала ряд пожеланий:

– Если девушка будет светловолосый, то я хотела бы, чтобы она была полной только тогда, если она будет низенькой.

– Девушка может быть светлой и худенькой, если она высокого роста.

– Если девушка будет худенькой, то для того, чтобы она была высокой достаточно, чтобы она была темноволосой.

– Если невеста будет светловолосой, то я бы хотела, чтобы полнота была необходимым признаком высокого роста.

– Я заметила, что все полные светловолосые девушки обычно бывают низкого роста.

Митрофан ответил на это письмо следующее:

«Дорогая маманя! Твои первые три пожелания я свёл к двум простейшим условиям, но девушка, которую я встретил, удовлетворяет только одному из них. Тем не менее я решил жениться на ней, хотя из четвертого и пятого условий будет выполнено тоже только одно». Какую невесту выбрал себе Митрофан?

4.22. Семья состоит из отца, матери и сыновей *A*, *B*, *C*. Они собираются в кино, но при этом выясняется, что:

– Могут пойти либо отец с матерью, либо *A*.

– Пойдут либо *A* и *B*, либо *C*.

– Отец и *B* пойдут в кино, разве что *C* откажется.

– Чтобы *C* не пошёл в кино достаточно, чтобы отец пошёл в кино тогда и только тогда, когда *B* откажется.

Кто пойдёт в кино?

4.23. Прощаясь с сыном, мать просила его: пиши мне чаще, но пиши либо длинные письма, либо короткие; пиши либо синими чернилами, либо фиолетовыми чернилами; пользуйся либо белой, либо розовой бумагой. Кроме того, запомни следующее:

- Синими чернилами ты должен пользоваться только тогда, если будешь писать длинные письма на белой бумаге.
 - Если будешь писать на розовой бумаге, то пусть синие чернила будут достаточным признаком длинного письма.
 - Если ты напишешь короткое письмо, то оно должно быть написано фиолетовыми чернилами только тогда, если у тебя не будет белой бумаги.
- Сын сказал, что эти три условия можно свести к двум более простым. Матери это не понравилось, и она добавила ещё два условия.
- Если ты будешь писать фиолетовыми чернилами, то не пользуйся розовой бумагой, если письмо будет коротким.
 - Все короткие письма, написанные на белой бумаге, должны быть написаны синими чернилами.

Таким образом, получилось две группы условий, в каждой из которых по два условия. Когда стали приходить письма, оказалось, что выполнено только по одному условию из каждой группы.

Какие письма хотела получать мать, и какие писал ей сын?

4.24. Студентам *A*, *B*, *C* предложили билеты в кино. Каждый из них сделал по два заявления:

A: Я не пойду в кино. *B* тоже не пойдёт.

B: *A* не пойдёт в кино. Пойдёт *C*.

C: Я не пойду в кино. Пойдёт *A*.

После этого выяснилось, что один из студентов сделал два истинных заявления, другой – два ложных, а третий – одно истинное и одно ложное.

Кто из них пошёл в кино? Кто сделал два истинных замечания?

4.25. Мать послала сына за цветами и сказала: каждый цветок должен быть либо астрой, либо гладиолусом; он должен быть либо красным, либо фиолетовым; он может быть либо светлым, либо тёмным. Кроме того, при выборе цветов должны быть выполнены следующие условия:

- Если цветок будет тёмным, то он может быть фиолетовым только тогда, если это гладиолус.
- Чтобы цветок был астрой необходимо, чтобы он был светлым и красным.
- Если цветок будет красным, то для того, чтобы это была астра достаточно, чтобы он был тёмным.
- Если цветок будет светлым, то он может быть фиолетовым, если это будет астра.
- Все фиолетовые светлые цветы должны быть гладиолусами.

Когда сын вернулся домой, он сказал, что первые три условия он свёл к двум более простым, но выполнить ему удалось только одно из этих условий. Из четвертого и пятого условия тоже удалось выполнить только одно. Какие цветы заказала мать и какие цветы купил ей сын?

4.26. Учитель сообщил детям, что в воскресенье ожидается пасмурная погода. Обсуждая возможность осадков, дети высказали следующие суждения:

- Града не будет, если не будет ни снега, ни дождя.

– Если снега нет, то нельзя утверждать, что дождь идёт только тогда, когда идёт град.

– Для того чтобы не было дождя необходимо, чтобы снег шёл тогда и только тогда, когда идёт град.

– Снег не идёт только тогда, когда идёт дождь с градом. Но снег в воскресенье всё же пойдёт. Значит, невозможно, чтобы не было ни дождя, ни града.

Учитель сказал детям, что эти условия сводятся к двум простейшим высказываниям. В воскресенье дети заметили, что град шёл тогда и только тогда, когда шёл снег, а из двух простейших высказываний, указанных учителем, истинным было только одно. Какие осадки были в воскресенье?

4.27. Относительно погоды в воскресный день были высказаны следующие соображения:

– Дождь или пасмурная погода бывают только при повышенной влажности.

– Для того чтобы пошёл дождь, необходима пасмурная погода.

– Ясную погоду без дождя можно ожидать, если воздух будет сухой.

– Если не будет дождя, то достаточным условием повышенной влажности будет пасмурная погода.

– Повышенная влажность бывает только при ясной погоде. Значит, дождя не будет.

Сведите эти высказывания к двум простейшим утверждениям.

4.28. Петя пригласил свою сестру приехать к нему в гости. После этого он получил от неё следующие сообщения:

– Я приеду в гости, если только со мной поедет папа.

– Чтобы я приехала, необходимо, чтобы меня сопровождала мама.

– Либо мы приедем с мамой, либо приедет только папа.

– Из предыдущих трёх сообщений истинно только одно.

Кто приедет навестить Петю?

4.29. В урне лежат шары: большие и маленькие, красные и зелёные, тёмные и светлые. Из урны надо достать шары, удовлетворяющие следующим требованиям:

– Если шар светлый, то он может быть маленьким только тогда, если он красный.

– Шар может быть большим и светлым, если он красный.

– Если шар большой, то для того, чтобы он был зелёным достаточно, чтобы он был тёмным.

Сведите эти требования к простейшим условиям, и выясните, какие шары им удовлетворяют.

4.30. Накануне экзамена учитель сказал Пете следующее:

– Если у тебя есть определенные способности, то для успешной сдачи экзамена тебе необходимо ещё и трудолюбие.

– Если у тебя нет способностей, то сможешь сдать экзамен только тогда, если ты трудолюбив или увлечён учёбой.

– Я заметил, что отсутствие увлечённости учёбой является у тебя необходимым условием наличия способностей и трудолюбия. Значит ты экзамен не сдашь.

Петя ответил, что он согласен только с первым утверждением. К какой формулировке сводятся утверждения учителя? Как расшифровывается ответ Пети?

5. По истинностным значениям функции постройте ее формулу. Упростите выражение и постройте эквивалентные упрощённые релейно-контактную и логическую схемы.

5.1. $f(0,1,0) = f(1,0,0) = f(1,0,1) = 0$.

5.2. $f(0,1,1) = f(1,0,0) = f(1,1,0) = 0$.

5.3. $f(0,0,0) = f(0,0,1) = f(1,0,1) = f(1,1,1) = 1$.

5.4. $f(0,0,1) = f(1,1,0) = f(1,1,1) = 0$.

5.5. $f(0,0,0) = f(1,1,0) = f(1,1,1) = 0$.

5.6. $f(0,0,1) = f(0,1,1) = f(1,1,0) = f(1,1,1) = 1$.

5.7. $f(0,0,0) = f(1,0,1) = f(1,1,1) = 0$.

5.8. $f(0,1,0) = f(1,0,1) = f(1,1,1) = 0$.

5.9. $f(0,1,0) = f(0,1,1) = f(1,0,0) = f(1,1,0) = 1$.

5.10. $f(0,1,1) = f(1,0,0) = f(1,0,1) = 0$.

5.11. $f(0,0,1) = f(1,0,0) = f(1,1,0) = 0$.

5.12. $f(0,0,1) = f(0,1,1) = f(1,1,1) = 0$.

5.13. $f(0,0,0) = f(0,0,1) = f(1,1,0) = 0$.

5.14. $f(0,0,0) = f(0,1,0) = f(1,1,1) = 0$.

5.15. $f(0,0,0) = f(0,0,1) = f(1,0,0) = f(1,1,0) = 1$.

5.16. $f(1,0,1) = f(0,1,0) = f(0,1,1) = 0$.

5.17. $f(0,1,0) = f(0,1,1) = f(1,0,0) = 0$.

5.18. $f(0,0,1) = f(0,1,1) = f(1,0,0) = f(1,0,1) = 1$.

5.19. $f(0,0,1) = f(0,1,1) = f(1,0,0) = 0$.

5.20. $f(0,0,1) = f(0,1,1) = f(1,1,0) = 0$.

5.21. $f(0,0,0) = f(0,0,1) = f(1,0,0) = f(1,1,0) = 0$.

5.22. $f(0,1,1) = f(1,0,0) = f(1,0,1) = 1$.

5.23. $f(0,0,0) = f(0,0,1) = f(1,0,1) = f(1,1,0) = 1$.

5.24. $f(0,1,0) = f(0,1,1) = f(1,0,0) = f(1,1,1) = 1$.

5.25. $f(0,1,1) = f(1,0,1) = f(1,1,1) = 1$.

5.26. $f(0,1,1) = f(1,0,0) = f(1,1,0) = 1$.

5.27. $f(0,0,1) = f(1,0,0) = f(1,0,1) = 1$.

5.28. $f(0,1,1) = f(1,0,0) = f(1,1,1) = 0$.

5.29. $f(0,0,1) = f(0,1,1) = f(1,1,1) = 0$.

5.30. $f(0,1,0) = f(1,0,0) = f(1,0,1) = 0$.