

Индивидуальное домашнее задание № 2 (весенний семестр) для НК-201 (суммарно 40 баллов).

1. В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η
 - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины μ .
2. В условиях задачи 15 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ
 - 2) **Четный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины η . **Нечетный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины μ
3. В условиях задачи 18 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины μ .
 - 4) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\eta = |\xi - \eta|$
4. В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - 3) Математическое ожидание случайной величины μ .
5. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность $p_\xi(x)$. Найдите константу A , медиану и моду.
6. В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - 1) условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η ;
 - 2) условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ .
 - 3) Для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. μ при условии η . Для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. μ при условии ξ .
7. В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:
 - для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ ;
 - для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η ;
8. В условиях задачи 20 ИДЗ 1 (осенний семестр) вычислите:
 - 1) характеристические функции $f_\xi(t)$ и $f_\eta(t)$ случайных величин ξ и η ;
 - 2) характеристическую функцию $f_\mu(t)$ случайной величины μ ;
9. По заданной характеристической функции $f_\xi(t)$ вычислите:
 - 1) математическое ожидание случайной величины ξ ;
 - 2) дисперсию случайной величины ξ .
10. Посетитель тира платит за выстрел a рублей. При попадании в девятку получает выигрыш b рублей, при попадании в десятку получает выигрыш c рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны p_1, p_2 и p_3 соответственно. Число посетителей равно n .

С помощью **неравенства Чебышева**:

 - 1) найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее α ;
 - 2) найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше β % от средней суммарной прибыли равнялась p

С помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что

 - 1) размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от m_1 до m_2 рублей;
 - 2) что суммарная прибыль окажется в пределах от n_1 до n_2 рублей.
11. Статистический анализ, проведенный по заказу авиакомпании, показал, что распределение веса (в кг) пассажира авиарейса с грузом хорошо описывается плотностью распределения
$$p(x) = Ax^3(150-x), \quad x \in (0; 150).$$
Масса пустого снаряженного самолета равна 135 тонн. Максимальная взлетная масса равна 260 тонн. При посадке зарегистрировано n пассажиров.
 - 1) Какой коммерческий груз (в кг) можно дополнительно взять этим рейсом, чтобы вероятность перегрузки составила не более α %.
 - 2) Найдите вероятность перегрузки, если дополнительный коммерческий груз составил m тонн.

- 12.** По заданным выборкам X_1, X_2, \dots, X_n и Y_1, Y_2, \dots, Y_n объема $n = 50$ найти и построить:
- 1) минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
 - 2) гистограмму, полигон относительных частот, эмпирическую функцию распределения;
 - 3) выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.

13. Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью $p_\xi(x)$ с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.

14. Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью

$$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a}-\frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами (a, b) . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров

15. Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

с неизвестными параметрами (a, b) . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров

16. Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с неизвестным параметром. При помощи метода максимального правдоподобия (ММП) найти оценку неизвестного параметра распределения, проверить полученную оценку на несмещенность и эффективность.

17. С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n дискретному распределению с заданными параметрами.

18. С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n непрерывному распределению с заданными параметрами.

19. Для заданной выборки X_1, X_2, \dots, X_n с помощью критерия χ^2 проверить гипотезу о принадлежности выборки к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).

20. Для заданной выборки X_1, X_2, \dots, X_n с помощью критерия χ^2 проверить гипотезу о принадлежности выборки к непрерывному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).

Распределение баллов (40 баллов)

Задача 1 (1,5 балла)			Задача 2 (1,5 балла)		Задача 3 (2 балла)				Задача 4 (3 балла)			Задача 5	Задача 6 (2 балла)		
0,5	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,3	0,5	0,7	1	1	1	1 балл	0,5	0,5	1
Задача 7			Задача 8 (2 балла)		Задача 9 (1,5 балла)			Задача 10 (2 балла)				Задача 11 (1,5 балла)			
2 балла			1,4		0,6			1				0,5			
Математическая статистика															
Задача 12 (1,5 балла)			Задача 13	Задача 14	Задача 15	Задача 16	Задача 17	Задача 18	Задача 19	Задача 20					
0,5			0,5	0,5	2 балла	2 балла	2 балла	2,5 балла	2 балла	2 балла	3 балла	3 балла			

1	5.	$p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-1; -1] \\ A(2+x)^2, & x \in [-1; -1] \end{cases}$																						
	9.	$f(t) = e^{2t^2} \cdot \frac{2}{2-it}$																						
	10.	$a = 150, b = 300, c = 500, \quad p_1 = 0,3, p_2 = 0,1, p_3 = 0,6, \quad n = 450,$ $\alpha = 0,9, \quad \beta = 10, \quad p = 0,15$ $m_1 = 500, \quad m_2 = 1500, \quad n_1 = 3000, \quad n_2 = 6000.$																						
	11.	$n = 405, \quad \alpha = 0,1, \quad m = 43$																						
	12.	<p>Выборка X_1, \dots, X_n</p> <p>[1,] 0 9 1 1 0 0 18 12 3 1 [2,] 2 11 0 2 1 0 4 2 4 0 [3,] 2 1 10 13 12 0 3 1 1 1 [4,] 1 6 7 13 2 1 1 4 10 3 [5,] 1 1 6 0 1 2 1 7 6 3</p> <p>Выборка Y_1, \dots, Y_n</p> <p>[1,] 0.77 4.69 9.12 1.40 1.21 4.56 0.08 0.11 5.24 0.17 [2,] 0.23 1.72 2.86 4.07 2.90 5.24 20.16 0.72 7.32 1.69 [3,] 0.25 2.06 3.01 3.29 0.75 1.26 15.56 5.91 0.57 3.76 [4,] 8.85 25.49 8.77 0.09 11.98 8.83 5.40 0.59 1.07 6.26 [5,] 4.01 3.93 0.18 4.06 4.07 3.12 8.45 11.11 3.35 13.65</p>																						
	13.	<p>Выборка X_1, \dots, X_n – имеет плотность распределения</p> $f(x) = \begin{cases} p\lambda e^{-\lambda x} + \frac{1-p}{a}, & x \in (0; a) \\ p\lambda e^{-\lambda x}, & x \in (a; +\infty) \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ <p>При заданных значениях параметров $\lambda = 0.3$ и $a = 4$ найти оценку параметра p.</p> <p>Таблица частот</p> <table border="1" data-bbox="443 1088 1398 1205"> <tr> <td>интервалы</td> <td>0-0.8</td> <td>0.8-1.6</td> <td>1.6-2.4</td> <td>2.4-3.2</td> <td>3.2-4</td> <td>4-4.8</td> <td>4.8-5.6</td> <td>5.6-6.4</td> <td>6.4-7.2</td> <td>7.2-8.0</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>142</td> <td>136</td> <td>150</td> <td>149</td> <td>150</td> <td>14</td> <td>12</td> <td>10</td> <td>8</td> <td>7</td> </tr> </table>	интервалы	0-0.8	0.8-1.6	1.6-2.4	2.4-3.2	3.2-4	4-4.8	4.8-5.6	5.6-6.4	6.4-7.2	7.2-8.0	частоты	142	136	150	149	150	14	12	10	8	7
интервалы	0-0.8	0.8-1.6	1.6-2.4	2.4-3.2	3.2-4	4-4.8	4.8-5.6	5.6-6.4	6.4-7.2	7.2-8.0														
частоты	142	136	150	149	150	14	12	10	8	7														
	14.	<p>По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b</p> <table border="1" data-bbox="564 1267 1273 1384"> <tr> <td>интервалы</td> <td>1-2</td> <td>2-3</td> <td>3-4</td> <td>4-5</td> <td>5-6</td> <td>6-7</td> <td>7-8</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>97</td> <td>321</td> <td>293</td> <td>184</td> <td>68</td> <td>29</td> <td>8</td> </tr> </table>	интервалы	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	частоты	97	321	293	184	68	29	8						
интервалы	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8																	
частоты	97	321	293	184	68	29	8																	
	15.	<p>По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b</p> <table border="1" data-bbox="383 1438 1455 1554"> <tr> <td>интервалы</td> <td>0.0-1.6</td> <td>1.6-3.2</td> <td>3.2-4.8</td> <td>4.8-6.4</td> <td>6.4-8.0</td> <td>8.0-9.6</td> <td>9.6-11.2</td> <td>11.2-12.8</td> <td>12.8-14.4</td> <td>14.4-16.0</td> </tr> <tr> <td>частоты</td> <td>109</td> <td>184</td> <td>106</td> <td>54</td> <td>19</td> <td>9</td> <td>8</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>3</td> </tr> </table>	интервалы	0.0-1.6	1.6-3.2	3.2-4.8	4.8-6.4	6.4-8.0	8.0-9.6	9.6-11.2	11.2-12.8	12.8-14.4	14.4-16.0	частоты	109	184	106	54	19	9	8	5	3	3
интервалы	0.0-1.6	1.6-3.2	3.2-4.8	4.8-6.4	6.4-8.0	8.0-9.6	9.6-11.2	11.2-12.8	12.8-14.4	14.4-16.0														
частоты	109	184	106	54	19	9	8	5	3	3														
	16.	<p>Биномиальное распределение ($n = 30$)</p> <p>[1,] 11 11 16 9 13 10 12 17 10 14 [2,] 8 14 14 10 9 20 14 12 12 11 [3,] 15 16 15 15 17 12 13 20 14 14 [4,] 12 18 15 14 13 17 12 12 17 9 [5,] 10 11 15 15 10 14 15 16 16 13</p> <p>При помощи ММП найти оценку параметра p и проверить эту оценку на несмещённость и эффективность</p>																						
	17.	<p>Гипотеза H_0 --- геометрическое распределение $Geom(p = 0.3)$ Гипотеза H_1 --- геометрическое распределение $Geom(p = 0.4), \alpha = 0.05$</p> <p>[1,] 1 2 2 0 0 2 2 4 1 1 [2,] 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 [3,] 1 0 2 0 3 1 2 0 2 0 [4,] 1 6 0 1 2 0 3 0 0 1 [5,] 1 0 8 1 1 1 5 0 0 8</p>																						

18.	<p>Гипотеза H_0 --- гамма-распределение $Gamma(\gamma = 5, \lambda = 0.6)$ Гипотеза H_1 --- гамма-распределение $Gamma(\gamma = 5, \lambda = 0.5), \alpha = 0.05$</p> <p>[1,] 7.57 3.84 11.40 14.67 6.24 11.32 15.04 7.65 16.96 10.66 [2,] 6.86 6.88 10.35 7.50 7.26 8.17 4.90 11.34 9.39 9.48 [3,] 5.07 6.62 7.82 5.10 7.14 15.02 5.05 7.86 10.54 6.06 [4,] 8.58 8.57 4.50 5.30 7.55 7.73 6.99 9.14 4.65 4.85 [5,] 8.94 6.25 10.05 7.38 3.85 7.91 7.40 13.12 13.08 6.22</p>
19.	<p>Геометрическое распределение с неизвестным параметром $p, \alpha = 0.05$</p> <p>[1,] 0 9 1 1 0 0 18 12 3 1 [2,] 2 11 0 2 1 0 4 2 4 0 [3,] 2 1 10 13 12 0 3 1 1 1 [4,] 1 6 7 13 2 1 1 4 10 3 [5,] 1 1 6 0 1 2 1 7 6 3</p>
20.	<p>Экспоненциальное распределение с параметром $\lambda, \alpha = 0.05$</p> <p>[1,] 0.77 4.69 9.12 1.40 1.21 4.56 0.08 0.11 5.24 0.17 [2,] 0.23 1.72 2.86 4.07 2.90 5.24 20.16 0.72 7.32 1.69 [3,] 0.25 2.06 3.01 3.29 0.75 1.26 15.56 5.91 0.57 3.76 [4,] 8.85 25.49 8.77 0.09 11.98 8.83 5.40 0.59 1.07 6.26 [5,] 4.01 3.93 0.18 4.06 4.07 3.12 8.45 11.11 3.35 13.65</p>