

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Магнитогорский государственный технический
университет им. Г.И. Носова»

Кафедра электроники и микроэлектроники



**ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА**

*Методические указания к контрольной работе № 2
по дисциплине «Теоретические основы электротехники»
для студентов-заочников специальностей
210106, 140604, 140211*

Магнитогорск
2008

Составители: И.А. Селиванов
А.С. Карандаев
О.И. Петухова

Исследование линейных электрических цепей синусоидального тока: Методические указания к контрольной работе № 2 по дисциплине «Теоретические основы электротехники» для студентов-заочников специальностей 210106, 140604, 140211. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2008. – 35 с.

Методические указания предназначены для студентов-заочников электротехнических специальностей, изучающих дисциплину «Теоретические основы электротехники». Они содержат варианты контрольной работы № 2 и примеры расчетов. Исследование влияния параметров цепи на режим работы проводится с использованием ПК по программам, составленным авторами.

Рецензент **В.И. Косматов**

© Селиванов И.А.,
Карандаев А.С.,
Петухова О.И., 2008

Введение

Раздел «Линейные электрические цепи постоянного тока» в курсе «Теоретические основы электротехники» ставит следующие задачи: изучить законы Ома и Кирхгофа и методы расчета цепей синусоидального тока, основанных на этих законах; применение этих методов для расчета простейших цепей с одним источником и сложных цепей с несколькими ЭДС; изучить явление резонанса токов и напряжений в разветвленной цепи и уметь определять параметры цепи в этих режимах, строить векторные диаграммы токов и топографические диаграммы напряжений, применять символьский метод расчета цепей синусоидального тока, определять мощность цепи.

Контрольная работа состоит из трех задач. В первой рассчитывается разветвленная цепь с одним источником ЭДС синусоидального тока. Вторая посвящена расчету разветвленной цепи в резонансном режиме и исследованию частотных характеристик. В третьей задаче сложная электрическая цепь с несколькими источниками ЭДС. Построение векторных и топографических диаграмм в каждой задаче способствует более глубокому пониманию физических процессов, происходящих в цепи.

Основные расчеты и исследования влияния параметров на режим работы цепи проводятся по программам, разработанным авторами на ЦВМ.

По результатам исследований студент строит соответствующие графики, анализирует их и делает соответствующие выводы о влиянии заданного параметра на режим работы исследуемой цепи.

Индивидуальные задания для студентов состоят из трех задач. Номер варианта определяется двумя последними цифрами шифра студента. Если две последние цифры образуют число больше 50, необходимо полученное число разделить на 2 и округлить до целого числа в меньшую сторону.

Задача 1. Исследование электрических цепей синусоидального тока с одним источником питания

1. По базе данных (табл.1.1) для своего варианта определить параметры электрической цепи (рис. 1.1), питающейся от сети синусоидального тока с напряжением U .

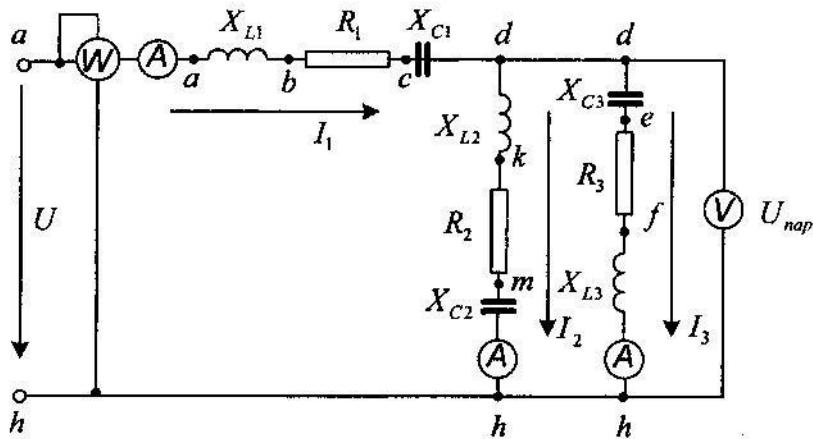


Рис. 1.1. Электрическая цепь

2. Определить комплексные сопротивления ветвей в алгебраической и показательной формах.
3. Рассчитать комплексные сопротивления параллельного участка dh в алгебраической и показательной формах.
4. Определить комплексное входное сопротивление в алгебраической и показательной формах.
5. Рассчитать входной ток I_1 в алгебраической и показательной формах.
6. Рассчитать напряжение параллельного участка dh $U_{\text{пар}}$ в алгебраической и показательной формах.
7. Рассчитать токи второй и третьей ветвей параллельного участка dh в алгебраической и показательной формах.

Таблица 1.1

Исходные данные для задачи №1

Номер варианта	U, B	Сопротивления элементов цепи, Ом								Индекс изменяемого параметра
		R_1	X_{L2}	X_{C1}	R_2	X_{L2}	X_{C2}	R_3	X_{L3}	
3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	150	5	5	10	7	28	14	10	10	20
	2	300	6	6	12	8	32	16	12	24
	3	300	7	7	14	9	36	18	14	28
	4	300	8	8	16	11	44	22	16	32
	5	300	9	9	18	12	48	24	18	36
	6	300	10	10	20	14	56	28	20	40
	7	300	11	11	22	15	60	30	22	44
	8	300	12	12	24	16	64	32	24	48
	9	300	13	13	26	18	72	36	26	52
	10	300	14	14	28	19	76	38	28	56
	11	100	15	15	30	21	84	42	30	60
	12	100	16	16	32	22	88	44	32	64
	13	100	17	17	34	23	92	46	34	68
	14	100	18	18	36	25	100	50	36	72
	15	100	19	19	38	26	104	52	38	76
	16	100	20	20	40	28	112	56	40	80
	17	100	19	19	38	26	104	52	38	76

Продолжение табл. 1.1

Номер варианта	U, B	Сопротивления элементов цепи, Ом								Индекс изменяемого параметра	
		R_1	X_{L2}	X_{C1}	R_2	X_{L2}	X_{C2}	R_3	X_{L3}		
18	100	18	18	36	25	100	50	36	36	72	18
19	100	17	17	34	23	92	46	34	34	68	19
20	100	16	16	32	22	88	44	32	32	64	20
21	150	15	15	30	21	84	42	30	30	60	21
22	150	14	14	28	19	76	38	28	28	56	22
23	150	13	13	26	18	72	36	26	26	52	23
24	150	12	12	24	16	64	32	24	24	48	24
25	150	11	11	22	15	60	30	22	22	44	25
26	150	10	10	20	14	56	28	20	20	40	26
27	150	9	9	18	12	48	24	18	18	36	27
28	150	8	8	16	11	44	22	16	16	32	28
29	150	7	7	14	9	36	18	14	14	28	29
30	150	6	6	12	8	32	16	12	12	24	30
31	200	5	5	10	7	28	14	10	10	20	31
32	200	6	6	12	8	32	16	12	12	24	32
33	200	7	7	14	9	36	18	14	14	28	33
34	200	8	8	16	11	44	22	16	16	32	34
35	200	9	9	18	12	48	24	18	18	36	35
36	200	10	10	20	14	56	28	20	20	40	36
37	200	11	11	22	15	60	30	22	22	44	37

→

Окончание табл. 1.1

Номер варианта	U, B	Сопротивления элементов цепи, Ом								Индекс изменяемого параметра	
		R_1	X_{L2}	X_{C1}	R_2	X_{L2}	X_{C2}	R_3	X_{L3}		
38	200	12	12	24	16	64	32	24	24	48	38
39	200	13	13	26	18	72	36	26	26	52	39
40	200	14	14	28	19	76	38	28	28	56	40
41	250	15	15	30	21	84	42	30	30	60	41
42	250	16	16	32	22	88	44	32	32	64	42
43	250	17	17	34	23	92	46	34	34	68	43
44	250	18	18	36	25	100	50	36	36	72	44
45	250	19	19	38	26	104	52	38	38	76	45
46	250	20	20	40	28	112	56	40	40	80	46
47	250	19	19	38	26	104	52	38	38	76	47
48	250	18	18	36	25	100	50	36	36	72	48
49	250	17	17	34	23	92	46	34	34	68	49
50	250	16	16	32	22	88	44	32	32	64	50

8. Рассчитать полную, реактивную и активную мощности, потребляемые цепью.

9. Определить показания измерительных приборов.

10. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.

11. Исследовать влияние параметра, индекс которого указан в столбце 11 табл. 1.1, на токи ветвей и потребляемые мощности. Построить графики $I = f(\text{параметр})$ и $S, Q, P = f(\text{параметр})$, проанализировать их, сделать выводы.

Решение

Определение комплексных сопротивлений

Комплексное сопротивление ветви

$$\dot{Z}_i = R_i + j \cdot X = Z e^{j\varphi_i},$$

где R_i – активное сопротивление i -й ветви;

X_i – реактивное сопротивление i -й ветви $X_i = X_{L,i} - X_{C,i}$;

Z_i – модуль сопротивления i -й ветви $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$;

φ_i – аргумент сопротивления i -ой ветви $\varphi_i = \arctg\left(\frac{X_i}{R_i}\right)$.

Комплексное сопротивление параллельного участка dh

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{nap} &= \frac{\dot{Z}_2 \cdot \dot{Z}_3}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3} = \frac{Z_2 e^{j\varphi_2} \cdot Z_3 e^{j\varphi_3}}{R_2 + jX_2 + R_3 + jX_3} = \frac{Z_{\text{час}} e^{j(\varphi_2 + \varphi_3)}}{R_{\text{зн}} + jX_{\text{зн}}} = \\ &= \frac{Z_{\text{час}} e^{j(\varphi_2 + \varphi_3)}}{Z_{\text{зн}} e^{j\varphi_{\text{зн}}}} = Z_{nap} e^{j\varphi_{nap}} = R_{nap} + jX_{nap}, \end{aligned}$$

где $Z_{\text{зн}}$ – модуль знаменателя $Z_{\text{зн}} = \sqrt{R_{\text{зн}}^2 + X_{\text{зн}}^2}$;

$\varphi_{\text{зн}}$ – аргумент знаменателя $\varphi_{\text{зн}} = \arctg\left(\frac{X_{\text{зн}}}{R_{\text{зн}}}\right)$;

Z_{nap} – модуль сопротивления параллельного участка

$$Z_{\text{нап}} = Z_{\text{чис}} / Z_{\text{ш}};$$

$\varphi_{\text{нап}}$ – аргумент сопротивления параллельного участка

$$\varphi_{\text{нап}} = \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_{\text{ш}}.$$

Активная часть сопротивления параллельного участка

$$R_{\text{нап}} = Z_{\text{нап}} \cos \varphi_{\text{нап}}.$$

Реактивная часть сопротивления параллельного участка

$$X_{\text{нап}} = Z_{\text{нап}} \sin \varphi_{\text{нап}}.$$

Комплексное входное сопротивление

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = R_1 + jX_1 + R_{\text{нап}} + jX_{\text{нап}} = R_{\text{вх}} + jX_{\text{вх}} = Z_{\text{вх}} e^{j\varphi_{\text{вх}}},$$

где $R_{\text{вх}}$ – активное входное сопротивление $R_{\text{вх}} = R_1 + R_{\text{нап}}$;

$X_{\text{вх}}$ – реактивное входное сопротивление $X_{\text{вх}} = X_1 + X_{\text{нап}}$;

$Z_{\text{вх}}$ – модуль входного сопротивления $Z_{\text{вх}} = \sqrt{R_{\text{вх}}^2 + X_{\text{вх}}^2}$;

$\varphi_{\text{ш}}$ – аргумент входного сопротивления $\varphi_{\text{вх}} = \arctg(\frac{X_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}})$.

Расчет токов

Входной ток определяется уравнением

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}_{\text{вх}}} = \frac{U e^{j\varphi_u}}{Z_{\text{вх}} e^{j\varphi_{\text{вх}}}} = I_1 e^{j(\varphi_u - \varphi_{\text{вх}})} = I_{1,\text{ак}} + jI_{1,\text{peak}},$$

где I_1 – модуль входного тока $I_1 = \frac{U}{Z_{\text{вх}}}$;

$\varphi_{1,\text{вх}}$ – аргумент входного тока $\varphi_{1,\text{вх}} = \varphi_u - \varphi_{\text{вх}}$;

$I_{1,\text{ак}}$ – вещественная часть входного тока $I_{1,\text{ак}} = I_1 \cos \varphi_{\text{вх}}$;

$I_{1,\text{peak}}$ – минимая часть входного тока $I_{1,\text{peak}} = I_1 \sin \varphi_{\text{вх}}$.

Напряжение параллельного участка находим по уравнению

$$\dot{U}_{nap} = \dot{I}_1 \dot{Z}_{nap} = I_1 e^{j\varphi_{u,ac}} Z_{nap} e^{j\varphi_{nap}} = U_{nap} e^{j(\varphi_{u,ac} + \varphi_{nap})} = U_{nap,ac} + jU_{nap,peak},$$

где U_{nap} – модуль напряжения параллельного участка

$$U_{nap} = I_1 Z_{nap};$$

$\varphi_{u,nap}$ – аргумент напряжения параллельного участка

$$\varphi_{nap} = \varphi_{i,ac} + \varphi_{u,nap};$$

$U_{nap,ac}$ – вещественная часть напряжения параллельного участка $U_{nap,ac} = U_{nap} \cos \varphi_{u,nap}$;

$U_{nap,peak}$ – мнимая часть напряжения параллельного участка

$$U_{nap,peak} = U_{nap} \sin \varphi_{u,nap}.$$

Для проверки выполненных расчетов целесообразно провести определение напряжения параллельного участка по другим уравнениям, а именно:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{nap} &= \dot{U} - \dot{I}_1 \dot{Z}_{nap} = U e^{j\varphi_u} - U_1 e^{j(\varphi_u + \varphi_{i,ac})} = (U_{ac} + jU_{peak}) - \\ &- (U_{1,ac} + jU_{1,peak}) = U_{nap,ac} + jU_{nap,peak}, \end{aligned}$$

где U_{ac} , U_{peak} – вещественная и мнимая части входного напряжения $U_{ac} = U \cos \varphi_u = U$, $U_{peak} = U \sin \varphi_u = 0$, так как по заданию $\varphi_u = 0$;

$U_{1,ac}$, $U_{1,peak}$ – вещественная и мнимая части входного напряжения

$$U_{1,ac} = I_1 Z_1 \cos(\varphi_u + \varphi_{i,ac}); U_{1,peak} = I_1 Z_1 \sin(\varphi_u + \varphi_{i,ac});$$

$U_{nap,ac}$, $U_{nap,peak}$ – вещественная и мнимая части напряжения параллельного участка

$$U_{nap,ac} = U_{ac} - U_{1,ac}, U_{nap,peak} = U_{peak} - U_{1,peak}.$$

Ток второй ветви I_2 определяется по уравнению

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{nap}}{\dot{Z}_2} = \frac{U_{nap} e^{j\varphi_{u,nap}}}{Z_2 e^{j\varphi_2}} = I_2 e^{j(\varphi_{u,nap} - \varphi_2)} = I_{2,ac} + jI_{2,peak},$$

где I_2 – модуль тока второй ветви $I_2 = U_{nap} / Z_2$;

φ_{i_2} – аргумент тока второй ветви $\varphi_{i_2} = \varphi_{u,nap} - \varphi_2$;

$I_{2,ak}$ и $I_{2,peak}$ – вещественная и мнимая части тока второй ветви $I_{2,ak} = I_2 \cos \varphi_{i_2}$, $I_{2,peak} = I_2 \sin \varphi_{i_2}$.

Ток третьей ветви I_3 находится по уравнению

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{nap}}{\dot{Z}_3} = \frac{U_{nap} e^{j\varphi_{u,nap}}}{Z_3 e^{j\varphi_3}} = I_3 e^{j(\varphi_{u,nap} - \varphi_3)} = I_{3,ak} + jI_{3,peak},$$

где I_3 – модуль тока второй ветви $I_3 = U_{nap} / Z_3$;

φ_{i_3} – аргумент тока второй ветви $\varphi_{i_3} = \varphi_{u,nap} - \varphi_3$;

$I_{3,ak}$ и $I_{3,peak}$ – вещественная и мнимая части тока третьей ветви $I_{3,ak} = I_3 \cos \varphi_{i_3}$, $I_{3,peak} = I_3 \sin \varphi_{i_3}$.

Результаты расчетов сводим в табл. 1.8.

В качестве проверки проведенных расчетов рассчитать вещественную и мнимую составляющие тока I_1 по уравнениям

$$I_{1,ak} = I_{2,ak} + I_{3,ak}; \quad I_{1,peak} = I_{2,peak} + I_{3,peak}.$$

Расчет полной, реактивной и активной мощностей и определение показаний измерительных приборов

Расчет полной, реактивной и активной мощностей ведем по уравнениям:

$$S = UI; \quad Q = S \sin \varphi_{ax}; \quad P = S \cos \varphi_{ax}.$$

Для проверки проведенных расчетов рассчитать активную, реактивную и полную мощности по уравнениям:

$$P_R = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3; \quad Q_X = I_1^2 X_1 + I_2^2 X_2 + I_3^2 X_3; \\ S = \sqrt{P_R^2 + Q_X^2}.$$

Показания амперметров и вольтметра равны модулям токов и модулю напряжения. Показание ваттметра равно активной мощности, потребляемой цепью.

Построение векторной диаграммы токов и топографической диаграммы напряжений

Построение векторной диаграммы токов проводится в следующей последовательности:

1. По вещественной оси откладывается вещественная составляющая тока $I_{2,ак}$.

2. К концу вектора $I_{2,ак}$ пристраивается вектор $I_{2,peak}$, который располагается по мнимой оси.

3. Соединяют начало вектора $I_{2,ак}$ с концом вектора $I_{2,peak}$ и получается вектор тока I_2 .

4. К концу вектора I_2 пристраивается вектор $I_{3,ак}$, который располагается по вещественной оси.

5. К концу вектора $I_{3,ак}$ пристраивается вектор $I_{3,peak}$, который располагается по мнимой оси.

6. Начало вектора $I_{3,ак}$ соединяется с концом вектора $I_{3,peak}$ и получают вектор тока I_3 .

6. Далее начало вектора $I_{2,ак}$ (начало координат) соединяют с концом вектора I_3 и получают вектор тока I_1 .

Построение ведется в масштабе.

Векторная диаграмма токов построена рис. 1.2.

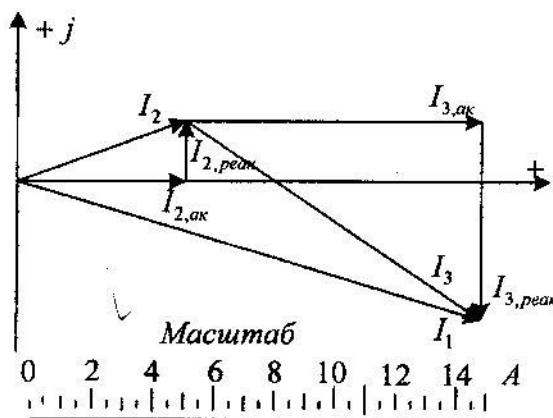


Рис. 1.2. Векторная диаграмма токов

Построение топографической диаграммы напряжений проводится в следующей последовательности:

1. Точку h условно заземляют, что позволяет потенциал этой точки приравнять нулю $F_h = 0$.

2. Потенциал точки m определяется уравнением

$$\dot{F}_m = \dot{I}_2 X_{C2} e^{-j1,57} = I_2 X_{C2} e^{j(\varphi_{i,2}-1,57)} = F_{m,ak} + jF_{m,peak},$$

где F_m , $F_{m,ak}$, $F_{m,peak}$ – модуль, вещественная и мнимая части потенциала точки m F_m

$$F_m = I_2 X_{c2}; F_{m,ak} = F_m \cos(\varphi_{i,2} - 1,57);$$

$$F_{m,peak} = F_m \sin(\varphi_{i,2} - 1,57).$$

3. Из начала координат (точка h) проводят вектор $F_{m,ak}$ по вещественной оси в положительном направлении, если $F_{m,ak} > 0$, и отрицательном, если $F_{m,ak} < 0$.

4. К концу вектора $F_{m,ak}$ пристраивают вектор $F_{m,peak}$, который располагается по мнимой оси в отрицательном направлении, если $F_{m,peak} < 0$, и положительном, если $F_{m,peak} > 0$.

5. Соединяя начало вектора $F_{m,ak}$ с концом вектора $F_{m,peak}$, получают вектор потенциала F_m .

Вектор F_m отстает от вектора тока I_2 на 90° (1,57 рад).

6. Потенциал точки k определяется уравнением

$$\dot{F}_k = \dot{F}_m + \dot{I}_2 R_2 = \dot{F}_m + I_2 R_2 e^{j\varphi_{i,2}} = \dot{F}_m + F_{k,ak} + jF_{k,peak}$$

где F_k , $F_{k,ak}$, $F_{k,peak}$ – модуль, вещественная и мнимая части потенциала точки k F_k :

$$F_k = I_2 R_2; F_{k,ak} = F_k \cos \varphi_{i,2}; F_{k,peak} = F_k \sin \varphi_{i,2}.$$

7. К концу вектора F_m пристраивается вектор $F_{k,ak}$, который располагается по вещественной оси в положительном направлении, если $F_{k,ak} > 0$, и отрицательном, если $F_{k,ak} < 0$.

8. К концу вектора $F_{k,ak}$ пристраивают вектор $F_{k,peak}$, который располагается по мнимой оси в положительном направлении, если $F_{k,peak} > 0$, и отрицательном, если $F_{k,peak} < 0$.

9. Далее соединяют начало вектора $F_{k,ak}$ с концом вектора $F_{k,peak}$ и получают вектор потенциала F_k .

Вектор F_k параллелен вектору тока I_2 .

10. Потенциал точки d определяется уравнением

$$\begin{aligned}\dot{F}_d &= \dot{F}_k + \dot{I}_2 X_{L2} e^{j1,57} = \dot{F}_d + I_2 X_{L2} e^{j(\phi_{i,2}+1,57)} = \\ &= \dot{F}_k + F_{d,ak} + jF_{d,peak},\end{aligned}$$

где F_d , $F_{d,ak}$, $F_{d,peak}$ – модуль, вещественная и мнимая части потенциала точки d F_d :

$$\begin{aligned}F_d &= I_2 X_{L2}; F_{d,ak} = F_d \cos(\phi_{i,2} + 1,57); \\ F_{d,peak} &= F_d \sin(\phi_{i,2} + 1,57).\end{aligned}$$

11. К концу вектора F_k пристраивают вектор $F_{d,ak}$, который располагается по вещественной оси в отрицательном направлении, если $F_{d,ak} < 0$, и в положительном, если $F_{d,ak} > 0$.

12. К концу вектора $F_{d,ak}$ пристраивают вектор $F_{d,peak}$, который располагается по мнимой оси в положительном направлении, если $F_{d,peak} > 0$, и в отрицательном, если $F_{d,peak} < 0$.

13. Соединив начало вектора $F_{d,ak}$ с концом вектора $F_{d,peak}$, получают вектор потенциала F_d .

Вектор F_d опережает вектор тока I_2 на 90° (1,57 рад).

14. Потенциал точки c определяется уравнением

$$\begin{aligned}\dot{F}_c &= \dot{F}_d + \dot{I}_1 X_{C1} e^{-j1,57} = \dot{F}_d + I_1 X_{C1} e^{j(\phi_{i,1}-1,57)} = \\ &= \dot{F}_d + F_{c,ak} + jF_{c,peak},\end{aligned}$$

где F_c , $F_{c,ak}$, $F_{c,peak}$ – модуль, вещественная и мнимая части потенциала точки c F_c :

$$F_c = I_1 X_{cl}, F_{c,ak} = F_c \cos(\varphi_{i,1} - 1,57);$$

$$F_{c,peak} = F_c \sin(\varphi_{i,1} - 1,57).$$

15. К концу вектора F_d пристраивают вектор $F_{c,ak}$, который располагается по вещественной оси в отрицательном направлении, если $F_{c,ak} < 0$, и в положительном, если $F_{c,ak} > 0$.

16. К концу вектора $F_{c,ak}$ пристраивают вектор $F_{c,peak}$, который располагается по мнимой оси в отрицательном направлении, если $F_{c,peak} < 0$, и в положительном, если $F_{c,peak} > 0$.

17. Соединив начало вектора $F_{c,ak}$ с концом вектора $F_{c,peak}$, получаем вектор потенциала F_c .

Вектор F_d отстает от вектора тока I_1 на 90° (1,57 рад).

18. Потенциал точки b определяется уравнением

$$\dot{F}_b = \dot{F}_c + \dot{I}_1 R_1 = \dot{F}_c + I_1 R_1 e^{j\varphi_{i,2}} = \dot{F}_c + F_{b,ak} + jF_{b,peak},$$

где F_b , $F_{b,ak}$, $F_{b,peak}$ – модуль, вещественная и мнимая части потенциала точки b F_b :

$$F_b = I_1 R_1; F_{b,ak} = F_b \cos \varphi_{i,1}; F_{b,peak} = F_b \sin \varphi_{i,1}.$$

19. К концу вектора F_c пристраивают вектор $F_{b,ak}$, который располагается по вещественной оси в положительном направлении, если $F_{b,ak} > 0$, и в отрицательном, если $F_{b,ak} < 0$.

20. К концу вектора $F_{b,ak}$ пристраивают вектор $F_{b,peak}$, который располагается по мнимой оси в отрицательном направлении, если $F_{b,peak} < 0$, и в положительном, если $F_{b,peak} > 0$.

21. Соединив начало вектора $F_{b,ak}$ с концом вектора $F_{b,peak}$, получаем вектор потенциала F_b .

Вектор F_b параллелен вектору тока I_1 .

22. Потенциал точки a определяется уравнением

$$\dot{F}_a = \dot{F}_b + \dot{I}_1 X_{L1} e^{j1,57} = \dot{F}_b + I_1 X_{L1} e^{j(\varphi_{i,1}+1,57)} = \dot{F}_b + F_{a,\text{ак}} + jF_{a,\text{peak}},$$

где F_a , $F_{a,\text{ак}}$, $F_{a,\text{peak}}$ – модуль, вещественная и мнимая части потенциала точки a F_a :

$$F_a = I_1 X_{L1}; F_{a,\text{ак}} = F_a \cos(\varphi_{i,1} + 1,57);$$
$$F_{a,\text{peak}} = F_a \sin(\varphi_{i,1} + 1,57).$$

23. К концу вектора F_b пристраивают вектор $F_{a,\text{ак}}$, который располагается по вещественной оси в положительном направлении, если $F_{a,\text{ак}} > 0$, и в отрицательном, если $F_{a,\text{ак}} < 0$.

24. К концу вектора $F_{a,\text{ак}}$ пристраивают вектор $F_{a,\text{peak}}$, который располагается по мнимой оси в положительном направлении, если $F_{a,\text{peak}} > 0$, и в отрицательном, если $F_{a,\text{peak}} < 0$.

25. Соединив начало вектора $F_{a,\text{ак}}$ с концом вектора $F_{a,\text{peak}}$, получаем вектор потенциала F_a .

Вектор F_a опережает вектор тока I_1 на 90° ($1,57$ рад).

26. Потенциал точки f определяется уравнением

$$\dot{F}_f = \dot{I}_3 X_{C3} e^{-j1,57} = I_3 X_{C3} e^{j(\varphi_{i,3}-1,57)} = F_{f,\text{ак}} + jF_{f,\text{peak}},$$

где F_f , $F_{f,\text{ак}}$, $F_{f,\text{peak}}$ – модуль, вещественная и мнимая части потенциала точки f F_f :

$$F_f = I_3 X_{C3}; F_{f,\text{ак}} = F_f \cos(\varphi_{i,3} - 1,57);$$
$$F_{f,\text{peak}} = F_f \sin(\varphi_{i,3} - 1,57).$$

27. Из начала координат (точка h) проводят вектор $F_{f,\text{ак}}$ по вещественной оси в отрицательном направлении ($F_{f,\text{ак}} < 0$).

28. К концу вектора $F_{f,\text{ак}}$ пристраиваем вектор $F_{f,\text{peak}}$, который располагается по мнимой оси в отрицательном направлении, если $F_{f,\text{peak}} < 0$, и в положительном, если $F_{f,\text{peak}} > 0$.

29. Соединив начало вектора $\vec{F}_{f,ak}$ с концом вектора $\vec{F}_{f,peak}$, получаем вектор потенциала \vec{F}_f .

Вектор \vec{F}_f отстает от вектора тока I_3 на 90° (1,57 радиан).

30. Потенциал точки e определяется уравнением

$$\vec{F}_e = \vec{F}_f + I_3 R_3 = \vec{F}_f + I_3 R_3 e^{j\varphi_{i,2}} = \vec{F}_f + F_{e,ak} + jF_{e,peak},$$

где F_e , $F_{e,ak}$, $F_{e,peak}$ – модуль, вещественная и мнимая части потенциала точки k \vec{F}_k :

$$F_e = I_3 R_3; F_{e,ak} = F_e \cos \varphi_{i,1}; F_{e,peak} = F_e \sin \varphi_{i,1}.$$

31. К концу вектора \vec{F}_f пристраивают вектор $\vec{F}_{e,ak}$, который располагается по вещественной оси в положительном направлении, если $F_{e,ak} > 0$, и в отрицательном, если $F_{e,ak} < 0$.

32. К концу вектора $\vec{F}_{e,ak}$ пристраивают вектор $\vec{F}_{e,peak}$, который располагается по мнимой оси в отрицательном направлении, если $F_{e,peak} < 0$, и в положительном $F_{e,peak} > 0$.

33. Соединив начало вектора $\vec{F}_{e,ak}$ с концом вектора $\vec{F}_{e,peak}$, получаем вектор потенциала \vec{F}_e .

Вектор \vec{F}_e параллелен вектору тока I_3 .

34. Соединив начало координат с точкой a , получаем вектор входного напряжения U .

Примечание. Точка a должна лежать на вещественной оси, так как аргумент входного напряжения $\varphi_u = 0$

Построение ведется в масштабе.

Топографическая диаграмма напряжений построена рис. 1.3.

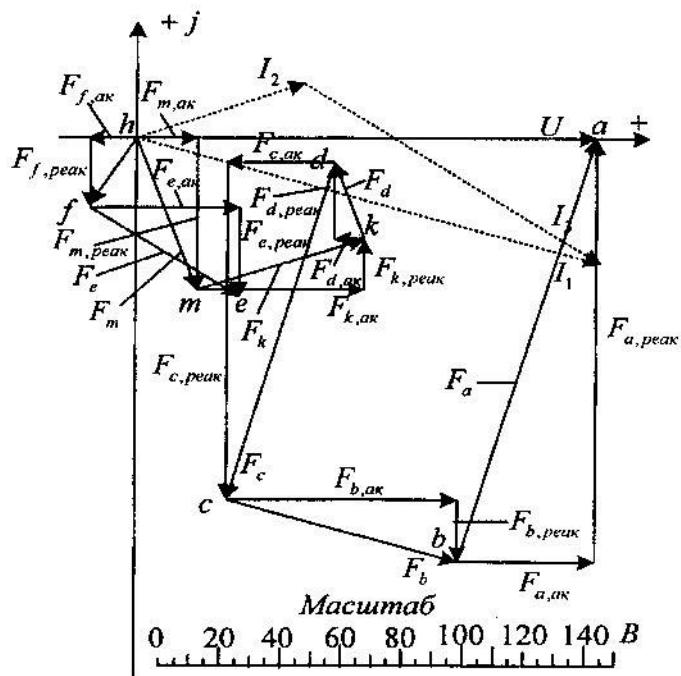


Рис. 1.3. Топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма токов

Исследование влияния заданного резистора на режим работы цепи

Исследования провести с помощью программы **Excel kp_2_1.xls**. Программа позволяет выполнять расчеты, аналогичные ранее проведенным, для 23 значений заданного параметра.

Сопротивление параметра изменяется от $0,1\text{Пар}_{\text{зад}}$ до $2,3\text{Пар}_{\text{зад}}$. Для построения графиков программа формирует соответствующие таблицы и строит требуемые графики.

Программу **Excel kp_2_1.xls** можно получить на кафедре. На кафедре также можно получить образец оформления контрольной работы в виде файла **Отчет _2.doc/**.

Задача 2. Исследование резонансных режимов

Для схемы, приведенной на рис. 2.1, номер которой задан в табл. 2.1, требуется:

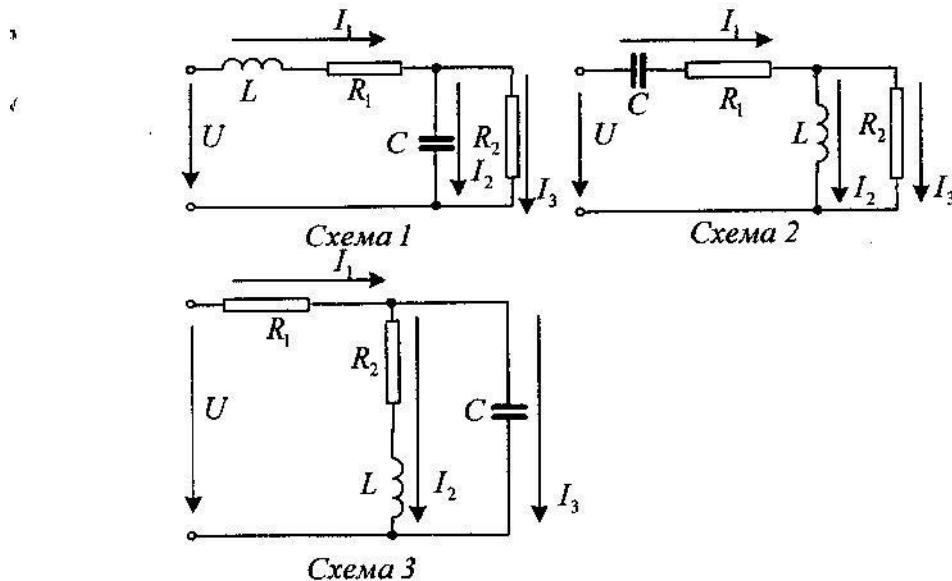


Рис 2.1

1. Определить резонансную частоту.
2. При резонансной частоте ω_0 рассчитать токи ветвей и построить векторную диаграмму токов и напряжений.
3. Рассчитать частотные характеристики. Построить зависимости модулей и аргументов входного сопротивления и сопротивления параллельного участка $Z = f(\omega)$ и $\varphi = f(\omega)$, токов ветвей от частоты $I = f(\omega)$, проанализировать их и сделать соответствующие выводы.
4. Построить векторные диаграммы токов и напряжений при частоте $\omega_1 = 0,5\omega_0$ и $\omega_2 = 1,5\omega_0$.

Параметры цепи приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Параметры электрических цепей

Номер варианта	U , В	Сопротивления элементов цепи				Номер схемы
		R_1 , Ом	R_2 , Ом	L , мГн	C , мкФ	
1	100	10	20	3	60	1
2	120	4	12	10	100	2
3	300	15	12	11	7	3
4	200	15	20	4	60	1
5	200	10	12	10	100	2
6	400	5	12	14	7	3
7	150	15	15	4	60	1
8	200	15	12	6	100	2
9	400	5	10	10	8	3
10	180	10	10	5	70	1
11	200	15	14	6	90	2
12	400	10	8	10	8	3
13	170	10	12	7	70	1
14	200	10	10	7	80	2
15	400	10	10	10	9	3
16	120	5	15	7	70	1
17	200	5	12	7	80	2
18	400	10	10	12	9	3
19	200	15	10	6	70	1
20	200	10	12	8	80	2
21	400	15	12	12	9	3
22	120	5	10	5	70	1
23	200	10	14	7	70	2
24	300	5	12	12	10	3
25	130	6	12	7	70	1
26	150	10	14	7	80	2
27	300	5	10	8	10	3
28	150	10	11	4	60	1
29	220	15	16	8	75	2
30	300	8	13	10	12	3
31	150	9	12	6	70	1

Окончание табл. 2.1

Номер варианта	U , В	Сопротивления элементов цепи				Номер схемы
		R_1 , Ом	R_2 , Ом	L , мГн	C , мкФ	
32	250	15	14	9	90	2
33	250	4	12	10	5	3
34	200	12	12	8	70	1
35	150	8	12	9	90	2
36	250	4	12	12	9	3
37	220	15	10	7	80	1
38	150	8	15	9	60	2
39	250	15	10	12	12	3
40	220	15	12	3	40	1
41	170	8	14	8	60	2
42	300	15	15	15	12	3
43	180	10	12	4	45	1
44	170	8	12	10	80	2
45	300	15	15	15	15	3
46	180	10	15	5	35	1
47	200	12	10	6	80	2
48	250	11	16	11	11	3
49	150	10	15	3	45	1
50	220	12	10	3	60	2

Решение

Определение резонансной частоты

В резонансном режиме входной ток цепи, содержащей индуктивность и емкость, должен совпадать по фазе с входным напряжением. Для этого комплексное входное сопротивление цепи должно быть чисто вещественной величиной:

$$\dot{Z}_{ax} = Z_{ax} e^{j0} = R_{ax} + jX_{ax} = R_{ax}; X_{ax} = 0,$$

где индуктивное и емкостное сопротивление $X_L = \omega L$; $X_C = 1/\omega C$.

Из условия резонанса следует, что резонансная частота:

$$-\text{для схемы 1 } \omega_0 = \sqrt{\frac{R_2^2 C - L}{L R_2^2 C^2}};$$

$$-\text{для схемы 2 } \omega_0 = \sqrt{\frac{R_2^2}{L C R_2^2 - L^2}};$$

$$-\text{для схемы 3 } \omega_0 = \sqrt{\frac{L - R_2^2 C}{L^2 C}}.$$

Перевод частоты из рад/с в градусы осуществляется по формуле $f = \frac{90\omega_0}{\pi}$.

Расчет токов ветвей и построение векторной диаграммы токов и напряжений при резонансной частоте

Входное сопротивление

$$\dot{Z}_{ex} = Z_1 + Z_{nap} = (R_1 + R_{nap}) + j(X_1 + X_{nap}) = Z_{ex} e^{j\varphi_{ex}},$$

где \dot{Z}_{nap} – комплексное сопротивление параллельного участка:

$$\dot{Z}_{nap} = \frac{\dot{Z}_2 \dot{Z}_3}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3} = \frac{Z_{quc} e^{j\varphi_{quc}}}{Z_{3H} e^{j\varphi_{3H}}} = Z_{nap} e^{j\varphi_{nap}} = R_{nap} + jX_{nap};$$

$$Z_{quc} = Z_2 Z_3; Z_{3H} = \sqrt{(R_2 + R_3)^2 + (X_2 + X_3)^2};$$

$$\varphi_{nap} = \arcsin \frac{X_2 + X_3}{Z_{3H}}; Z_{nap} = \frac{Z_{quc}}{Z_{3H}}; \varphi_{nap} = \varphi_{quc} - \varphi_{3H};$$

$$R_{nap} = Z_{nap} \cos \varphi_{nap}; X_{nap} = Z_{nap} \sin \varphi_{nap}.$$

Входной ток

$$\dot{I}_1 = \dot{U} / \dot{Z}_{ex} = \frac{U}{Z_{ex}} = I_1 e^{j(\varphi_u - \varphi_{ex})} = I_1 e^{j\varphi_{l1}} = I_{1,ak} + jI_{1,peak},$$

где $I_1 = U/Z_{ax}$; $I_{1,ak} = I_1 \cos \varphi_{i,1}$; $I_{1,peak} = I_1 \sin \varphi_{i,1}$; $\varphi_{i,1} = \varphi_u - \varphi_{ax}$.

Напряжение параллельного участка

$$\dot{U}_{nap} = \dot{I}_1 \dot{Z}_{nap} = I Z e^{j(\varphi_{i,1} + \varphi_{nap})} = U_{nap} e^{j\varphi_{u,nap}} = U_{nap,ak} + jU_{nap,peak},$$

где $U_{nap,ak} = U_{nap} \cos \varphi_{u,nap}$; $U_{nap,peak} = U_{nap} \sin \varphi_{u,nap}$.

Проверка расчетов по определению напряжения параллельного участка провести с использованием уравнений

$$\dot{U}_{nap} = \dot{U} - \dot{I}_1 \dot{Z}_1 = U_{ak} - U_{1,ak} + U_{peak} - U_{1,peak} = U_{nap,ak} + jU_{nap,peak}.$$

Токи I_2 и I_3 определяются уравнениями:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{nap}}{\dot{Z}_2} = \frac{U_{nap}}{Z_2} e^{j\varphi_{i,2}} = I_{2,ak} + jI_{2,peak};$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{nap}}{\dot{Z}_3} = \frac{U_{nap}}{Z_3} e^{j\varphi_{i,3}} = I_{3,ak} + jI_{3,peak},$$

где $\varphi_{i,2} = \varphi_{nap} - \varphi_2$; $\varphi_{i,3} = \varphi_{nap} - \varphi_3$; $I_{2,ak} = I_2 \cos \varphi_{i,2}$;

$I_{2,peak} = I_2 \sin \varphi_{i,2}$; $I_{3,ak} = I_3 \cos \varphi_{i,3}$; $I_{3,peak} = I_3 \sin \varphi_{i,3}$.

Для проверки расчетов по определению токов I_2 и I_3 найти вещественную и мнимую составляющие тока I_1 по уравнениям:

$$I_{1,ak} = I_{2,ak} + I_{3,ak}; I_{1,peak} = I_{2,peak} + I_{3,peak}.$$

Построение векторной диаграммы продемонстрируем на примере схемы 3.

Построение следует начать с тока I_2 . Следующим этапом является построение напряжения параллельного участка. Для этого из начала координат откладывается вектор падения напряжения на сопротивлении R_2 $U_{R_2} = I_2 R_2$, совпадающий по направлению с током I_2 . Далее к концу вектора $I_2 R_2$ пристраивается вектор $I_2 X_2$ по направлению, перпендикулярному току I_2 в сторону опе-

режения (против часовой стрелки). Далее соединяют начало вектора I_2R_2 и конец вектора I_2X_{L2} и получают вектор напряжения параллельного участка $U_{\text{пар}}$ (рис. 2.2).

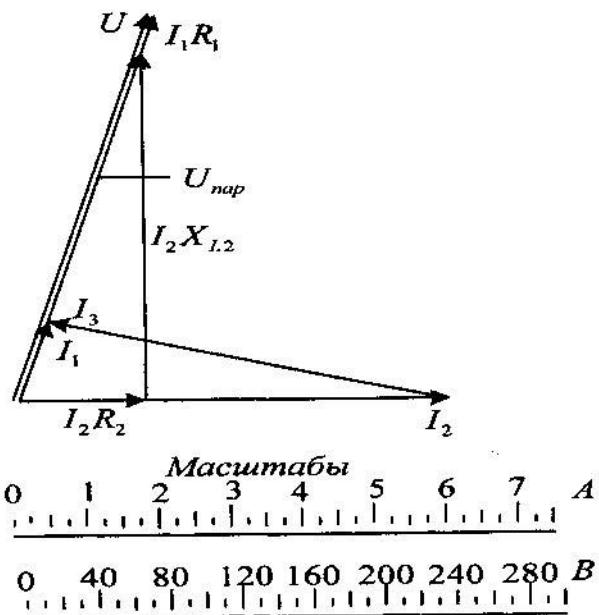


Рис. 2.2. Векторная диаграмма токов и напряжений в резонансном режиме

Следующим этапом является построение векторов I_3 и I_1 . Для этого к концу вектора тока I_2 пристраиваем вектор тока I_3 , опережающий на 90° напряжение $U_{\text{пар}}$. Далее соединяют начало вектора I_2 с концом вектора I_3 и получают вектор тока I_1 . В резонансном режиме (схема 3) вектор тока I_1 должен совпадать с вектором $U_{\text{пар}}$.

Для нахождения вектора входного напряжения U к концу вектора $U_{\text{пар}}$ пристраивают вектор I_1R_1 , совпадающий по направлению с током I_1 . Затем соединяют начало построения с концом вектора I_1R_1 и получают вектор входного напряжения $U_{\text{вх}}$ (см. рис. 2.2).

Расчет и построение частотных характеристик

Расчеты провести по программе *Excel_2_2.xls*. Для построения зависимостей модулей и аргументов входного сопротивления и сопротивления параллельного участка $Z = f(\omega)$ и $\varphi = f(\omega)$ программа формирует соответствующую таблицу.

Примерный вид частотных характеристик приведен на рис. 2.3 и 2.4.

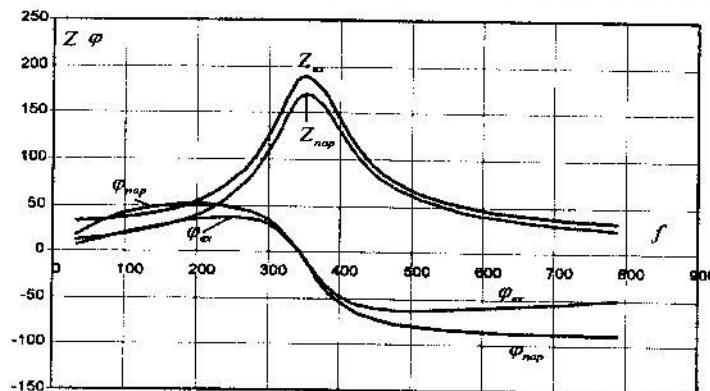


Рис. 2.3. Частотные характеристики $Z = f(\omega)$ и $\varphi = f(\omega)$

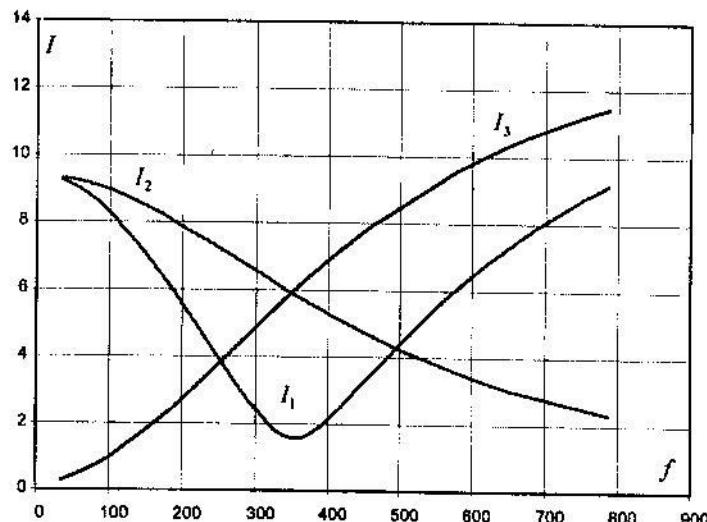


Рис. 2.4. Частотные характеристики $I = f(\omega)$

*Векторные диаграммы токов и напряжений
при частотах $\omega_1 = 0,5\omega_0$ и $\omega_2 = 1,5\omega_0$.*

Примерный вид векторных диаграмм приведен на рис. 2.5 и 2.6.

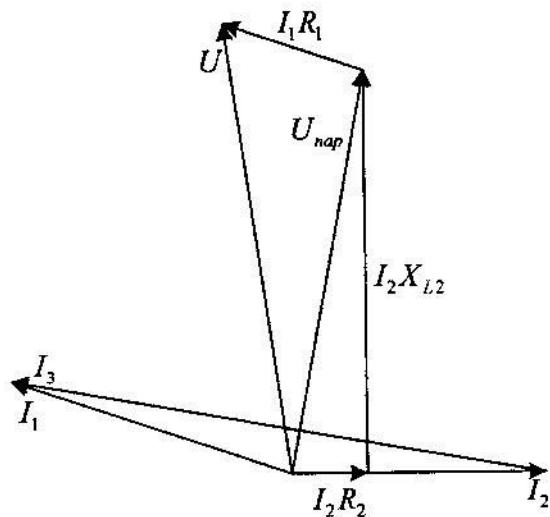


Рис. 2.5. Векторная диаграмма токов и напряжений при частоте $\omega_1 = 0,5\omega_0$

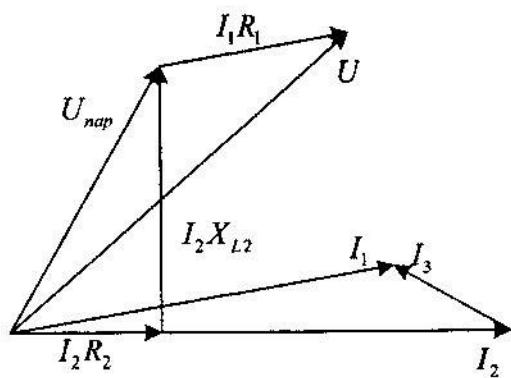


Рис. 2.6. Векторная диаграмма токов и напряжений при частоте $\omega_2 = 1,5\omega_0$

Задача 3. Исследование сложных электрических цепей синусоидального тока

Для электрической цепи рис. 3.1, параметры которой приведены в табл. 3.1, требуется выполнить следующее:

- На основании законов Кирхгофа составить в общем виде систему уравнений для расчета токов во всех ветвях цепи.

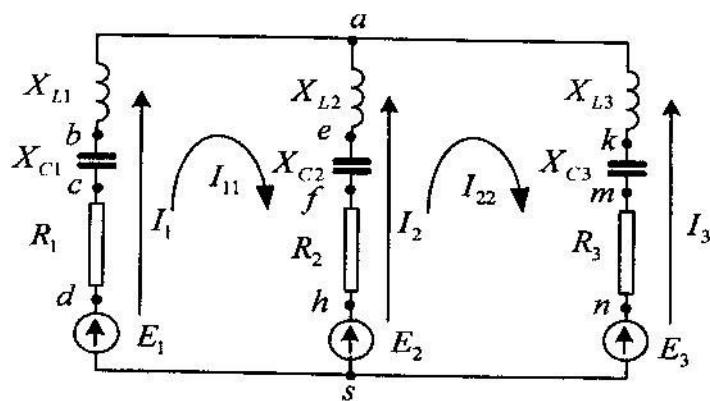


Рис. 3.1. Электрическая цепь

- Определить значения токов во всех ветвях воспользовавшись одним из методов расчета сложных электрических цепей.
- Построить топографическую диаграмму напряжений, совмещенную с векторной диаграммой токов.
- Исследовать влияние параметра, индекс которого указан в столбце 17 табл. 3.1, на токи ветвей и потребляемые мощности. Построить графики $I = f(\text{параметр})$ и $S, Q, P = f(\text{параметр})$, проанализировать их, сделать выводы.

Таблица 3.1

Параметры электрических цепей

26

Номер варианта	Модули и аргументы ЭДС						Сопротивления активных и реактивных элементов, Ом									Индекс изменяющегося параметра
	E_1 , В	φ_{e1} , град	E_2 , В	φ_{e2} , град	E_3 , В	φ_{e3} , град	R_1	X_{L1}	X_{C1}	R_2	X_{L2}	X_{C2}	R_3	X_{L3}	X_{C3}	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	150	90	120	0	100	-45	15	10	5	10	5	10	10	10	20	1
2	300	0	200	45	100	180	14	21	9	9	14	21	21	31.5	13.5	2
3	300	-45	200	45	100	135	13	19.5	8	8	13	19.5	19.5	29.25	12	7
4	300	90	200	135	100	90	12	18	7	7	12	18	18	27	10.5	4
5	300	135	200	180	100	45	11	16.5	6	6	11	16.5	16.5	24.75	9	5
6	300	180	200	0	100	0	10	15	7	7	10	15	15	22.5	10.5	6
7	300	135	200	45	100	90	9	13.5	8	8	9	13.5	13.5	20.25	12	7
8	300	90	200	90	100	135	8	12	9	9	8	12	12	18	13.5	8
9	300	45	200	135	100	180	7	10.5	10	10	7	10.5	10.5	15.75	15	9
10	300	0	200	180	100	45	6	9	11	11	6	9	9	13.5	16.5	10
11	100	0	300	180	200	90	7	10.5	12	12	7	10.5	10.5	15.75	18	11
12	100	45	300	0	200	45	8	12	13	13	8	12	12	18	19.5	12
13	100	45	300	-45	200	0	9	13.5	14	14	9	13.5	13.5	20.25	21	13
14	100	135	300	90	200	90	10	15	15	15	10	15	15	22.5	22.5	14
15	100	180	300	135	200	135	11	16.5	16	16	11	16.5	16.5	24.75	24	15

Продолжение табл. 3.1

Номер варианта	Модули и аргументы ЭДС						Сопротивления активных и реактивных элементов, Ом								Индекс изменения- мого параметра	
	E_1 , В	ϕ_{e1} , град	E_2 , В	ϕ_{e2} , град	E_3 , В	ϕ_{e3} , град	R_1	X_{L1}	X_{C1}	R_2	X_{L2}	X_{C2}	R_3	X_{L3}	X_{C3}	
16	100	0	300	180	200	180	12	18	17	17	12	18	18	27	25.5	1
17	100	45	300	135	200	45	13	19.5	11	11	13	19.5	19.5	29.25	16.5	2
18	100	90	300	90	200	0	14	21	12	12	14	21	21	31.5	18	7
19	100	135	300	45	200	90	15	22.5	13	13	15	22.5	22.5	33.75	19.5	4
20	100	180	300	0	200	135	16	24	14	14	16	24	24	36	21	5
21	100	45	250	45	300	135	17	25.5	15	15	17	25.5	25.5	38.25	22.5	6
22	100	180	250	180	300	180	18	27	16	16	18	27	27	40.5	24	7
23	100	135	250	135	300	135	19	28.5	17	17	19	28.5	28.5	42.75	25.5	8
24	100	90	250	90	300	90	20	30	18	18	20	30	30	45	27	9
25	100	45	250	45	300	45	19	28.5	19	19	19	28.5	28.5	42.75	28.5	10
26	100	0	250	0	300	0	18	27	20	20	18	27	27	40.5	30	11
27	100	90	250	90	100	0	17	25.5	19	19	17	25.5	25.5	38.25	28.5	12
28	100	135	250	135	100	45	16	24	13	13	16	24	24	36	19.5	13
29	100	180	250	180	100	45	15	22.5	14	14	15	22.5	22.5	33.75	21	14
30	100	45	250	45	100	135	14	21	15	15	14	21	21	31.5	22.5	15
31	200	135	300	135	100	180	13	19.5	16	16	13	19.5	19.5	29.25	24	1
32	200	180	300	180	100	0	12	18	17	17	12	18	18	27	25.5	2

Окончание табл. 3.1

Номер варианта	Модули и аргументы ЭДС						Сопротивления активных и реактивных элементов, Ом									Индекс изменения много параметра
	E_1 , В	φ_{e1} , град	E_2 , В	φ_{e2} , град	E_3 , В	φ_{e3} , град	R_1	X_{L1}	X_{C1}	R_2	X_{L2}	X_{C2}	R_3	X_{L3}	X_{C3}	
33	200	45	300	135	100	45	11	16.5	18	18	11	16.5	16.5	24.75	27	7
34	200	180	300	90	100	90	10	15	19	19	10	15	15	22.5	28.5	4
35	200	135	300	45	100	135	11	16.5	20	20	11	16.5	16.5	24.75	30	5
36	200	90	300	0	100	180	12	18	19	19	12	18	18	27	28.5	6
37	200	45	100	0	100	45	13	19.5	18	18	13	19.5	19.5	29.25	27	7
38	200	0	100	45	100	180	14	21	17	17	14	21	21	31.5	25.5	8
39	200	90	100	45	100	135	15	22.5	16	16	15	22.5	22.5	33.75	24	9
40	200	135	100	135	100	90	16	24	15	15	16	24	24	36	22.5	10
41	250	180	100	180	100	45	17	25.5	14	14	17	25.5	25.5	38.25	21	11
42	250	45	250	180	100	0	18	27	13	13	18	27	27	40.5	19.5	12
43	100	180	250	135	150	180	19	28.5	19	19	19	28.5	28.5	42.75	28.5	13
44	100	135	250	90	150	135	18	27	18	18	18	27	27	40.5	27	14
45	100	90	250	45	150	90	17	25.5	17	17	17	25.5	25.5	38.25	25.5	15
46	100	45	250	0	150	45	16	24	16	16	16	24	24	36	24	2
47	100	0	250	90	150	0	15	22.5	15	15	15	22.5	22.5	33.75	22.5	3
48	100	90	250	135	150	90	14	21	14	14	14	21	21	31.5	21	4
49	100	135	250	180	150	135	13	19.5	13	13	13	19.5	19.5	29.25	19.5	5
50	250	180	100	45	150	180	12	18	12	12	12	18	18	27	18	6

Решение

Перевод градусов в радианы проводится по уравнению

$$\varphi = 2\pi\varphi^0 / 180.$$

Уравнения по законам Кирхгофа

Заданная цепь имеет два узла и два контура, поэтому составляется одно уравнение по 1 закону Кирхгофа и два по второму:

$$\begin{aligned}\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 &= 0; \quad \dot{E}_1 - \dot{E}_2 = \dot{I}_1 \dot{Z}_1 - \dot{I}_2 \dot{Z}_2; \\ \dot{E}_2 - \dot{E}_3 &= \dot{I}_2 \dot{Z}_2 - \dot{I}_3 \dot{Z}_3,\end{aligned}$$

где \dot{Z}_1 – комплексное сопротивление первой ветви:

$$\begin{aligned}\dot{Z}_1 &= R_1 + j(X_{L1} - X_{C1}) = Z_1 e^{j\varphi_1}; \quad \varphi_1 = \arctg \frac{X_1}{R_1}; \\ X_1 &= X_{L1} - X_{C1}; \quad Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}\end{aligned}$$

\dot{Z}_2 – комплексное сопротивление второй ветви:

$$\begin{aligned}\dot{Z}_2 &= R_2 + j(X_{L2} - X_{C2}) = Z_2 e^{j\varphi_2}; \quad X_2 = X_{L2} - X_{C2}; \\ Z_2 &= \sqrt{R_2^2 + X_2^2}; \quad \varphi_2 = \arctg \frac{X_2}{R_2};\end{aligned}$$

\dot{Z}_3 – комплексное сопротивление третьей ветви:

$$\begin{aligned}\dot{Z}_3 &= R_3 + j(X_{L3} - X_{C3}) = Z_3 e^{j\varphi_3}; \quad X_3 = X_{L3} - X_{C3}; \\ Z_3 &= \sqrt{R_3^2 + X_3^2}; \quad \varphi_3 = \arctg \frac{X_3}{R_3}.\end{aligned}$$

Расчет токов ветвей

Для расчета токов ветвей целесообразно воспользоваться методом контурных токов. Расчетные уравнения:

$$\dot{I}_{11} \dot{Z}_{11} + \dot{I}_{22} \dot{Z}_{12} = \dot{E}_{11}; \quad \dot{I}_{22} \dot{Z}_{21} + \dot{I}_{22} \dot{Z}_{22} = \dot{E}_{22},$$

где \dot{I}_{11} , \dot{I}_{22} – контурные токи;

\dot{E}_{11} , \dot{E}_{22} – контурные ЭДС;

$$\dot{E}_{11} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 = E_{1,\text{ак}} + jE_{1,\text{peak}} - (E_{2,\text{ак}} + jE_{2,\text{peak}}) =$$

$$= E_{11,\text{ак}} + jE_{11,\text{peak}} = E_{11}e^{j\varphi_{e11}}; \quad E_{11} = \sqrt{E_{11,\text{ак}}^2 + E_{11,\text{peak}}^2};$$

$$\text{при } E_{11,\text{ак}} > 0 \quad \varphi_{e11} = \arctg \frac{E_{11,\text{peak}}}{E_{11,\text{ак}}};$$

$$\text{при } E_{11,\text{ак}} < 0 \quad \varphi_{e11} = \arctg \frac{E_{11,\text{peak}}}{E_{11,\text{ак}}} + 2\pi;$$

$$\dot{E}_{22} = \dot{E}_2 - \dot{E}_3 = E_{2,\text{ак}} + jE_{2,\text{peak}} - (E_{3,\text{ак}} + jE_{3,\text{peak}}) =$$

$$= E_{22,\text{ак}} + jE_{22,\text{peak}} = E_{22}e^{j\varphi_{e22}}; \quad E_{22} = \sqrt{E_{22,\text{ак}}^2 + E_{22,\text{peak}}^2};$$

$$\text{при } E_{22,\text{ак}} > 0 \quad \varphi_{e22} = \arctg \frac{E_{22,\text{peak}}}{E_{22,\text{ак}}};$$

$$\text{при } E_{22,\text{ак}} < 0 \quad \varphi_{e22} = \arctg \frac{E_{22,\text{peak}}}{E_{22,\text{ак}}} + 2\pi;$$

\dot{Z}_{11} – собственное сопротивление первого контура:

$$\dot{Z}_{11} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 = R_1 + jX_1 + R_2 + jX_2 = R_{11} + jX_{11} = Z_{11}e^{j\varphi_{11}};$$

$$R_{11} = R_1 + R_2, \quad X_{11} = X_1 + X_2, \quad Z_{11} = \sqrt{R_{11}^2 + X_{11}^2},$$

\dot{Z}_{22} – собственное сопротивление второго контура:

$$\dot{Z}_{22} = \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 = R_2 + jX_2 + R_3 + jX_3 = R_{22} + jX_{22} = Z_{22}e^{j\varphi_{22}};$$

$$R_{22} = R_2 + R_3, \quad X_{22} = X_2 + X_3, \quad Z_{22} = \sqrt{R_{22}^2 + X_{22}^2},$$

\dot{Z}_{12} , \dot{Z}_{21} - сопротивления смежной ветви;

$$\dot{Z}_{12} = \dot{Z}_{21} = -\dot{Z}_2 = -Z_2 e^{j\varphi_2}.$$

Решение системы уравнений контурных токов выполнить с помощью определителей:

$$\dot{I}_{11} = \frac{\dot{\Delta}_1}{\dot{\Delta}}, \quad \dot{I}_{22} = \frac{\dot{\Delta}_2}{\dot{\Delta}};$$

где $\dot{\Delta}$ – главный определитель

$$\dot{\Delta} = \begin{vmatrix} \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} \end{vmatrix}$$

$\dot{\Delta}_1$, $\dot{\Delta}_2$ – определители

$$\dot{\Delta}_1 = \begin{vmatrix} \dot{E}_{11} & \dot{Z}_{12} \\ \dot{E}_{22} & \dot{Z}_{22} \end{vmatrix}, \quad \dot{\Delta}_2 = \begin{vmatrix} \dot{Z}_{11} & \dot{E}_{11} \\ \dot{Z}_{21} & \dot{E}_{22} \end{vmatrix}$$

Расчет определителя $\dot{\Delta}$ ведется по уравнениям:

$$\dot{\Delta} = \dot{Z}_{11} \dot{Z}_{22} - \dot{Z}_{12} \dot{Z}_{21} = (R_{11} + jX_{11})(R_{22} + jX_{22}) - (R_{12} + jX_{12})(R_{21} + jX_{21}) = R_\Delta + jX_\Delta = Z_\Delta e^{j\varphi_\Delta},$$

где $R_\Delta = R_{11}R_{22} - X_{11}X_{22} - (R_{12}R_{21} - X_{12}X_{21})$;

$X_\Delta = X_{11}R_{22} + R_{11}X_{22} - (R_{12}X_{21} + R_{12}X_{21})$;

$$Z_\Delta = \sqrt{R_\Delta^2 + X_\Delta^2};$$

при $R_\Delta > 0$ $\varphi_\Delta = \arctg \frac{X_{11}}{R_{11}}$;

при $R_\Delta < 0$ $\varphi_\Delta = \arctg \frac{X_{11}}{R_{11}} + 2\pi$.

Аналогично находят определители $\dot{\Delta}_1$ и $\dot{\Delta}_2$.

Определение контурных токов ведется по уравнениям:

$$\dot{I}_{11} = \frac{\dot{\Delta}_1}{\dot{\Delta}} = \frac{Z_{\Delta_1} e^{j\varphi_{\Delta_1}}}{Z_{\Delta} e^{j\varphi_{\Delta}}} = I_{11} e^{j\varphi_{I_{11}}} = I_{11,ak} + jI_{11,peak};$$

$$\dot{I}_{22} = \frac{\dot{\Delta}_2}{\dot{\Delta}} = \frac{Z_{\Delta_2} e^{j\varphi_{\Delta_2}}}{Z_{\Delta} e^{j\varphi_{\Delta}}} = I_{22} e^{j\varphi_{I_{22}}} = I_{22,ak} + jI_{22,peak};$$

где $I_{11} = \frac{Z_{\Delta_1}}{Z_{\Delta}}$; $\varphi_{I_{11}} = \varphi_{\Delta_1} - \varphi_{\Delta}$; $I_{11,ak} = I_{11} \cos \varphi_{I_{11}}$;

$$I_{11,peak} = I_{11} \sin \varphi_{I_{11}}; I_{22} = \frac{Z_{\Delta_2}}{Z_{\Delta}}; \varphi_{I_{22}} = \varphi_{\Delta_2} - \varphi_{\Delta};$$

$$I_{22,ak} = I_{22} \cos \varphi_{I_{22}}; I_{22,peak} = I_{22} \sin \varphi_{I_{22}}.$$

Расчет токов ветвей проводится по уравнениям:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} = I_{1,ak} + jI_{1,peak} = I_1 e^{j\varphi_{I_1}},$$

$$\text{где } I_{1,ak} = I_{11,ak}, I_{1,peak} = I_{11,peak}; I_1 = \sqrt{I_{1,ak}^2 + I_{1,peak}^2};$$

$$\text{при } I_{1,ak} > 0 \quad \varphi_{I_1} = \arctg \frac{I_{1,peak}}{I_{1,ak}};$$

$$\text{при } I_{1,ak} < 0 \quad \varphi_{I_1} = \arctg \frac{I_{1,peak}}{I_{1,ak}} + 2\pi;$$

$$\dot{I}_3 = -\dot{I}_{22} = I_{3,ak} + jI_{3,peak} = I_3 e^{j\varphi_{I_3}};$$

$$\text{где } I_{3,ak} = -I_{22,ak}; I_{3,peak} = I_{22,peak}; I_3 = \sqrt{I_{3,ak}^2 + I_{3,peak}^2};$$

$$\text{при } I_{3,ak} > 0 \quad \varphi_{I_3} = \arctg \frac{I_{3,peak}}{I_{3,ak}};$$

$$\text{при } I_{3,ak} < 0 \quad \varphi_{I_3} = \arctg \frac{I_{3,peak}}{I_{3,ak}} + 2\pi;$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{22} - \dot{I}_{11} = I_{2,\text{ак}} + jI_{2,\text{peak}} = I_2 e^{j\varphi_{I_2}},$$

где $I_{2,\text{ак}} = -I_{22,\text{ак}}$; $I_{2,\text{peak}} = I_{22,\text{peak}}$; $I_2 = \sqrt{I_{2,\text{ак}}^2 + I_{2,\text{peak}}^2}$;

при $I_{2,\text{ак}} > 0$ $\varphi_{I_2} = \arctg \frac{I_{2,\text{peak}}}{I_{2,\text{ак}}}$;

при $I_{2,\text{ак}} < 0$ $\varphi_{I_2} = \arctg \frac{I_{2,\text{peak}}}{I_{2,\text{ак}}} + 2\pi$.

Правильность расчетов проверяется путем составления баланса активных мощностей.

Активная мощность всех ЭДС

$$P_E = \operatorname{Re}[\dot{E}_1 \dot{I}_1] + \operatorname{Re}[\dot{E}_2 \dot{I}_2] + \operatorname{Re}[\dot{E}_3 \dot{I}_3] = E_1 I_1 \cos(\varphi_{e_1} - \varphi_{I_1}) + \\ + E_2 I_2 \cos(\varphi_{e_2} - \varphi_{I_2}) + E_3 I_3 \cos(\varphi_{e_3} - \varphi_{I_3}).$$

Активная мощность, выделяемая в резисторах:

$$P_R = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3.$$

Построение топографической диаграммы напряжений и векторной диаграммы токов

1. Векторную диаграмму токов строим так же, как в задаче 1 (рис. 3. 2).
2. При построении топографической диаграммы условно заzemляют точку s .
3. Потенциал точки h определяется уравнением

$$\dot{F}_h = E_{2,\text{ак}} + jE_{2,\text{peak}} = E_2 e^{j\varphi_{I_2}}.$$

4. Потенциал точки f $\dot{F}_f = \dot{F}_h - I_2 R_2$. Для нахождения потенциала точки f на топографической диаграмме проводится вектор $I_2 R_2$ параллельно току I_2 в направлении противоположном току (рис. 3. 2).

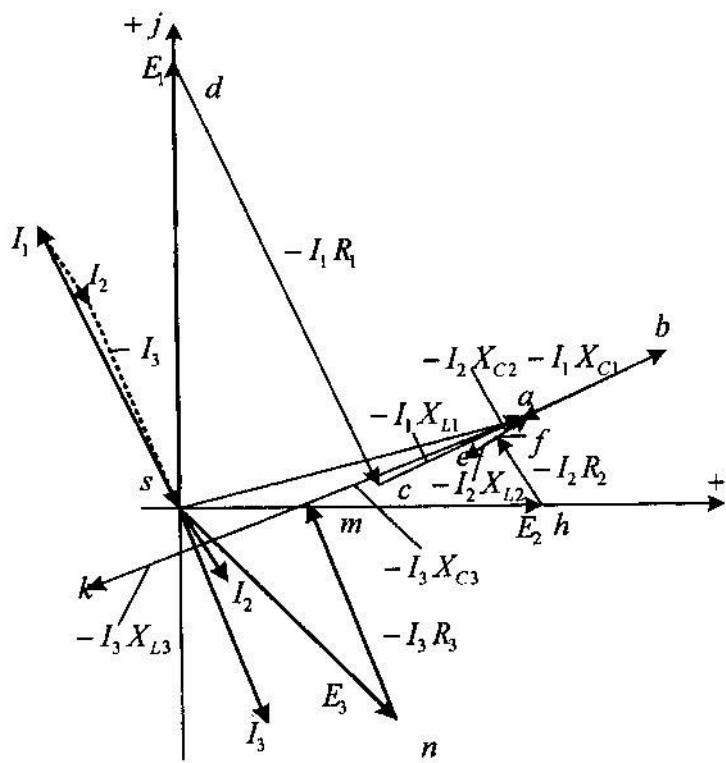


Рис. 3.2. Векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

5. Потенциал точки e $\dot{F}_e = \dot{F}_f + jI_2X_{C2}$. Для определения потенциала точки e на топографической диаграмме проводится из конца вектора I_2R_2 вектор I_2X_{C2} , перпендикулярный току I_2 , направленный в сторону опережения (см. рис. 3.2).

6. Потенциал точки a $\dot{F}_a = \dot{F}_e - jI_2X_{L2}$. Потенциал точки a на топографической диаграмме определяется концом вектора I_2X_{L2} , который проводится из точки e перпендикулярно току I_2 в сторону отставания (см. рис. 3.2).

7. Потенциалы точек d, c, b, n, m, k определяются аналогично.

Исследование влияния заданного аргумента на токи ветвей и потребляемые активные мощности

Исследования провести с помощью программы *Exsel kp_2_3.xls*. Программа позволяет выполнить расчеты, аналогичные ранее проведенным, для 23 значений заданного параметра.

Программу *Exsel kp_2_3.xls* можно получить на кафедре. На кафедре также можно получить образец оформления контрольной работы в виде файла *Отчет _2.doc*.

Библиографический список

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник. – 10 изд. – М.: Гардарики, 1999.
2. Основы теории цепей /Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. – М.: Энергоатомиздат, 1989.
3. Сборник задач по теоретическим основам электротехники /Под ред. Л.А. Бессонова. – 4-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 2000.
4. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Ч. 1: Линейные электрические цепи. – М.: Энергия, 1978.
5. Кирпичников Ю.А., Корнилов Г.П. Сборник задач по ТОЭ Ч. 1: Учебное пособие. – Магнитогорск: ГОУ ВПО «МГТУ», 2005. – 224 с.

Исследование линейных электрических цепей синусоидального тока. Методические указания к контрольной работе № 2 по дисциплине «Теоретические основы электротехники» для студентов-заочников специальностей 210106, 140604, 140211

Составители: Игорь Андреевич Селиванов
Александр Сергеевич Карандаев
Ольга Игоревна Петухова

Редактор Е.В. Минулина
Компьютерная верстка О.В. Миронова
Тем. план 2008, поз. 99
Подписано в печать 18.04.2008. Формат 60×84 1/16. Бумага тип. № 1.
Плоская печать. Усл.печ.л. 2,50. Уч.-изд.л. 2,63. Тираж 100 экз.
Заказ 320.



Издательский центр ГОУ ВПО «МГТУ»
455000, Магнитогорск, пр. Ленина, 38
Полиграфический участок ГОУ ВПО «МГТУ»