

|  |  |
| --- | --- |
|  | Министерство образования и науки Челябинской области  Государственное бюджетное образовательное учреждение  среднего профессионального образования  (среднее специальное учебное заведение)  **«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ»** |

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО МАТЕМАТИКЕ**

**для студентов заочной формы обучения**

**Методические указания**

Челябинск 2014 г.

Приходько Е.В.: Методические указания к контрольной работе по математике для студентов заочной формы обучения, обучающихся на базе основного общего образования.–Челябинск: ГБОУ СПО (ССУЗ) «ЮУМК», 2014. – ??с.

Методические указания к контрольной работе составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины «Математика» и на основе Рекомендаций по реализации образовательной программы среднего (полного) общего образования в образовательных учреждениях начального профессионального и среднего профессионального образования в соответствии с базисным учебным планом и примерным учебным планом для образовательных учреждений Российской Федерации, реализующих программы общего образования и примерной программы учебной дисциплины «Математика» одобренной ФГУ ФИРО.

В методических указаниях излагается содержание программы дисциплины, приводятся рекомендуемая для изучения литература и указания по изучению дисциплины, объем и содержание контрольных работ. Даны методические указания по выполнению контрольной работы.

Одобрено Цикловой методической комиссией (протокол № 1 от 11.09.14 г.). Председатель ЦМК Полишук С.В.

**ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Важным видом учебной работы в процессе изучения математики при реализации заочной формы обучения, является выполнение студентами контрольных работ.

Контрольная работа является индивидуальной по характеру выполнения деятельностью студента, направленной на освоение учебного материала по математике.

Перед выполнением каждой контрольной работы студентунеобходимо изучить соответствующие разделы рекомендуемой литературы.

**Рекомендуемая литература**

1.Атанасян Л.С. Геометрия, 10 – 11: Учеб. для общеобразоват. учреждений/ Л.С.Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.–12-е изд. –М.: Просвещение, 2003. – 206 с.

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Учеб.пособие для средних спец. учеб. заведений/ Н.В. Богомолов.– 6-е изд., стер.– М.: Высш.шк., 2006. – 495 с.

3.Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика: учеб. для ссузов/ Н.В. Богомолов, П.И. Самойленко. – 5-е изд., стереотип. –М.: Дрофа, 2008. – 395 с.

4. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике/ М.Я. Выгодский. – 6-е изд.,– М.: Астрель. 2009. – 991 с.

5. Зайцев И.Л. Элементы высшей математики для техникумов:Учеб.пособие для техникумов / И.Л. Зайцев. –М.: Наука, 1974. – 416 с.

6. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10–11 кл. общеобразоват. учреждений/ А.Н. Колиогоров, А.М. Абрамов, , Ю.П. Дудницын и др.; Под ред. А.Н. Колмогорова. – 11-е изд. –М.: Просвещение, 2001. – 384 с.

7. Омельченко В.П.Математика: учебное пособие/ В.П. Омельченко, Э.В.Курбатова – Ростов н/Д.: Феникс, 2005. – 380 с.

4

Выполнение и оформление контрольной работы

1. Студенты выполняют контрольную работу в соответствии с учебным планом в установленные сроки.
2. Студенты должны выполнить один из 10 вариантов, номер которого определяется по последней цифре номера зачетной книжки.
3. Контрольная работа выполняется в тетради в клеточку, ручкой любого цвета, кроме зеленого и красного, аккуратно и разборчивым почерком.
4. На титульном листе следует указать фамилию, имя, отчество, номер группы, номер зачетной книжки, номер варианта и дату сдачи работы в колледж.
5. Задания контрольной работы выполняются по порядку, согласно расположению их в варианте.
6. Решения всех задач и пояснения к ним должны быть достаточно подробными. Все вычисления необходимо делать полностью. Для замечаний преподавателя необходимо на каждой странице оставлять поля.
7. Студенты 1 курса выполняют задания из контрольной работы с 1 по 15, студенты 2 курса – задания с 16 по 26.
8. На заключительном листе контрольной работы следует указать список литературы, которой Вы пользовались при выполнении контрольной работы.
9. Если контрольная работа выполнена с нарушением всех вышеперечисленных указаний или не полностью, то она возвращается слушателю для доработки без проверки.
10. Если работа не зачтена, внимательно изучите все замечания преподавателя. Переделайте работу в соответствии с рекомендациями преподавателя.
11. Переделанная работа предоставляется на проверку вместе с не зачтённой работой.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Т е м а I. Корни натуральной степени из числа и их свойства

ЛИТЕРАТУРА: [6], гл. 4, § 9

При изучении этой темы необходимо усвоить определение корня n-ой степени из числа. Внимательно изучить свойства корней. Научиться преобразовывать выражения, содержащие знак радикала, сравнивать числа, стоящие под корнем, опираясь на свойства.

*Вопросы для самопроверки*

1. Чему равен корень n-ой степени из числа 0?
2. Извлекается ли корень четной степени из отрицательных чисел?
3. Существует ли корень n-ой степени из любого числа 𝒂 принечетномn? Если существует, то сколько корней можно извлечь?
4. Из каких чисел можно извлечь корень при четном значении n? Сколько таких корней существует?

Т е м а II. Степени с рациональными и действительными показателями

ЛИТЕРАТУРА: [5], гл. 4, § 9

При изучении этой темы необходимо усвоить определение степени числа с рациональным показателем. Внимательно изучить свойства степени. Научиться преобразовывать выражения, содержащие степень, опираясь на свойства.

*Вопросы для самопроверки*

1. Что называется степенью числа а с рациональным показателем?
2. Перечислите свойства степени.
3. Представьтевыражения в виде корня; ;.
4. Представьте выражения в виде степени ; ; ; 2.

Т е м а III.Логарифмы и их свойства

ЛИТЕРАТУРА: [2], гл. 4,§ 2; [3], гл. 2, §17; [6], гл. 4, § 10.

При изучении этой темы необходимо освоить понятие логарифма, изучить свойства логарифмов и основные логарифмические тождества. Научиться вычислять значения логарифмических выражений с помощью основных тождеств и вычислительных средств.

*Вопросы для самопроверки*

1. Что называется логарифмом числа?
2. Перечислите основные логарифмические свойства.
3. Что называется десятичным логарифмом числа?
4. Что называется натуральным логарифмом числа?

Т е м а IV. Уравнения и неравенства

ЛИТЕРАТУРА: [2], гл. 4,§3, 4, 5, 6, 7, 8; гл. 3, §12, 13; [3], гл. 2, §18, 19, 20, 21, гл. 1, §11; [6], гл. 4, § 10, гл. 5, §4.

При выполнении заданий по этой теме необходимо повторить следующие понятия: степень; степень с рациональным и иррациональным показателями, свойства степеней; логарифм; свойства логарифмов; свойства и графики показательной, логарифмической и степенной функций;основные показательные тождества; тождественные преобразования показательных выражений; основные логарифмические тождества; тождественные преобразования логарифмических выражений; область определения функции.

Необходимо изучить способы решения простейших показательных, логарифмических и иррациональных уравнений; способы решения показательных и логарифмических неравенств.

*Вопросы для самопроверки*

1. Что называется показательным уравнением?
2. Какой вид имеет простейшее показательное уравнение?
3. Почему при решении показательных уравнений полагают, что а > 0, а≠1?
4. Что называется логарифмическим уравнением?
5. Какой вид имеет простейшее логарифмическое уравнение?
6. Сколько решений имеет уравнение вида = b? Запишите это решение.
7. Нужна ли проверка при решении логарифмических уравнений? Почему?
8. Какое уравнение называется иррациональным?
9. Почему при решении иррациональных уравнений необходимо делать проверку? Каким образом ее можно упростить?
10. Что такое ОДЗ? При решении каких уравнений и неравенств ее необходимо учитывать?
11. Назовите виды простейших показательных и логарифмических неравенств.
12. Какие свойства функций необходимо применять при решении показательных и логарифмических неравенств?

Т е м а V. Тригонометрические функции

ЛИТЕРАТУРА: [2], гл. 9; [3], гл. 3; [6], гл. 1, § 1.

Изучение этой темы следует начать с усвоения понятий градусного и радианного измерения угловых величин, синуса, косинуса, тангенса и котангенса числового аргумента, основных тригонометрических тождеств, формул тригонометрии.

Далее перейти к изучению свойств и графиков функций у = sinx, y = cosx, y = tgx, y = ctgx.

*Вопросы для самопроверки*

1. Что принимается за 10, за 1 радиан?
2. Дайте определение единичной окружности.
3. Что называется синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом числа а?
4. Перечислите основные свойства тригонометрических функций.

8

Т е м а VI. Тригонометрические уравнения и неравенства

ЛИТЕРАТУРА: [2], гл. 9, § 9, 10; [3], гл. 3, §40, 41; [6], гл. 1, § 3.

Изучение этой темы следует начать с усвоения понятий арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числа а. Внимательно изучите формулы корней простейших тригонометрических уравнений и частные случаи решения этих уравнений. Разберите приемы решения тригонометрических уравнений.

Для решения простейших тригонометрических неравенств используют единичную окружность или график соответствующей тригонометрической функции.

*Вопросы для самопроверки*

1. Что означает геометрически arcsinx? arccosx?
2. Что называется арктангенсом и арккотангенсом?
3. При каких значениях а уравнение cosx = а будет иметь корни, а при каких нет?
4. Какие области изменения имеют функции у = sinx, y = cosx, y = tgx, y = ctgx?
5. Какие тригонометрические уравнения называются однородными? Как они решаются?
6. Какие значения может принимать синус?
7. При каких значениях а тангенс не существует?
8. Какие неравенства называются тригонометрическими?
9. Какие свойства тригонометрических функций используют при решении тригонометрических неравенств?

Т е м а VII.Производная и дифференциал

ЛИТЕРАТУРА: [2], гл. 7, гл. 9, § 24, гл.10, §1; [3], гл. 5; [6], гл. 2, § 4, 5; [7], гл. 2, §2.1.7, 2.2.8.

При изучении этой темы обратите внимание на определение производной, ее геометрическое и механическое истолкование.

*Вопросы для самопроверки*

1. Сформулируйте определение производной.

2. Каков геометрический смысл производной.

3. Что называется касательной к кривой? Напишите уравнение касательной к графику функции *у =f(х)*.

4. Каков механический смысл первой и второй производной?

5. Каковы правила вычисления производных от суммы, произведения, частного двух функций?

6. Что называется дифференциалом функции?

8. Чем отличается дифференциал функции от ее приращения?

Тема VIII. Исследование поведения функций

ЛИТЕРАТУРА: [2], гл. 6, §5,6,7, гл.8, §1,2,3,6,7,8; [3], гл. 6; [6], гл. 2; § 6; [7], гл. 2, §2.1.10.

Изучение этой темы следует начать с усвоения понятий возрастания и убывания функции, максимума и минимума функции, выпуклости и вогнутости кривой.

Обратите внимание на следующие обстоятельства:

1) функция, определенная на отрезке, может достигать максимума и минимума только при значениях х, заключенных внутри рассматриваемого отрезка;

2) не следует считать, что максимум и минимум функции являются соответственно ее наибольшим и наименьшим значениями на рассматриваемом отрезке (например, в точке максимума функция имеет наибольшее значение лишь по сравнению с теми значениями, которые она имеет во всех точках, достаточно близких к точке максимума).

При решении задания на построение графика функции следует воспользоваться схемой исследования:

1. найти область определения функции D(у);
2. определить нули функции;
3. исследовать на четность – нечетность;
4. исследовать на периодичность;
5. исследовать функцию на непрерывность; найти точки разрыва функции;
6. найти асимптоты графика функции;
7. найти точки экстремума функции и определить интервалы ее монотонности;
8. найти точки перегиба графика функции и определить интервалы выпуклости и вогнутости графика;
9. построить график, используя результаты предыдущих исследований;

Иногда целесообразно намечать элементы графика параллельно с исследованием функции.

*Вопросы для самопроверки*

1. Каковы признаки возрастания и убывания функции?

2. Докажите, что функция *у= cos х* - *х* убывает в любом промежутке.

4. Сформулируйте правила нахождения экстремумов функции.

5. Как найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба кривой?

6. Покажите, что график функции у = х4+ 3х2*+*ах *+*вне имеет точек перегиба, каковы бы ни были значения а и в*.*

Тема IX**. Неопределенный интеграл**

ЛИТЕРАТУРА: [2],гл. 11, § 1–7; [3], гл. 8; [6], гл. 3, § 7; [7], гл. 2, § 2.1.11.

Прежде чем приступить к интегрированию функций, тщательно, изучите таблицу интегралов, простейшие свойства неопределенного интеграла и два простейших метода интегрирования: метод замены переменной и способ подстановки. Успех интегрирования в значительной степени зависит от того, сумеем ли мы подобрать удачную замену переменной упрощающую данный интеграл.

***Вопросы для самопроверки***

1. Сформулируйте определение первообразной.

2. Каковы основные свойства неопределенного интеграла?.

9

Т е м а X. **Определенный интеграл**

ЛИТЕРАТУРА: [2], гл. 12, §1-4, гл. 13, § 1-6, гл.25, §7, гл.26, §6; [3], гл. 9; [6], гл. 3, § 8;[7], гл. 2, §2.1.12.

При решении задач контрольной работы следует иметь в виду, что для вычисления площади, ограниченной кривыми у = f1(x), у = f1(x) ≥f2(x)и прямыми х = а, х = b,следует пользоваться формулой

S= .

При этом избранная формула остается верной при любых знаках значений функцийf1(x) ,f2(x).

***Вопросы для самопроверки***

1. Что называется интегральной суммой данной функции *f(x)* на данном отрезке [а, Ь]?

2. Дайте определение определенного интеграла.

3. Каков геометрический смысл определенного интеграла от заданной функции?

4. Перечислите основные свойства определенного интеграла.

5. В чем состоит способ подстановки для вычисления определенного интеграла?

6. Как выглядит формула интегрирования по частям для определенного интеграла?

Т е м а XI.**Теория вероятностей и математическая статистика**

ЛИТЕРАТУРА: [2], гл. 16, §1-4; [3], гл. 16, § 93, 94; [7], гл. 4; § 4.1.

При изучении этой темы Вам следует обратить внимание, что *событие* является первоначальным понятием теории вероятностей, которое не определяется, как число в алгебре, точка, прямая и плоскость в геометрии.

Прежде чем приступить к решению задач по этой теме внимательно изучите следующие определения: перестановка, размещение и сочетание. Успех решения задач во многом зависит от правильности выбора формулы теории соединений. Изучите определения вероятности события и основные теоремы теории вероятностей.

12

11

Следует обратить внимание на следующие основные вопросы, которые необходимо выделить при изучении раздела теории вероятностей:

1) сумма совместных и несовместных событий;

2) произведение зависимых и независимых событий.

***Вопросы для самопроверки***

1. Что называется событием?
2. Определите понятие испытание.
3. Какие виды событий Вы знаете?
4. Дайте классическое определение вероятности.
5. Какие события называются несовместными?
6. Что называется условной вероятностью события?
7. Сформулируйте основные теоремы теории вероятностей.
8. Сформулируйте основные формулы для вероятностей событий

Т е м а XII. Прямые и плоскости в пространстве

ЛИТЕРАТУРА: [1], гл. 1, § 1, 2, 3; гл. 2, § 1, 2, 3; [2], гл. 20, § 1, 2; гл.10, §1; [3], гл. 12, § 77, 78, 79, 80.

При изучении этой темы необходимо освоить основные понятия стереометрии, аксиомы стереометрии и следствия из них. Изучить взаимное расположение прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей в пространстве, основные теоремы о параллельности прямой и плоскости, параллельности двух плоскостей, понятие угла между прямыми, угла между прямой и плоскостью, основные теоремы о перпендикулярности прямой и плоскости. Разобрать такие понятия, как двугранный угол, угол между плоскостями, линейный угол двугранного угла.

*Вопросы для самопроверки*

1. Что такое стереометрия?
2. Сформулируйте аксиомы стереометрии.
3. Докажите следствия из аксиом стереометрии.
4. Какие прямые в пространстве называются параллельными?
5. Какие прямые называются скрещивающимися?
6. Докажите свойства параллельных прямых.
7. Что значит прямая и плоскость параллельны?
8. Докажите теорему о параллельных прямых.
9. Какие плоскости называются параллельными?
10. Докажите свойства параллельных плоскостей.
11. Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?
12. Докажите лемму о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей прямой.
13. Дайте определение перпендикулярности прямой и плоскости.
14. Что такое перпендикуляр, опущенный из данной точки на плоскость?
15. Что такое наклонная, проведенная из данной точки на плоскость? Что такое проекция наклонной?
16. Сформулируйте и докажите теорему о трех перпендикулярах.
17. Какие плоскости называются перпендикулярными?
18. Докажите признак перпендикулярности двух плоскостей.
19. Что называется расстоянием между скрещивающимися прямыми?
20. Что называется двугранным углом?
21. Что такое линейный угол двугранного угла?
22. Почему мера двугранного угла не зависит от выбора линейного угла?
23. Что такое многогранный угол?

Т е м а XIII. Многогранники

ЛИТЕРАТУРА: [1], гл. 3, § 1, 2, 3; [2], гл. 23, гл. 25, §1, 2, 3; [3], гл. 13.

14

13

Прежде чем приступить к решению задач по этой теме изучите понятие многогранника, его поверхности, понятие правильного многогранника, определения призмы, параллелепипеда, определение пирамиды, правильной пирамиды.

Определите основные элементы многогранников.

*Вопросы для самопроверки*

1. Что такое многогранник (поверхность многогранника)?
2. Что такое призма (основные элементы призмы)?
3. Какая призма называется прямой (наклонной)?
4. Докажите формулу площади боковой поверхности прямой призмы.
5. Что такое параллелепипед?
6. Докажите свойства параллелепипеда.
7. Какой параллелепипед называется прямоугольным? Что такое линейные размеры прямоугольного параллелепипеда?
8. Что такое куб?
9. Что такое пирамида (основные элементы пирамиды)?
10. Какая пирамида называется правильной? Что такое ось правильной пирамиды?
11. Что такое апофема правильной пирамиды?
12. Объясните, что такое усеченная пирамида.
13. Какой многогранник называется правильным?
14. Как вычислить площадь полной поверхности призмы, пирамиды?
15. Как вычислить объем призмы, пирамиды?

Т е м а XIV. Тела вращения

ЛИТЕРАТУРА: [1], гл. 6; [2], гл. 24, гл. 25 § 5, 7; [3], гл. 14.

Прежде чем приступить к решению задач по этой теме изучите понятие тела вращения и поверхности вращения, определения цилиндра, конуса, шара, сферы, основные элементы и свойства перечисленных геометрических тел. Изучите формулы боковой, полной поверхности и объемов тел вращения.

*Вопросы для самопроверки*

1. Почему конус, цилиндр, шар и сфера являются телами вращения?
2. Какой цилиндр называется прямым?
3. Назовите основные элементы цилиндра.
4. Какой конус называется прямым?
5. Назовите основные элементы конуса.
6. Что такое усеченный конус?
7. Что такое шар (шаровая поверхность или сфера)?
8. Перечислите основные элементы шара?
9. Что является центром симметрии шара?
10. Какая плоскость называется касательной к шару?
11. Выведите уравнение сферы.

Т е м а XV. **Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии в пространстве**

ЛИТЕРАТУРА: [1], гл. 4; гл. 5, § 1, 2; [2], гл. 17, гл. 21.

В основе этой темы лежит понятие вектора и его координат на плоскости и в пространстве. Узловыми моментами являются действия с векторами: сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число, скалярное и векторное произведение двух векторов, смешанное произведение трех векторов. Особое внимание следует обратить на непростое определение векторного произведения векторов и на область применения каждого вида произведений векторов при решении задач геометрии (вычисление углов, площадей, объемов).

После подробного изучения элементов векторной алгебры следует перейти к обсуждению вопросов, связанных с составлением уравнений плоскости и прямой в пространстве.

*Вопросы для самопроверки*

1. Как определяется сумма и разность двух векторов?
2. Дайте определение коллинеарных и компланарных векторов.
3. Дайте определение проекции вектора на ось.

15

1. Как выглядит разложение вектора в системе орт на плоскости и в пространстве? Что такое координаты вектора?
2. Каковы свойства скалярного произведения векторов?
3. Как найти угол между векторами? Как найти длину вектора по его координатам?
4. Каково условие перпендикулярности двух векторов?
5. Как найти вектор, перпендикулярный двум данным векторам?
6. Как найти площадь треугольника, построенного на двух векторах?
7. Как найти объем пирамиды с вершинами в заданных точках?
8. Как выглядит условие компланарности трех векторов?
9. Что вы можете сказать о соответственных координатах двух коллинеарных векторов?

*КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА*

Задание № 1.

Выполнить действия

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

7) 

8) 

9) 

10) 

Задание № 2.

Вычислить

1)

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

7) 

8) 

9) 

10) 

Задание № 3.

Решить логарифмическое уравнение

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

7) 

8) 

9) 

10) 

Задание № 4.

Решить уравнение

1) 

2) 

20

3) 

4) 

5) 

6) 

7) 

8) 

9) 

10) 

Задание № 5.

Решить неравенства:

Задание № 6.

Решить логарифмическое неравенство

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

7) 

8) 

9) 

10) 

Задание № 7.

Решить иррациональное уравнение:

21

Задание № 8.

Чему равна точная градусная мера дуг?

Задание № 9.

Упростить выражение

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

Вычислить

6)  если 

7)  если 

8)  если 

9)  если 

10)  если 

Задание № 10.

Решить уравнение:

1. sinx
2. cosx=

24

1. tg x= 1
2. sin x=
3. cos=
4. tg x=
5. sin 2x=
6. cos 2x= 1
7. tg 3x=
8. sin x=

Задание № 11.

Решить уравнения

1) а)  б)  в) 

2) а)  б)  в) 

3) а)  б)  в) 

4) а)  б)  в) 

5) а)  б)  в) 

6) а)  б)  в) 

7) а)  б)  в) 

8) а)  б)  в) 

9) а)  б)  в) 

10) а)  б)  в) 

Задание № 12.

Вычислить производные функции в точке:

1) y=+3x-5 в точках x=0; x=-1; x=2

2) y=x4-3x2-2x-1 в точках x=0; x=1

1. y=x3-2x2-2x+1 в точках x=-1; x=2
2. y=x7- x3+2x в точках х=0; x=1
3. y=2x3-2x+5 в точках x=1; x=2
4. y=x4+2x3-x2+4 в точках x=-1; x=1

26

25

1. y=x3-2x+12 в точках x=0; x=2
2. y=x4-3x3-8 в точках x=-1; x=1
3. y=x5-4x3+x в точках x=0; x=-1
4. y=x3-4x2+8x- 1 в точках x=0; x=2

Задание № 13.

Найти производные

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Задание № 14

Написать уравнение касательной к графику функции y = f(x) в точке с абсциссой х0:

1. f(x) = х2+х+1, х0=1;
2. f(x) = , х0=3;
3. f(x) =sinx, х0= ;
4. f(x) = ln x, х0= 1;
5. f(x) = х-3х2, х0= 2;
6. f(x) = , х0= –2
7. f(x) = ех, х0= 0;
8. f(x) =, х0= 1;
9. f(x) = х2-3х+2, х0=3;
10. f(x) = х2-х+1, х0= –1.

Задание № 15

Исследовать методами дифференциального исчисления функцию  и, используя результат исследования, построить её график

1) 

2) 

28

3) 

4) 

5) 

6) 

7) 

8) 

9) 

10) 

Задание № 16

Для функции f(x) найдите первообразную, график которой проходит через точку М(х;у)

1. f(x) = 3х2 + 2х – 6х5 – 1, М(1; – 4);
2. f(x) = 10х9 – 6х5 + 12х2 – 1, М(1; 6);
3. f(x) = 3х2 – 4х + 8, М(2; – 6);
4. f(x) = 15х4 – 9х2 + 4х – 3, М(– 1; 4);
5. f(x) = 7х6 – 5х4 + 8х – 5, М( 1; – 7);
6. f(x) = 5х4 – 3х2+ 4х – 10, М(– 1; 3);
7. f(x) = , М(9; – 2);
8. f(x) = , М(9; 10);
9. f(x) = , М(– 0,5; 3);
10. f(x) = , М(; 0).

Задание № 17

Вычислите интеграл

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 

Задание № 18

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

1. у = – х2 + 3 и у = 2х;
2. у = 2х2; у = 0; х = – 1; х = 3;
3. у = х2+ 2; у = 0; х = – 3; х = 1;
4. у = х3 + 2; у = 0; х = 0; х = 2;
5. у = х2– 6; у = 0; х = 2; х = 4;
6. у = – х2+ 2; у = – х;

30

1. у = (х+1)2, у = 1 – х, осью Ох;
2. у = 4 – х2, у = х + 2, осью Ох;
3. у = 4х – х2, у = 4 – х, осью Ох;
4. у = 3х2, у = 1,5х + 4,5, х = 0.

Задание № 19

Решите уравнения:

1. А;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. ;
9. ;
10. .

Задание № 20

Решите задачи:

1. В программе для компьютера, написанной в Турбо Паскале, использована функция Random(х), генерирующая целые случайные числа от 1 до х. Какова вероятность того, что при выполнении этой функции появится число, делящееся на 5, если х = 100?
2. Готовясь к докладу, студент выписал из книги цитату, но, забыв номер страницы, на которой она находится, написал номер наудачу. Какова вероятность того, что студент написал нужный номер, если он помнит, что номер выражается двузначным числом с различными цифрами?
3. Ребенок играет с буквами разрезной азбуки. Какова вероятность того, что, разложив в ряд буквы К, И, Р, Д, А, Н, З, П, он составит слово ПРАЗДНИК?
4. В урне находятся 20 белых и 15 черных шаров. Наудачу вынимают один шар, который оказывается белым, и откладывают его в сторону. После этого берут еще один шар. Найдите вероятность того, что этот шар тоже окажется белым?
5. В урне находятся 7 белых и 5 черных шаров. Найдите вероятность того, что 1)наудачу вынутый шар окажется черным; 2) два наудачу вынутых шара окажутся черными.
6. Известно, что в поступившей партии из 30 швейных машинок 10 машинок имеют внутренний дефект. Определите вероятность того, что из партии в пять наудачу взятых машинок три окажутся бездефектными.
7. Изготовлена партия обуви в количестве 22 пар. Известно, что в ней находится 10 пар бракованных. Для проверки отобраны 4 пары. Определить вероятность того, что в отобранных парах одна, две или три окажутся бракованными.
8. В магазине надо оформить ценник на товар стоимостью 4 рубля 54 копейки. Из коробки, в которой содержится по одному штемпелю с каждой из цифр от 0 до 9, наудачу извлечены 3 штемпеля. Какова вероятность того, что среди них имеются нужные штемпеля с цифрами «4» и «5».
9. Имеются 7 радиоламп, среди которых 3 неисправные. Наугад выбирают друг за другом две лампы. Какова вероятность того, что обе лампы окажутся исправными?
10. В корзине 12 синих и 8 красных шаров. Наудачу вынимают два шара. Какова вероятность того, что 1) шары окажутся одного цвета; 2) шары окажутся разного цвета?

32

Задание № 21

Решите задачи:

1. Концы данного отрезка длиной 125см отстоят от плоскости на 100см и 56 см. Найдите длину его проекции, если отрезок не пересекает плоскость.
2. Дан Δ АВС. Плоскость, параллельная прямой АВ, пересекает сторону АС этого треугольника в точке А1, а сторону ВС – в точке В1. Найдите длину отрезка А1В1, если АВ=20см,АА1:АС=3:5
3. Точка К лежит между параллельными плоскостями β и α. Прямые а и в, проходящие через точку К , пересекают плоскость α в точках А1 и В1, а плоскость β в точках А2и В2 соответственно. Найдите КВ1, если А1К : А1А2 = 1 : 3, В1В2=15см.
4. Через концы отрезка АВ и его середину С проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках А1,В1 и М1 . Найдите длину отрезка ММ1 , если отрезок АВ не пересекает плоскость и если АА1 = 17см, ВВ1=33см.
5. На сторонах АВ и АС Δ АВС взяты соответственно точки Д и Е так, что ДЕ=5см и ВД : ДА=2 : 3. Плоскость α проходит через точки В и С и параллельна отрезку ДЕ. Найдите длину отрезка ВС.
6. Параллельные плоскости β и α пересекают стороны угла АВС в точках А1,С1, А2,С2 соответственно. Найдите ВС1, если А1В:А1А2=1: 3 и ВС2=12см.
7. Отрезок АВ параллелен плоскости и равен 10см. Отрезок ВА1, соединяющий конец В с проекцией А1 другого конца составляет с плоскостью угол 60 0 . Определите длину отрезка ВА1.
8. На сторонах КР и РМ ΔКРМ взяты точки А и В так, что АВ : КМ = 3 : 5 и АК=2см. Плоскость α проходит через сторону КМ этого треугольника и параллельна отрезку АВ. Найдите длину отрезка РК.
9. ) Сторона АВ Δ АВС лежит в плоскости β. Через середину отрезка АС- точку Р проведена плоскость α , параллельная плоскости β и пересекающая ВС в точке Е . Найдите АВ, если РЕ=7 см.
10. Из точек А и В плоскости проведены вне ее параллельные между собой отрезки: АС=8см и ВД=6см. Прямая проведенная через С и Д, пересекает плоскость в точке Е. Отрезок АВ=4см. Определить расстояние ВЕ.

Задание № 22

Решите задачи:

1. Отрезок АВ пересекает некоторую плоскость в точке О. Прямые АД и ВС, перпендикулярные этой плоскости, пересекают ее в точках Д и С соответственно, АД=6см, ВС=2см,ОС=1,5см. Найдите АВ.
2. Стороны равностороннего треугольника равны 3 см. Найдите расстояние до плоскости треугольника от точки, которая находится на расстоянии 2 м от каждой из его вершин.
3. Из точки к плоскости проведены две наклонные. Найдите длины наклонных, если одна из них на 26см больше другой, а проекции наклонных равны 12 см и 40см.
4. Прямая СД перпендикулярна плоскости остроугольного треугольника АВС. СК – его высота. Докажите, что прямые ДК и АВ взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние от точки А до плоскости ДКС, если ДА=см,  ДАК=450.
5. Из двух точек, лежащих в перпендикулярных плоскостях, проведены перпендикуляры на линию пересечения этих плоскостей. Найти расстояние между данными точками, если длины перпендикуляров 5м и 4м, расстояние между основаниями перпендикуляров 5м.
6. Отрезок АВ пересекает некоторую плоскость в точке О. Через концы отрезка проведены прямые АМ и ВК, перпендикулярные плоскости и пересекающие ее в точках М и К соответственно. Найдите АМ, если МО=3см, ОК=7см, ВК=12см.

34

33

1. Прямая СД перпендикулярна к плоскости правильного треугольника АВС. Через центр О этого треугольника проведена прямая ОК , параллельная прямой СД. Известно, что АВ=16см , СД=16см. Найдите расстояние от точек Д и К до вершин А и В треугольника.
2. Из точки М к плоскости α проведены две наклонные, длины которых 18 см и 2см их проекции на эту плоскость относятся как 3 : 4 . Найдите расстояние от точки М до плоскости α..
3. Диагонали плоского четырехугольника АВСД пересекаются в точке О. Из точки О проведены перпендикуляр ОК и перпендикуляр ОМ к прямой АВ. Найдите расстояние от точки В до плоскости ОКМ, если МК=см, МКВ=300 **.**
4. Из двух точек, лежащих в перпендикулярных плоскостях, проведены перпендикуляры на линию пересечения этих плоскостей. Найти расстояние между данными точками, если длины перпендикуляров 6м и 3м, расстояние между основаниями перпендикуляров 7м.

Задание № 23

Решите задачи:

1. В основании прямой призмы лежит прямоугольник, стороны которого 2 см и 3см. Высота призмы 6см. Найти длину диагонали призмы.
2. В прямоугольном параллелепипеде стороны основания 7 дм и 24 дм, а высота параллелепипеда равна 8дм. Определить площадь диагонального сечения.
3. В прямом параллелепипеде стороны основания 4 см и 6см образуют угол 450.Меньшая диагональ параллелепипеда равна см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
4. Требуется установить резервуар для воды емкостью 100м3 на прямоугольной площадке размером 5 × 2,5м, служащей для нее дном. Найдите высоту резервуара.
5. Апофема правильной четырехугольной пирамиды 15м, сторона основания 16м. Определить площадь диагонального сечения.
6. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 5м. Найдите апофему пирамиды, если известно, что сторона ее основания относится к апофеме так же как 1 : 2 .
7. В правильной треугольной пирамиде высота равна 12см, а высота основания 15см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
8. В основании четырехугольной пирамиды лежит ромб с острым углом ВАС, равным 60**0.**Две смежные боковые грани, проходящие через ребро SВ, перпендикулярны основанию. Найдите объем пирамиды, если АВ=2см, SВ=3см.
9. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 4см. Найдите объем пирамиды, если двугранный угол при основании ее равен 45**0**  .
10. В правильной треугольной пирамиде высота равна 12см, а высота основания 15см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Задание № 24

Решите задачи:

1. Радиус основания прямого цилиндра равен 8см, его высота равна 4см. Найдите площадь осевого сечения.

36

1. Радиус основания прямого конуса 12дм, образующая 20см. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.
2. Сечение шара плоскостью находится на расстоянии дм от центра шара. Площадь этого сечения 36π дм2. Найдите площадь сферы.
3. Радиус основания прямого цилиндра 5см; площадь осевого сечения 70см2. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.
4. Высота прямого цилиндра на 10см больше радиуса основания, а полная поверхность равна 144π м2. Определить радиус основания и высоту цилиндра.
5. Образующая усеченного конуса равна 7см; площадь нижнего основания 49π м2.; площадь верхнего основания 9π м2.Найдите площадь полной поверхности усеченного конуса.
6. Сечение шара плоскостью находиться на расстоянии 15см от центра шара; площадь этого сечения 64π см2. Найдите объем шара.
7. Высота прямого конуса равна 12см, а его объем равен 324π м3. Найдите площадь основания этого конуса.
8. Плоскость параллельна оси прямого цилиндра, отстоит от нее на расстояние, равное 15см. Диагональ получившегося сечения 20см, а радиус основания цилиндра – 17см. Найдите объем цилиндра.
9. Прямоугольный лист жести размером 2010см свернут в трубку. Найдите объем трубки.

Задание № 25

Даны координаты четырех точек А1, А2, А3, А4. Требуется средствами векторной алгебры найти:

а) угол между векторами ;

б) площадь треугольника А1А2А3;

в) проекцию вектора на вектор .

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1) | А1= (0,1,2) | А2 =(–3,1,1) | А3 = (1,0,7) | А4 = (0,2,7) |
| 2) | А1= (1,– 1,4) | А2 =(1,7,2) | А3 = (1,0,1) | А4 = (2,3,– 2) |
| 3) | А1= (1,2,3) | А2 =(0,– 1,4) | А3 = (1,1,– 3) | А4 = (2,1,– 7) |
| 4) | А1= (– 2,0,0) | А2 =(1,6,11) | А3 = (2,7,1) | А4 = (1,– 3,4) |
| 5) | А1= (4,4,10) | А2 =(4,10,2) | А3 = (2,8,3) | А4 = (9,6,4) |
| 6) | А1= (4,6,5) | А2 =(6,9,4) | А3 = (2,10,10) | А4 = (7,5,9) |
| 7) | А1= (– 2,1,9) | А2 =(8,7,5) | А3 = (– 2,7,– 10) | А4 = (8,2,4) |
| 8) | А1= (3,5,9) | А2 =(2,7,1) | А3 = (2,1,– 1) | А4 = (1,– 1,0) |
| 9) | А1= (2,0,0) | А2 =(– 1,3,4) | А3 = (8,6,10) | А4 = (1,0,1) |
| 10) | А1= (7,7,3) | А2 =(6,5,8) | А3 = (3,5,8) | А4 = (8,4,1) |

Задание № 26

Даны точки А, В, С и Д. Найти 1) скалярное произведение векторов и ; 2) векторное произведение векторов , если:

1. А(1,2,3), В(-1,5,7), С(6,-7,1), Д(4,0,8);
2. А(1,2,3), В(5,7,4), С(6,-7,1), Д(-4,3,8);
3. А(6,7,8), В(-1,5,7), С(0,-5,3), Д(1,2,3);
4. А(-2,6,-7), В(1,4,7), С(6,-8,1), Д(14,2,8);
5. А(0,3,3), В(-4,5,2), С(3,-1,2), Д(4,2,-8);
6. А(3,4,5), В(-1,4,2), С(5,-2,0), Д(3,1,-4);
7. А(-1,5,6), В(1,2,3), С(4,0,8), Д(6,-7,1);
8. А(-1,5,7), В(-6,4,9), С(0,4,5), Д(4,0,8);
9. А(-3,4,-5), В(0,3,3), С(6,1,-4), Д(-1,5,7);
10. А(1,2,3), В(5,9,10), С(-5,7,3), Д(4,-6,1).