ЗАДАНИЕ 1

Проверить, является ли точка (α, β) оптимальной по Парето и Нэшу в игре двух лиц $\langle X_1, X_2, H_1, H_2\rangle$.

$[0,2]$	$[1,2]$	$-2x^2 - xy + 2y^2$	$x^2 - y^2$	$(2,1)$

ЗАДАНИЕ 2

Найти все ситуации, оптимальные по Парето в игре двух лиц $\langle X_1, X_2, H_1, H_2\rangle$. Ответ записать в явном виде.

X_1	X_2	H_1	H_2
$[0,4]$	$[-2,1]$	$-x^2 - y$	$x + y$

ЗАДАНИЕ 3

При каких α, β в антагонистической игре двух лиц $\langle X_1, X_2, H\rangle$ существует ситуация равновесия по Нэшу.

X_1	X_2	H
$[-2,2]$	$[-2,2]$	$\lvert\alpha x - \beta y\rvert - x$

ЗАДАНИЕ 4

Найти все ситуации, оптимальные по Нэшу в антагонистической игре двух лиц $\langle X_1, X_2, H\rangle$.

№ вар.	X_1	X_2	H
1	$[0,3]$	$[0,4]$	$\alpha x^2 - 2xy + y^2 - x$

ЗАДАНИЕ 5

Два корабля в один и тот же день уходят на остров сокровищ. Каждый из n пиратов должен принять решение, на каком корабле ему плыть: на корабле А или корабле В. Если t — число пиратов, решивших плыть на корабле А, то путешествие займет $a(t)$ суток, а путешествие на корабле В, на котором $n-t$ пиратов, займет $b(n-t)$ суток. Каждый из пиратов стремится достичь острова как можно быстрее. Описать данный конфликт в форме игры. Найти ситуацию равновесия по Нэшу и Парето.

№ вар.	n	$a(t)$	$b(t)$
1	25	$30+t+0,4t^2$	$25+t^2$

ЗАДАНИЕ 6

Найти ситуации равновесия по Нэшу в смешанных стратегиях и ситуации, оптимальные по Парето в чистых стратегиях, в биматричной игре $\langle H, G\rangle$.

(H,G)
$\begin{pmatrix} (6,6) & (0,3) \\ (3,0) & (1,2) \end{pmatrix}$

ЗАДАНИЕ 7

2. Имеется n ячеек, занумерованных числами от 1 до n, расположенных в ряд. Игрок E прячет один предмет в одну из ячеек, игрок P стремится обнаружить этот предмет путем проверки любых двух ячеек. Предполагается, что вероятность обнаружить предмет в ячейке с номером i равна α_i, при условии, что предмет туда спрятан и данная вероятность равна нулю, если предмет не был спрятан в данную ячейку. Игрок P стремится увеличить вероятность обнаружения предмета. Игра антагонистическая. Найти равновесие по Нэшу и цену игры в следующих случаях:

$$n = 7, \alpha_i = 1 - \frac{i}{9}.$$

ЗАДАНИЕ 8

n акционеров владеют соответственно $p_1, p_2, \ldots, p_n$ долями всех акций $\left(\sum\limits_{i=1}^{n} p_i = 1\right)$. Решение о распределении прибыли принимается, если за него проголосовали акционеры, владеющие больше чем q долями всех акций. Формализовать данную ситуацию как кооперативную игру. Найти вектор Шепли и С-ядро.

p_i	q
$p_1 = 1/6, p_2 = p_3 = 1/8, p_4 = \cdots = p_n$	$1/3$

ЗАДАНИЕ 10

Построить дерево игры и найти ситуации абсолютного равновесия по Нэшу в позиционной игре $\Gamma = \langle X, F \rangle$ двух лиц с полной информацией вида

$$X = \{0, 1, 2, \ldots, 30\} = X_1 \cup X_2 \cup X_3,$$
$$F : X \to 2^X,$$

где $X_1 = \{0, 3, 4, 5, 6\}$ — множество очередности хода первого игрока, $X_2 = \{1, 2, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$ — множество очередности хода второго игрока, $X_3 = \{15, 16, 17, \ldots, 30\}$ — множество окончательных позиций в игре Γ,

$$F(i) = \begin{cases} \{2i+1, 2i+2\}, & \text{если } i \in \{0, 1, 2, \ldots, 14\}, \\ \varnothing, & \text{если } i \in X_3. \end{cases}$$

Выигрыши игроков в окончательных позициях имеют вид

$$H(i) = (H_1(i), H_2(i)) = (a_{i-14}, b_{i-14}),\ i \in X_3,$$

$$(a_j, b_j) = \begin{cases} \left(a_1 + \left[\frac{j+1}{2}\right], b_1 - \left[\frac{j+1}{2}\right]\right), & \text{если } j = 5, 6, 7, \\ \left(a_2 - \left[\frac{j+1}{2}\right], b_2 + \left[\frac{j+1}{2}\right]\right), & \text{если } j = 8, 9, 10, \\ \left(\left[\frac{a_3+j}{2}\right], \left[\frac{b_3-j}{2}\right]\right), & \text{если } j = 11, 12, 13, \\ \left(\left[\frac{a_4+j}{2}\right], \left[\frac{b_4+j}{2}\right]\right), & \text{если } j = 14, 15, 16, \end{cases}$$

где $[z]$ — целая часть числа z.

Являются ли ситуации абсолютного равновесия по Нэшу ситуациями, оптимальными по Парето?

a_1	b_1	a_2	b_2	a_3	b_3	a_4	b_4
-6	4	4	-6	3	2	7	-3