Министерство образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра прикладных информационных технологий и программирования

ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

Методические указания и контрольные задания к выполнению контрольных, курсовых работ, самостоятельной работы по дисциплинам «Основы теории управления», «Методы теории управления и принятия решений в организационных системах»

Новокузнецк 2016

Содержание

1. Математическое описание системы. Передаточная функция 4
2. Структурная схема системы 7
3. Статическая характеристика системы 10
4. Временные динамические характеристики 13
5. Частотные характеристики 15
6. Устойчивость системы 19
7. Критерии устойчивости 20
8. Переходные процессы в системе. Качество управления 26
Контрольная проверка знаний 31
Список рекомендуемой литературы 44

1. Математическое описание системы. Передаточная функция

Математическое описание поведение системы в статическом и динамическом режимах в виде различных математических зависимостей, степенных и дифференциальных уравнений, отражающих с заданной точностью свойства системы называется ***математической моделью*** данной системы.

Поведение любой непрерывной динамической системы во времени можно описать линейным неоднородным дифференциальным уравнением *n*-го порядка

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + ... + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 \cdot y(t) = b_m \frac{d^m v(t)}{dt^m} + ... + b_1 \frac{dv(t)}{dt} + b_0 \cdot v(t) \qquad (1)$$

где $v(t)$ - входное воздействие системы; $y(t)$ - выходная величина, характеризующая состояние системы в зависимости от входного воздействия и собственных свойств.

Постоянные коэффициенты a_i, b_j характеризуют свойства конкретной системы и определяются, исходя из физических, конструктивных и прочих параметров системы.

Правая часть уравнения (1) описывает *возмущенное движение* системы, то есть изменение состояния системы под воздействием внешних факторов. Левая часть описывает *невозмущенное свободное движение* за счет внутренних собственных свойств системы.

Решение дифференциальных уравнений высоких порядков представляет сложную задачу, поэтому в теории управления применяется интегральное преобразование Лапласа. Преобразования по Лапласу основных функций, используемых в теории управления, приведены в таблице 1.

Применяя прямое преобразование Лапласа к обеим частям уравнения (1) при нулевых начальных условиях, получаем уравнение системы в операторной форме

$$(a_n p^n + ... + a_1 p + a_0) \cdot y(p) = (b_m p^m + ... + b_1 p + b_0) \cdot v(p), \qquad (2)$$

где *p* – комплексная переменная Лапласа.

Таблица 1 – Преобразование по Лапласу

Вид функции (оригинал)	**Изображение функции по Лапласу**
$x(t)$	$x(p)$
$ax(t)$	$ax(p)$
$1(t)$	$1/p$
$\delta(t)$	1
$\frac{d^n x(t)}{dt^n}$, при нулевых начальных условиях	$p^n \cdot x(p)$
$\int x(t) \cdot dt$	$x(p)/p$
$x(t \pm \tau)$	$e^{\pm p\tau} \cdot x(p)$

Отношение преобразования Лапласа выходной величины *y(p)* к преобразованию Лапласа входного воздействия *v(p)* при нулевых начальных условиях называется ***передаточной функцией***

$$\varphi(p) = \frac{y(p)}{v(p)} = \frac{b_m p^m + ... + b_1 p + b_0}{a_n p^n + ... + a_1 p + a_0} \quad . \tag{3}$$

Передаточная функция, как и дифференциальное уравнение полностью определяет свойства системы.

Для описания дискретных систем или описания динамики системы в дискретной форме служит аналог дифференциального уравнения при представлении дифференциала функции разностью

$$\frac{dx(t)}{dt} \to \frac{x(\ell) - x(\ell - 1)}{\Delta T \to 0},$$

где ΔT - время дискретизации, определяющее период отсчета дискретных значений функции *x(t)*; ℓ - дискретное время $\ell = \frac{t}{\Delta T}$; $x(\ell)$, $x(\ell - 1)$ - дискретные значения функции *x(t)* в моменты времени ℓ и $\ell - 1$.

Соответствие функций в непрерывной и разносной формах приведено в таблице 2. Представление динамики системы в разностной форме называется разностным уравнением

$$y(\ell) = y(\ell - n) + .. + y(\ell - 1) + v(\ell - m) + .. + v(\ell - 1) + v(\ell), \qquad (4)$$

где n, m – количество отсчетов сдвига функций y, v.

Таблица 2 – Разностная форма представления непрерывных функций

Вид непрерывной функции	**Разностная форма**
$x(t)$	$x(\ell), \ell = t / \Delta T$
$ax(t)$	$a \cdot x(\ell)$
$x(t \pm \tau)$	$x(\ell \pm \lambda), \lambda = \tau / \Delta T$
$\dfrac{dx(t)}{dt}$	$\dfrac{x(\ell) - x(\ell - 1)}{\Delta T}$
$\dfrac{d^2x(t)}{dt^2}$	$\dfrac{x(\ell) - 2x(\ell - 1) + x(\ell - 2)}{\Delta T^2}$
$\dfrac{d^3x(t)}{dt^3}$	$\dfrac{x(\ell) - 3x(\ell - 1) + 3x(\ell - 2) - x(\ell - 3)}{\Delta T^3}$

Пример. Определить передаточную функцию системы, заданной передаточной функцией

$$3\frac{d^2y(t)}{dt^2} - 5\frac{dy(t-2)}{dt} + y(t) = 2v(t+3) - 4\int v(t) \cdot dt.$$

Написать разностное уравнение системы.

Используя таблицу 1, запишем дифференциальное уравнение в операторной форме

$$(3p^2 - 5p \cdot e^{-2p} + 1) \cdot y(p) = (2e^{3p} - 4 \cdot \frac{1}{p}) \cdot v(p).$$

Отсюда по определению передаточной функции

$$\varphi(p)=\frac{y(p)}{v(p)}=\frac{2e^{3p}-4\cdot\dfrac{1}{p}}{3p^2-5p\cdot e^{-2p}+1}=\frac{2p\cdot e^{3p}-4}{p\cdot(3p^2-5p\cdot e^{-2p}+1)}.$$

Используя таблицу 2, запишем дифференциальное уравнение в разностной форме. Избавимся от интеграла в правой части, продифференцировав обе части уравнения

$$3\frac{d^3y(t)}{dt^3}-5\frac{d^2y(t-2)}{dt^2}+\frac{dy(t)}{dt}=2\frac{dv(t+3)}{dt}-4v(t).$$

Тогда получаем

$$3\frac{y(\ell)-3y(\ell-1)+3y(\ell-2)-y(\ell-3)}{\Delta T^3}-$$
$$-5\frac{y(\ell-2/\Delta T)-2y(\ell-2/\Delta T-1)+y(\ell-2/\Delta T-2)}{\Delta T^2}+$$
$$+\frac{y(\ell)-y(\ell-1)}{\Delta T}=2\frac{v(\ell+3/\Delta T)-v(\ell+3/\Delta T-1)}{\Delta T}-4v(\ell)$$

Примем время дискретизации ΔT = 1, окончательно получаем разностное уравнение

$$3\frac{y(\ell)-3y(\ell-1)+3y(\ell-2)-y(\ell-3)}{\Delta T^3}-$$
$$-5\frac{y(\ell-2/\Delta T)-2y(\ell-2/\Delta T-1)+y(\ell-2/\Delta T-2)}{\Delta T^2}+$$
$$+\frac{y(\ell)-y(\ell-1)}{\Delta T}=2\frac{v(\ell+3/\Delta T)-v(\ell+3/\Delta T-1)}{\Delta T}-4v(\ell);$$
$$y(\ell)=2{,}5y(\ell-1)-y(\ell-2)-1{,}75y(\ell-3)+1{,}25y(\ell-4)+$$
$$+0{,}5v(\ell+3)-0{,}5v(\ell+2)-v(\ell).$$

2. Структурная схема системы

Любая система может быть представлена как взаимосвязанная совокупность частей, элементов, звеньев, определенным образом взаимодействующих между собой. Этим определяется структура системы. ***Структурная схема*** системы отражает организацию частей системы, обладающих определенными динамическими свойствами, путем установления между ними взаимосвязей. Структура и свойства элементов определяют индивидуальные характеристики системы и позволяют рассматривать ее как целостное образование.

Для упрощения анализа системы и построения ее математической модели систему любой сложности рассматривают как совокупность трех видов типовых соединений звеньев: последовательного, параллельного и с обратной связью.

При *последовательном соединении* звеньев выходная величина предыдущего звена является входным воздействием последующего (рисунок 1, а). Передаточная функция последовательного соединения звеньев равна произведению передаточных функций этих звеньев

$$\varphi(p) = \varphi_1(p) \cdot \varphi_2(p) \cdot \ldots \cdot \varphi_n(p) = \prod_{i=1}^{N} \varphi_i(p). \tag{5}$$

При *параллельном соединении* звеньев входное воздействие является общим для всех звеньев, а выходная величина является суммой выходных величин звеньев (рисунок 1, б). Передаточная функция параллельного соединения звеньев равна сумме передаточных функций этих звеньев

$$\varphi(p) = \varphi_1(p) + \varphi_2(p) + \ldots + \varphi_n(p) = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i(p). \tag{6}$$

Обратной связью (ОС) называется такое соединение звеньев, при котором часть выходной величины возвращается на вход системы (рисунок 1, в). При этом, если выходная величина суммируется с входным воздействием, то обратная связь положительная (ПОС), если вычитается от входного воздействия, то отрицательная (ООС). Передаточная функция соединения звеньев с обратной связью равна

$$\varphi(p) = \frac{\varphi_{np}(p)}{1 \mp \varphi_{np}(p) \cdot \varphi_{oc}(p)}. \tag{7}$$

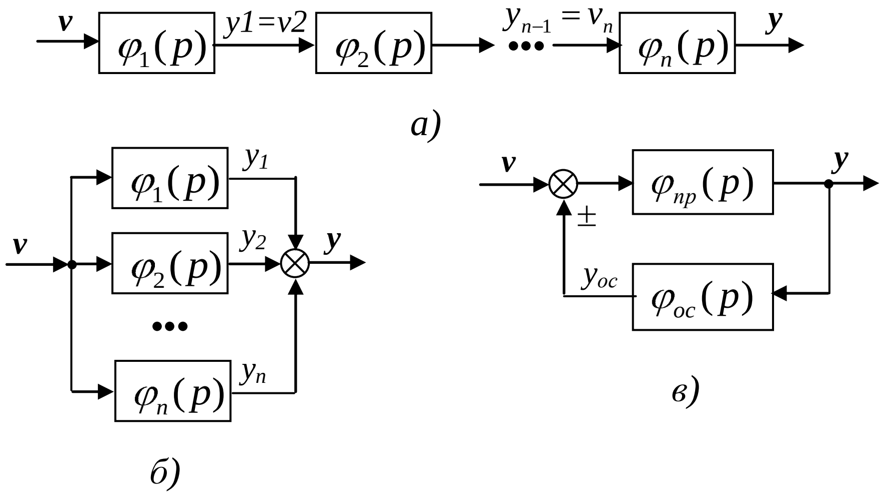
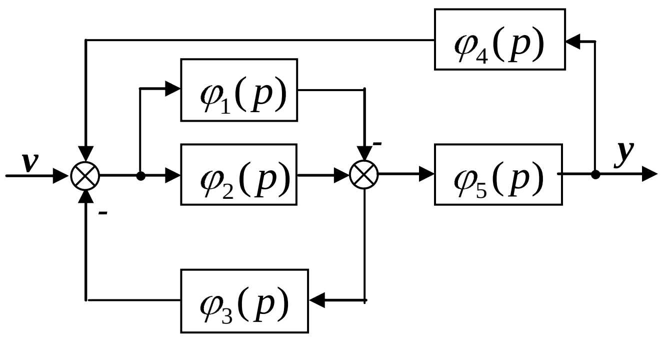


Рисунок 1 – Типовые соединения звеньев:
а) последовательное; б) параллельное; в) с обратной связью

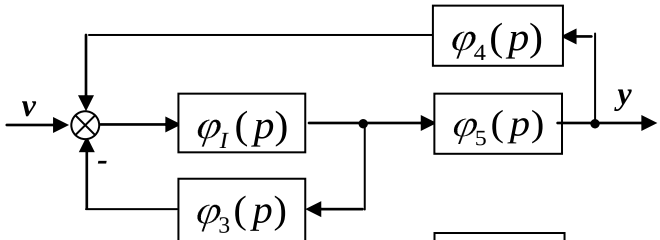
Пример. Найти передаточную функцию системы, структурная схема которой представлена на рисунке.



Выделим в структурной схеме контуры с типовыми соединениями. Таким образом, данная схема последовательно преобразуется в следующие структуры:

1. Контур $\varphi_I(p)$ состоит из параллельного соединения звеньев $\varphi_1(p)$ с отрицательным выходом и $\varphi_2(p)$, следовательно, его передаточная функция $\varphi_I(p)=\varphi_2(p)-\varphi_1(p)$.

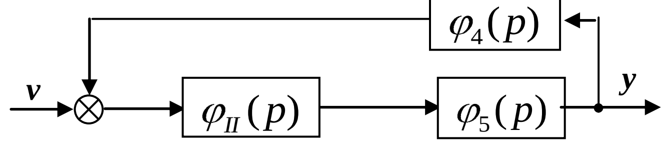
1.



2. Звенья $\varphi_I(p)$ и $\varphi_3(p)$ образуют контур с отрицательной обратной связью $\varphi_{II}(p)$, его передаточная функция

$$\varphi_{II}(p)=\frac{\varphi_I(p)}{1+\varphi_I(p)\cdot\varphi_3(p)}.$$

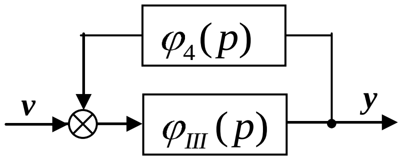
2.



3. Контур $\varphi_{III}(p)$ состоит из последовательного соединения звеньев $\varphi_{II}(p)$ и $\varphi_5(p)$, его передаточная функция $\varphi_{III}(p)=\varphi_{II}(p)\cdot\varphi_5(p)$.

Звенья $\varphi_{III}(p)$ и $\varphi_4(p)$ образуют контур с положительной обратной связью $\varphi_{IV}(p)$, его передаточная функция $\varphi_{IV}(p)=\dfrac{\varphi_{III}(p)}{1-\varphi_{III}(p)\cdot\varphi_4(p)}$.

3.



Подставляя полученные выражения в последнее $\varphi_{IV}(p)$, окончательно получаем передаточную функцию системы $\varphi(p)$:

$$\varphi(p)=\varphi_{IV}(p)=\frac{\varphi_{III}(p)}{1-\varphi_{III}(p)\cdot\varphi_4(p)}=\frac{\varphi_{II}(p)\cdot\varphi_5(p)}{1-\varphi_{II}(p)\cdot\varphi_5(p)\cdot\varphi_4(p)}=$$

$$=\frac{\dfrac{\varphi_I(p)}{1+\varphi_I(p)\cdot\varphi_3(p)}\cdot\varphi_5(p)}{1-\dfrac{\varphi_I(p)}{1+\varphi_I(p)\cdot\varphi_3(p)}\cdot\varphi_5(p)\cdot\varphi_4(p)}=\frac{\varphi_I(p)\cdot\varphi_5(p)}{1+\varphi_I(p)\cdot\varphi_3(p)-\varphi_I(p)\cdot\varphi_4(p)\cdot\varphi_5(p)};$$

$$\varphi(p)=\frac{[\varphi_2(p)-\varphi_1(p)]\cdot\varphi_5(p)}{1+[\varphi_2(p)-\varphi_1(p)]\cdot[\varphi_3(p)-\varphi_4(p)\cdot\varphi_5(p)]}.$$

3. Статическая характеристика системы

Работа системы характеризуется двумя режимами. Статический режим или установившееся состояние характеризует неизменное значение выходной величины $\boldsymbol{y}$ системы во времени при каком-либо значении входного воздействия $\boldsymbol{v}$. Динамический режим или переходный процесс характеризует переход системы из одного установившегося состояния в другое при каком-либо значении входного воздействия $\boldsymbol{v}$. Характеристики, определяющие свойства звеньев, их соединений и системы в целом в статическом и динамическом режимах называются, соответственно, статическими и динамическими характеристиками.

Зависимость выходной величины звена или системы $\bar{y}_i$ в установившихся режимах от различных постоянных значений входной величины v_i $(i = 1,.., n)$ называется ***статической характеристикой*** (рисунок 2). Система со статической характеристикой, описывающейся уравнением прямой $\bar{y} = a \cdot v + b$, является линейной системой (f_{cm}^{I} на рисунке 2). Если статическая характеристика описывается иной зависимостью, то система является нелинейной (f_{cm}^{II} на рисунке 2).

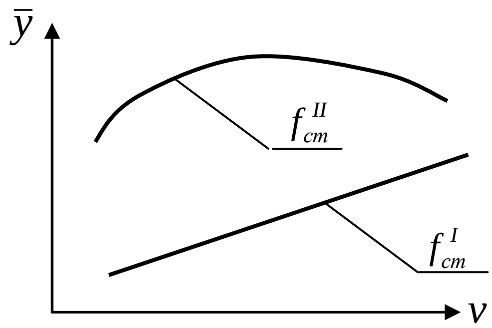


Рисунок 2 – Статические характеристики линейной f_{cm}^{I} и нелинейной f_{cm}^{II} системы

При анализе систем (прямая задача) статические характеристики строят на основе известных статических характеристик элементов, входящих в эту систему (графическими или аналитическими методами). При линеаризации системы, реализация необходимой линейной характеристики системы осуществляется подбором статической характеристики одного из звеньев системы при известных характеристиках остальных звеньев (обратная задача).

Для получения статической характеристики системы, состоящей из параллельно соединенных звеньев, в одной четверти координатной плоскости строят характеристики этих звеньев f_{cm}^{1}, f_{cm}^{2}, f_{cm}^{3} и т.д. Результирующая характеристика системы f_{cm} находится как сумма характеристик составляющих ее звеньев $f_{cm} = f_{cm}^{1} + f_{cm}^{2} + f_{cm}^{3} + \dots$ (рисунок 3).

Для системы, состоящей из последовательно соединенных звеньев, выходная величина первого звена является входным воздействием второго *y1= v2* и т.д. Статические характеристики звеньев f_{cm}^{1}, f_{cm}^{2}, f_{cm}^{3} откладываются последовательно, каждая в своей четверти координатной плоскости, результирующая характеристика системы f_{cm} находится в последующей четверти (рисунок 4).

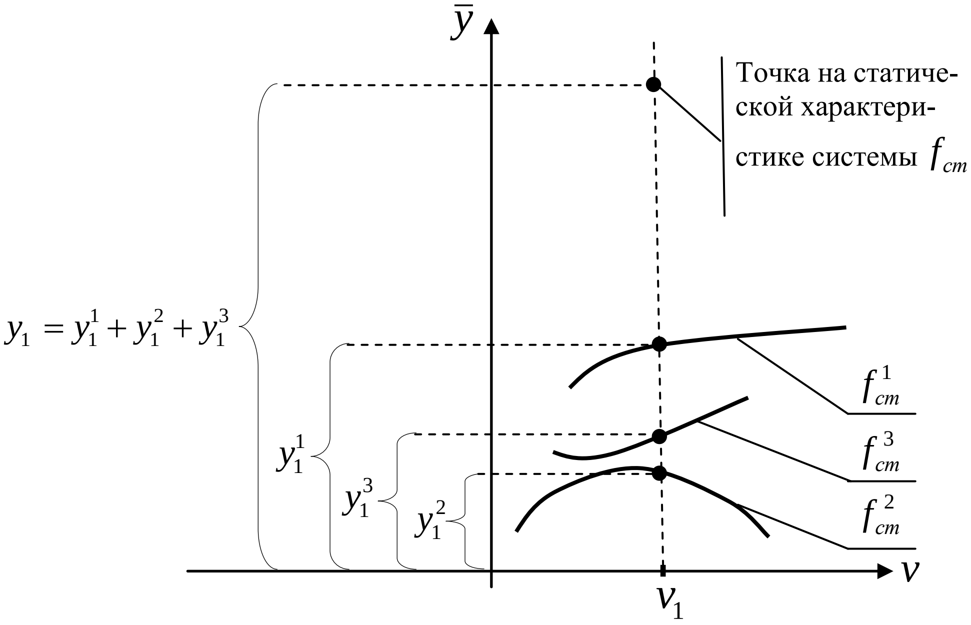


Рисунок 3 – Построение статической характеристики системы
с параллельным соединением звеньев

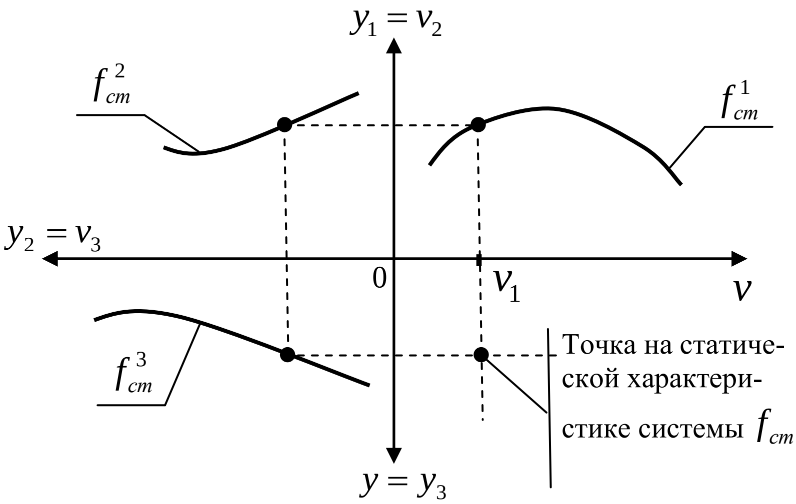


Рисунок 4 – Построение статической характеристики системы
с последовательным соединением звеньев

Статическая характеристика замкнутой системы с обратной связью находится следующим образом (рисунок 5). Статическую характеристику звена в прямой цепи f_{cm}^{np} откладывают в первом квадранте, а звена обратной связи f_{cm}^{oc} во втором квадранте. Через произвольную точку A_1 на статической характеристике f_{cm}^{np} проводят прямую до пересечения ее во втором квадранте со статической характеристикой f_{cm}^{oc} (точка B_1). Из точки B_1 опускают перпендикуляр на ось абсцисс (точка пересечения C_1). Длину отрезка OC_1 откладывают от точки A_1 вправо (при ООС) или влево (при ПОС). Полученная точка D_1 принадлежит искомой характеристике системы $f_{ст}$. Аналогично определяют и другие точки характеристики.

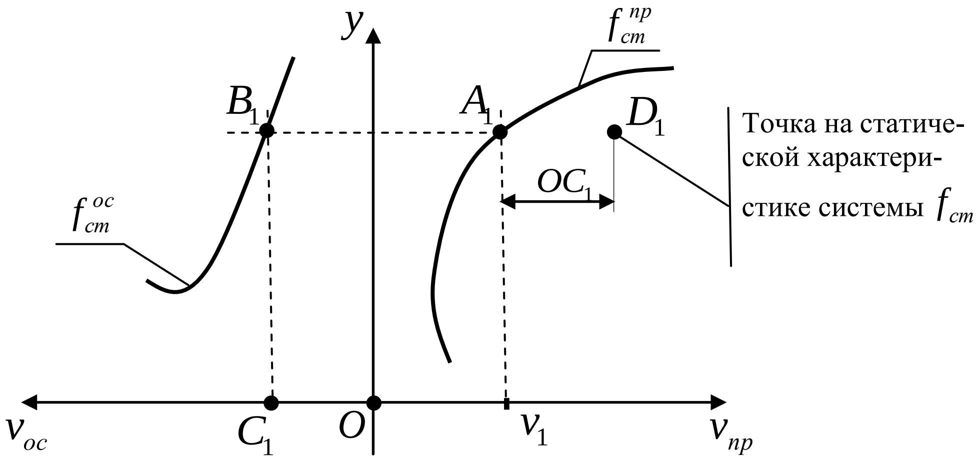


Рисунок 5 – Построение статической характеристики системы с обратной связью

4. Временные динамические характеристики

Зависимость выходной величины системы или элемента от времени при переходе из одного установившегося состояния в другое в результате поступления на вход типового воздействия называется ***временной динамической характеристикой.*** При исследовании динамических свойств системы наиболее широкое применение находят типовые входные воздействия в виде единичной ступенчатой и единичной импульсной функций.

Единичное ступенчатое воздействие описывается функцией

$$v(t) = \begin{cases} 0, \text{ при } t < 0; \\ 1, \text{ при } t \geq 0, \end{cases}$$ где 1 – относительная величина входного воздействия.

Реакция системы на единичное ступенчатое воздействие при нулевых начальных условиях называется ***переходной характеристикой*** $h(t)$.

Единичное импульсное воздействие описывается функцией

$$v(t) = \begin{cases} 0, \text{ при } t < 0; \\ \dfrac{1}{t_и}, \text{ при } 0 \le t \le t_и,\ t_и \to 0; \\ 0, \text{ при } t > t_и, \end{cases}$$ где $t_и$ – время действия импульса.

Реакция системы на единичное импульсное воздействие при нулевых начальных условиях называется ***импульсной характеристикой*** $\delta(t)$.

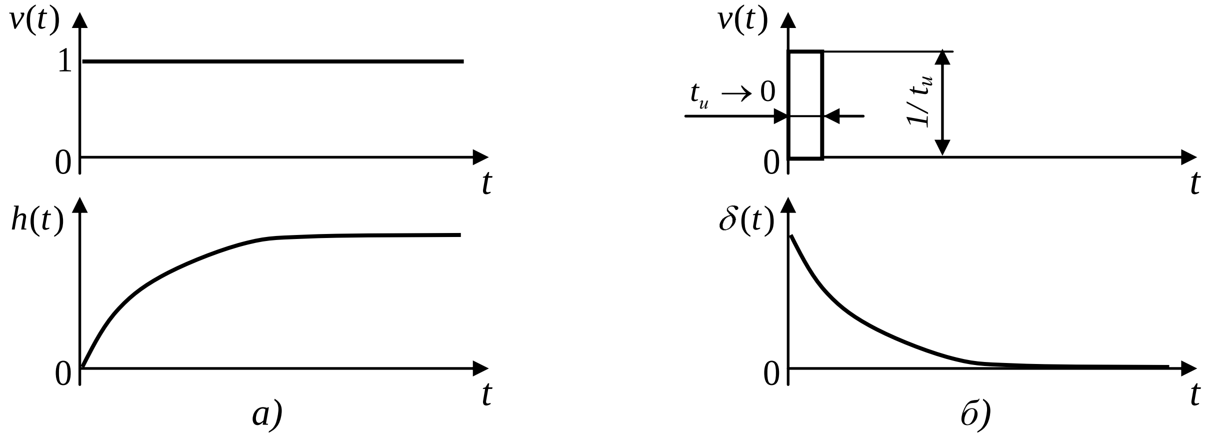


Рисунок 6 – Переходная и импульсная характеристики системы

Переходная и импульсная характеристики связаны зависимостями

$$h(t) = \int \delta(t) \cdot dt;$$
$$\delta(t) = \frac{dh(t)}{dt}. \qquad (8)$$

<u>Пример.</u> Определить импульсную характеристику системы, если известна ее переходная характеристика $h(t) = \dfrac{2\cos(3 \cdot t + 2)}{5 \cdot t}$.

В соответствии с зависимостью (8) возьмем производную от функции импульсной характеристики $h(t)$

$$\delta(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \left(\frac{2\cos(3 \cdot t + 2)}{5 \cdot t}\right)' = \frac{2[\cos(3 \cdot t + 2)]' \cdot 5t - 2\cos(3 \cdot t + 2) \cdot (5 \cdot t)'}{(5 \cdot t)^2} \Rightarrow$$
$$\delta(t) = -\frac{30 \cdot t \cdot \sin(3 \cdot t + 2) + 10\cos(3 \cdot t + 2)}{25t^2}.$$

5. Частотные характеристики

Частотные характеристики описывают вынужденные колебания на выходе системы, вызванные гармоническими воздействиями на ее входе. Если на вход системы подается комплексное гармоническое воздействие $v(t) = A_0 \cdot e^{j(\omega \cdot t + \varphi_0)}$, то на выходе формируется гармоническое воздействие с той же частотой ω, но с иной амплитудой A_1 и фазовым сдвигом φ_1.

Отношение выходной величины системы к гармоническому (комплексному) входному воздействию называется комплексной частотной характеристикой (КЧХ)

$$\varphi(j\omega) = \frac{y(t)}{v(t)} = \frac{A_1 \cdot e^{j(\omega \cdot t + \varphi_1)}}{A_0 \cdot e^{j(\omega \cdot t + \varphi_0)}} = \frac{A_1}{A_0} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_0)}.$$

Отношение амплитуды выходного воздействия A_1 к амплитуде входного гармонического воздействия A_0 при изменении частоты $\omega[0;+\infty)$ называется амплитудо-частотной характеристикой (АЧХ)

$$A(\omega) = \frac{A_1(\omega)}{A_0(\omega)}. \tag{9}$$

Разность фаз между выходным воздействием φ_1 и входным гармоническим воздействием φ_0 при изменении частоты $\omega[0;+\infty)$ называется фазо-частотной характеристикой (ФЧХ)

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) - \varphi_0(\omega). \tag{10}$$

Следовательно, выражение КЧХ можно представить в виде

$$\varphi(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}, \tag{11}$$

которое также называется амплитудо-фазо-частотной характеристикой (АФХ).

Для системы, описанной передаточной функций (3), АФХ можно представить как соотношение изображений Фурье выходного и входного воздействий. Поскольку структура выражений для преобразований Лапласа и Фурье одинакова и различается только комплексными переменными p и $j\omega$, все операции, проводимые над изображениями функции по Лапласу, можно осуществлять над изображениями по Фурье.

$$\varphi(j\omega)=\frac{y(j\omega)}{v(j\omega)}=\frac{b_m\cdot(j\omega)^m+...+b_1\cdot j\omega+b_0}{a_n\cdot(j\omega)^n+...+a_1\cdot j\omega+a_0}=\mathrm{Re}(\omega)+j\,\mathrm{Im}(\omega),$$

где $\mathrm{Re}(\omega),\mathrm{Im}(\omega)$ - соответственно, действительная и мнимая частотные характеристики. Тогда АЧХ и ФЧХ системы определяется как

$$A(\omega)=\sqrt{\mathrm{Re}^2(\omega)+\mathrm{Im}^2(\omega)},$$
$$\varphi(\omega)=arctg\frac{\mathrm{Im}(\omega)}{\mathrm{Re}(\omega)}. \qquad (12)$$

При изменении частоты $\omega[0;+\infty)$ конец вектора $\varphi(j\omega)$ описывает на комплексной плоскости кривую, которая называется ***годографом*** системы (рисунок 7). Причем длина векторов равна величине $A(\omega)$, а угол с положительной действительной осью составляет $\varphi(\omega)$.

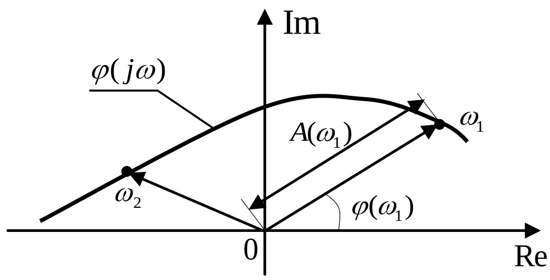


Рисунок 7 – Построение годографа

<u>Пример.</u> Определить частотные характеристики (АЧХ, ФЧХ, АФХ) и провести анализ системы, которая описывается передаточной функцией

$$\varphi(p)=\frac{3p^2\cdot e^{-2p}}{p^2-2p+4}.$$

Перейдем из временной области описания системы (преобразования Лапласа) в частотную область (преобразование Фурье) $p\to j\omega$.

$$\varphi(j\omega)=\frac{3(j\omega)^2\cdot e^{-2j\omega}}{(j\omega)^2-2j\omega+4}=\frac{-3\omega^2}{(4-\omega^2)-2j\omega}\cdot e^{-2j\omega}.$$

Так как необходимо выражение привести к виду $\varphi(j\omega)=A(\omega)\cdot e^{j\varphi(\omega)}$, то разложим множитель $\frac{-3\omega^2}{(4-\omega^2)-2j\omega}$ (*) на действительную и мнимую часть, для этого умножим числитель и знаменатель на комплексно сопряженное знаменателю число

$$\frac{-3\omega^2}{(4-\omega^2)-2j\omega}=\frac{-3\omega^2\cdot[(4-\omega^2)+2j\omega]}{[(4-\omega^2)-2j\omega]\cdot[(4-\omega^2)+2j\omega]}=\frac{3\omega^2\cdot(\omega^2-4)-6j\omega^3}{(4-\omega^2)^2+4\omega^2}.$$

Отсюда $\mathrm{Re}(\omega)=\dfrac{3\omega^2\cdot(\omega^2-4)}{(4-\omega^2)^2+4\omega^2}$, $\mathrm{Im}(\omega)=-\dfrac{6\omega^3}{(4-\omega^2)^2+4\omega^2}$.

Таким образом, для рассматриваемого множителя (*) и, исходя из выражений (12), получаем

$$A^*(\omega)=\sqrt{\left(\frac{3\omega^2\cdot(\omega^2-4)}{(4-\omega^2)^2+4\omega^2}\right)^2+\left(-\frac{6\omega^3}{(4-\omega^2)^2+4\omega^2}\right)^2}=\frac{3\omega^2\cdot\sqrt{(\omega^2-4)^2+4\omega^2}}{(4-\omega^2)^2+4\omega^2}=\frac{3\omega^2}{\cdot\sqrt{(4-\omega^2)^2+4\omega^2}},$$

$$\varphi^*(\omega)=arctg\frac{-\dfrac{6\omega^3}{(4-\omega^2)^2+4\omega^2}}{\dfrac{3\omega^2\cdot(\omega^2-4)}{(4-\omega^2)^2+4\omega^2}}=arctg\frac{-6\omega^3}{3\omega^2\cdot(\omega^2-4)}=-arctg\frac{2\omega}{\omega^2-4}.$$

Окончательно получаем выражение для АФХ заданной системы

$$\varphi(j\omega)=A^*(\omega)\cdot e^{j\varphi^*(\omega)}\cdot e^{-4j\omega}=\frac{3\omega^2}{\cdot\sqrt{(4-\omega^2)^2+4\omega^2}}\cdot e^{-j(4\omega+arctg\frac{2\omega}{\omega^2-4})}.$$

Соответственно, выражения для АЧХ и ФЧХ заданной системы следующие:

$$A(\omega)=\frac{3\omega^2}{\sqrt{(4-\omega^2)^2+4\omega^2}};$$

$$\varphi(\omega)=e^{-j(4\omega+arctg\frac{2\omega}{\omega^2-4})}.$$

При изменении частоты $\omega[0;+\infty]$ получим значения частотных характеристик (Таблица 3). Графики АЧХ, ФЧХ и годограф АФХ показаны на рисунке 8.

Таблица 3 – Численные значения частотных характеристик системы

ω, рад./с	**0**	**0,5**	**1,0**	**1,5**	**2,0**	**2,5**	**3,0**	**3,5**	**4,0**	**4,5**	**5,0**	$+\infty$
$A(\omega)$, отн.ед.	0	0,05	0,23	0,56	0,75	0,62	0,44	0,31	0,23	0,18	0,14	0
$\varphi(\omega)$, рад.	0	-1,74	-3,41	-4,96	$-\infty$	-11,1	-12,9	-14,7	-16,6	-18,5	-20,4	$-\infty$

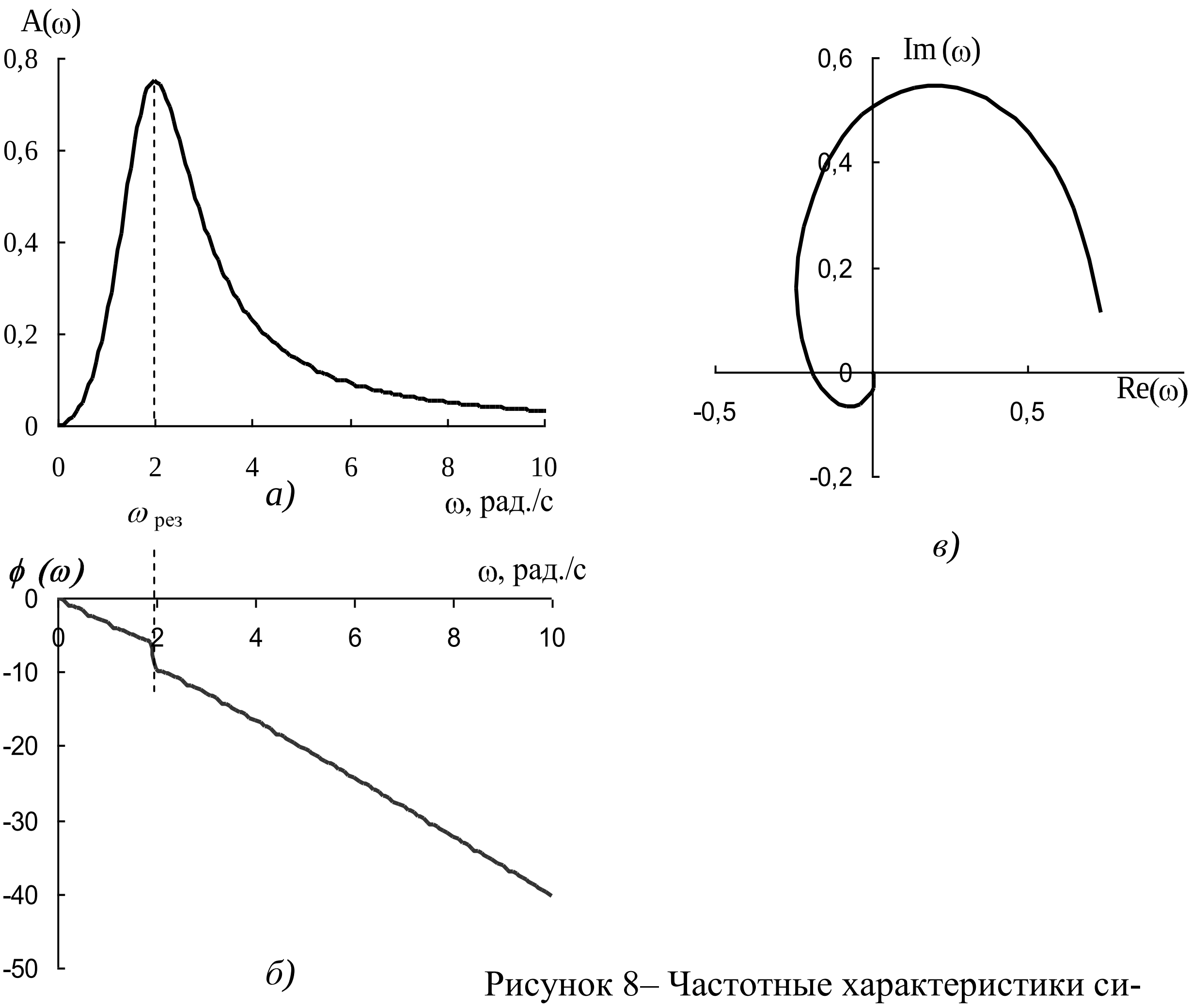


Рисунок 8– Частотные характеристики системы: а) АЧХ; б) ФЧХ; в) годограф АФХ

По частотным характеристикам можно сделать следующие выводы о свойствах системы. Рабочая область системы – полосовая в диапазоне частот от 1 до 4 рад./с (спад АЧХ до 0,3 амплитуды входного воздействия). При этом система характеризуется резонансной частотой $\omega_{\text{рез}} = 2$ рад., при которой амплитуда колебаний достигает максимума – 0,75 от амплитуды входного воздействия. Выходная величина отстает по фазе от входного воздействия во всем диапазоне частот, при этом фазовый сдвиг между выходным и входным воздействиями растет с ростом частоты.

6. Устойчивость системы

В замкнутых динамических системах при входном воздействии в общем случае возникают колебания выходной величины. Эти колебания могут быть затухающими, незатухающими и расходящимися. При расходящемся переходном процессе система является неработоспособной (идет «в разнос»). Поэтому при анализе систем необходимо исследовать такое поведение системы, связанной с понятием «устойчивости».

Устойчивость – это свойство системы сохранять состояние равновесие и, будучи выведенной из этого состояния внешним воздействием, снова возвращаться к нему при снятии внешнего воздействия. Устойчивость является необходимым условием работоспособности системы.

При определении устойчивости системы рассматривается ее свободное движение при равенстве нулю входных воздействий, такое выражение называется *характеристическим уравнением.* Для системы с передаточной функцией (3) характеристическое уравнение имеет вид

$$a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + ... + a_1 \cdot p + a_0 = 0. \quad (13)$$

Устойчивость системы с характеристическим уравнением определяется теоремой А.М. Ляпунова:

1). Если все корни характеристического уравнения $p_i = \mathrm{Re}_i + j\,\mathrm{Im}_i,\ i = 1,..,n$ имеют отрицательную действительную часть $\mathrm{Re}_k > 0,\ k \in n$, то система является устойчивой.

2). Если хотя бы один из корней характеристического уравнения имеет положительную действительную часть $\mathrm{Re}_i < 0,\ i = 1,..,n$, то система является неустойчивой.

3). При наличии нулевых и чисто мнимых корней характеристического уравнения $\mathrm{Re}_k = 0,\ k \in n$ при условии, что остальные корни имеют отрицательную действительную часть $\mathrm{Re}_{i-k} < 0,\ i = 1,..,n$, система находится на границе устойчивости.

Для устойчивой системы, расстояние от мнимой оси (границы устойчивости) до ближайшего корня (пары корней) называется *степенью устойчивости* η. Наибольший угол между парой сопряженных корней называется *степенью колебательности* μ. Область, образованная прямой на расстоянии η и углом μ, охватывающая все корни характеристического уравнения является *областью устойчивости* системы (рисунок 9).

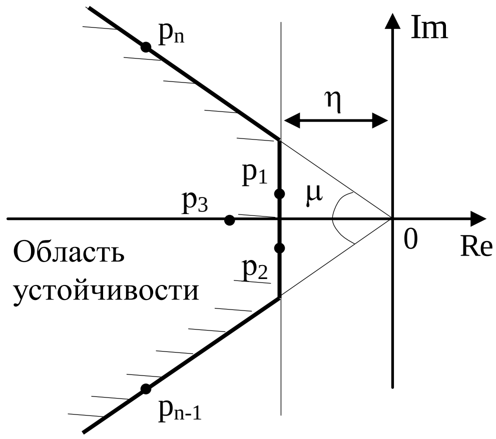


Рисунок 9 – Устойчивость системы по Ляпунову

7. Критерии устойчивости

Решение характеристических уравнений высоких степеней затруднительно, поэтому существуют методы определения устойчивости системы по значениям коэффициентов уравнения или по частотным характеристикам системы, называемыми *критериями устойчивости.*

Алгебраический критерий устойчивости Рауса-Гурвица.

1. Необходимым условием устойчивости системы является положительные значения всех коэффициентов характеристического уравнения (13) $a_i > 0,\ i = 1,..,n$. Если хотя бы один из коэффициентов меньше или равен нулю, то система заведомо неустойчивая.
2. Необходимым и достаточным условием устойчивости системы является положительное значение определителя, составленного из коэффициентов характеристического уравнения, называемого определителем Гурвица. По главной диагонали определителя располагаются все коэффициенты по убыванию от a_{n-1} до a_0. В строках коэффициенты располагаются по убыванию через один. Пустые места заполняются нулями.

$$\Delta_{\Gamma} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & a_2 & a_0 \end{vmatrix} > 0 \quad . \qquad (14)$$

<u>Пример.</u> Определить устойчивость системы, описанной передаточной функцией $\varphi(p) = \dfrac{2p+1}{6p^4+3p^3-2p^2+5p+4}$.

Характеристическое уравнение исследуемой системы

$$6p^4+3p^3-2p^2+5p+4=0\,.$$

Коэффициент $a_2 < 0$, необходимое условие устойчивости не соблюдено, поэтому система заведомо неустойчива. Докажем это, решив определитель Гурвица.

$$\Delta_{\Gamma} = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_4 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = a_3 \cdot \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} - a_1 \cdot \begin{vmatrix} a_4 & a_0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} = a_3 \cdot a_2 \cdot a_1 \cdot a_0 - a_3^2 \cdot a_0^2 - a_4 \cdot a_1^2 \cdot a_0.$$

Подставляя значения коэффициентов, получаем

$$\Delta_{\Gamma} = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 0 & 0 \\ 6 & -2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 6 & -2 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-2) \cdot 5 \cdot 4 - 3^2 \cdot 4^2 - 6 \cdot 5^2 \cdot 4 = -864 < 0.$$

Так как определитель Гурвица $\Delta_{\Gamma} < 0$, то система неустойчива.

Частотный критерий Михайлова.

Частотная характеристика, описывающая свободное движение системы, называется годографом Михайлова. Система с характеристическим уравнением (13) описывается годографом Михайлова вида

$$\varphi_M(j\omega) = a_n \cdot (j\omega)^n + a_{n-1} \cdot (j\omega)^{n-1} \dots + a_1 \cdot (j\omega) + a_0 = \mathrm{Re}(\omega) + j\,\mathrm{Im}(\omega). \qquad (15)$$

Устойчивость системы определяется поведением годографа Михайлова на комплексной плоскости при выполнении следующих условий.

1). При постоянном входном воздействии ($\omega = 0$) годограф должен начинаться на положительной действительной полуоси.

2). При изменении частоты $\omega[0;+\infty]$ годограф должен последовательно обходить в положительном направлении (против часовой стрелки) ***n*** четвертей комплексной плоскости, где ***n*** – порядок характеристического уравнения.

3). При этом годограф должен повернуться на угол $\frac{n\pi}{2}$.

Если хотя бы одно из условий не соблюдается, то система неустойчива. Если годограф при соблюдении всех условий проходит через начало координат, то система находится на границе устойчивости (рисунок 10).

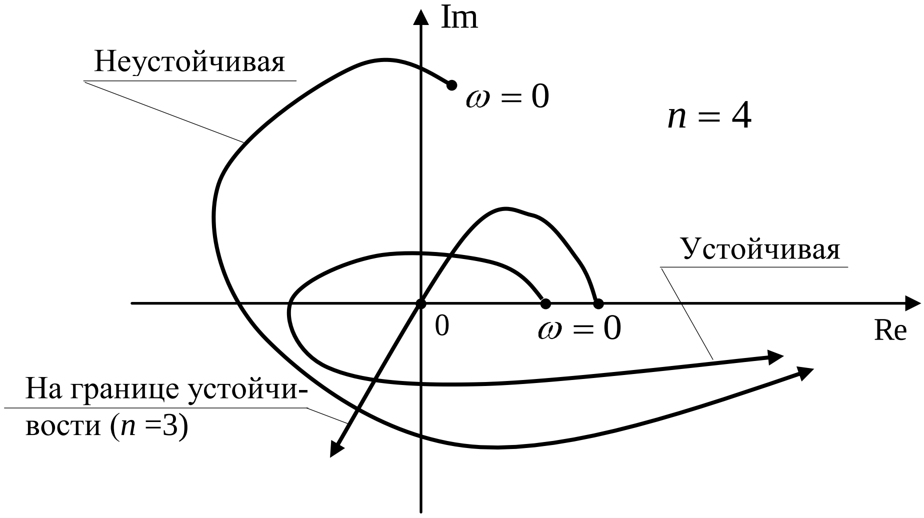


Рисунок 10 – Устойчивость системы по критерию Михайлова

<u>Пример.</u> Исследовать устойчивость системы, заданной передаточной функцией $\varphi(p) = \dfrac{3p^3 + 4}{2p^4 + 4p^3 + 10p^2 + 16p + 2}$.

Характеристическое уравнение системы $2p^4 + 4p^3 + 10p^2 + 16p + 2 = 0$, следовательно, годограф Михайлова описывается выражением

$\varphi_M(j\omega) = 2\cdot(j\omega)^4 + 4\cdot(j\omega)^3 + 10\cdot(j\omega)^2 + 16\cdot j\omega + 2 = 2\cdot\omega^4 - 4\cdot j\omega^3 - 10\cdot\omega^2 + 16\cdot j\omega + 2,$

где $\mathrm{Re}(\omega) = 2\omega^4 - 10\omega^2 + 2,\ \mathrm{Im}(\omega) = -4\omega^3 + 16\omega.$.

Как следствием условия устойчивости системы, годограф Михайлова должен пересекать оси комплексной плоскости в следующем порядке:

+ Re (при ω = 0); + Im; - Re; - Im; + Re и т.д.

Точки пересечения годографа с действительной осью Re найдем, исходя из условия $\mathrm{Im}(\omega) = 0,\ -4\omega^3 + 16\omega = 0.$ Отсюда получаем частоты, при которых происходит пересечение с осью $\omega_1 = 0,\ \omega_2 = 2$, следовательно, точки пересечения имеют координаты (2;0) и (-6;0), т.к. $\mathrm{Re}(\omega_1) = 2, \mathrm{Re}(\omega_2) = 2\cdot(2)^4 - 10\cdot(2)^2 + 2 = -6.$

Аналогично находим точки пересечения годографа с мнимой осью Im, исходя из условия $\mathrm{Re}(\omega) = 0,\ 2\omega^4 - 10\omega^2 + 2 = 0$. Частоты, при которых происходит пересечение с осью $\omega_1 = 0{,}4,\ \omega_2 = 2{,}2$, следовательно, точки пересечения имеют координаты (0;6,14) и (0;-7,39), т.к. $\mathrm{Im}(\omega_1) = 6{,}14;\ \mathrm{Im}(\omega_2) = -7{,}39$.

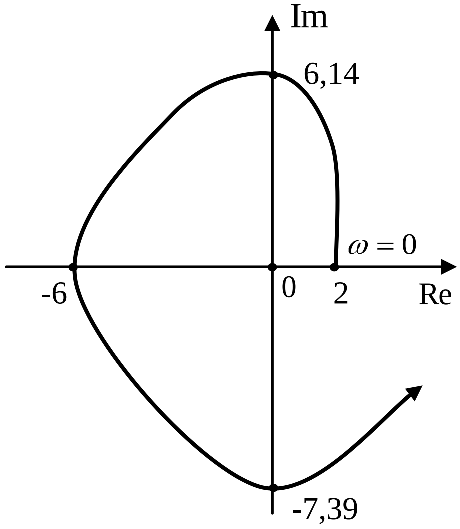


Рисунок 11 – Годограф Михайлова

Последовательность пересечения осей соблюдается, значит, рассматриваемая система устойчивая (рисунок 11).

Частотный критерий Найквиста.

При разрывании обратной связи замкнутых систем (рисунок 1, *в*) с передаточной функцией $\varphi(p) = \dfrac{\varphi_{пр}(p)}{1 \mp \varphi_{пр}(p)\cdot\varphi_{ос}(p)}$ образуется структура с последовательным соединением звеньев $\varphi_{раз}(p) = \varphi_{пр}(p)\cdot\varphi_{ос}(p)$.

Замкнутая система является устойчивой, если годограф разомкнутой системы $\varphi_{раз}(j\omega)=\varphi_{пр}(j\omega)\cdot\varphi_{ос}(j\omega)$ при изменении частоты $\omega[0;+\infty]$ не охватывает критическую точку $(-1;\ j0)$ на комплексной плоскости. Данная точка является границей устойчивости (рисунок 12).

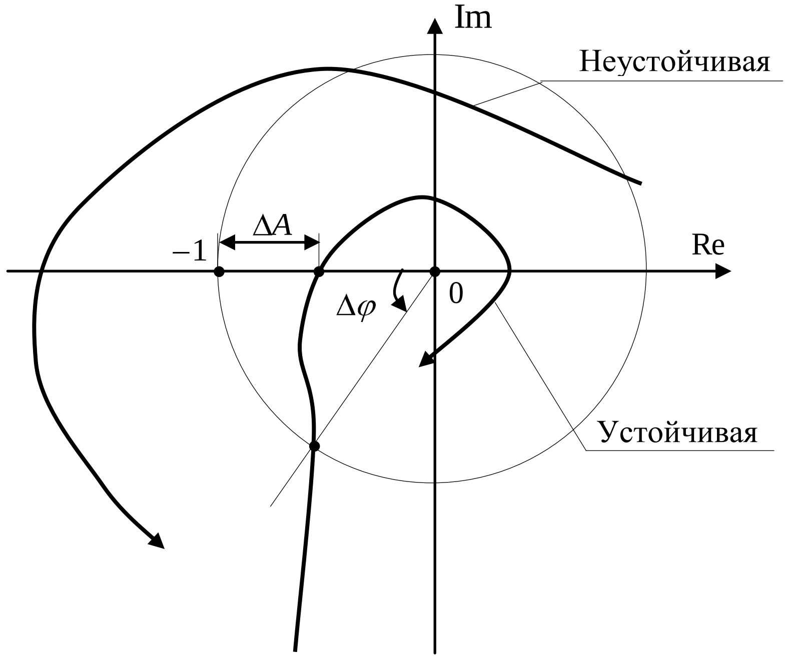


Рисунок 12 – Устойчивость системы по критерию Найквиста

Условия работы систем характеризуются, в общем случае, нестационарностью. Поэтому, будучи устойчивой, система со временем может стать неустойчивой. Это необходимо учитывать при анализе устойчивости и обеспечивать гарантированную устойчивость системы при изменении ее параметров в некотором диапазоне. Такое свойство системы называется ***запасом устойчивости***.

По критерию Найквиста определяют (рисунок 12):

а). Запас устойчивости по амплитуде ΔA определяется наименьшим расстоянием от критической точки до точки пересечения годографа разомкнутой системы с действительной осью комплексной плоскости.

б). Запас устойчивости по фазе $\Delta\varphi$ определяется наименьшим углом между отрицательной действительной осью комплексной плоскости и прямой в точку пересечения годографа разомкнутой системы с единичной окружностью.

Пример. Исследовать устойчивость замкнутой системы, заданной передаточными функциями $\varphi_{пр}(p)=\dfrac{0{,}9p}{4p+1}\cdot e^{-2p}$; $\varphi_{oc}(p)=\dfrac{1}{3p^2}$. Определить запасы устойчивости по амплитуде и фазе.

При разрывании обратной связи замкнутой системы получим разомкнутую систему с передаточной функцией

$$\varphi_{раз}(p)=\varphi_{пр}(p)\cdot\varphi_{oc}(p)=\frac{0{,}9p\cdot e^{-2p}}{4p+1}\cdot\frac{1}{3p^2}=\frac{0{,}3}{p\cdot(4p+1)}\cdot e^{-2p}.$$

Разложим $\varphi_{раз}(p)$ на передаточные функции типовых звеньев, в данном случае на интегрирующее, инерционное звенья и звено запаздывания

$$\varphi_{раз}(p)=\frac{0{,}3}{p\cdot(4p+1)}\cdot e^{-2p}=\frac{1}{p}\cdot\frac{0{,}3}{4p+1}\cdot e^{-2p}.$$

Подставляя частотные характеристики типовых звеньев, определим частотную характеристику разомкнутой системы

$$\varphi_{раз}(j\omega)=\frac{1}{\omega}\cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}\cdot\frac{0{,}3}{\sqrt{16\omega^2+1}}\cdot$$

Годограф разомкнутой системы $\varphi_{раз}(j\omega)$ при изменении частоты $\omega[0;+\infty]$ не охватывает критическую точку $(-1;\,j0)$ на комплексной плоскости (рисунок 13), следовательно, замкнутая система устойчивая.

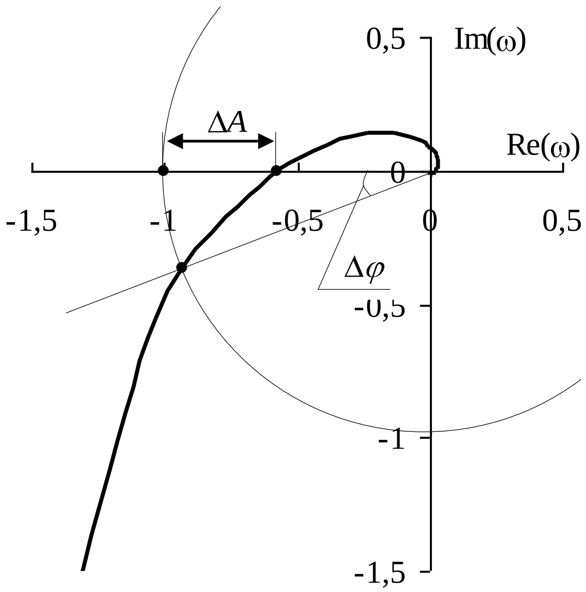


Рисунок 13 – Определение устойчивости замкнутой системы

Запас устойчивости по амплитуде составляет $\Delta A = 0{,}45$ или $\frac{\Delta A}{1} \cdot 100\% = 45\%$. Запас устойчивости по фазе составляет $\Delta\varphi \approx 20^o$ или $\frac{\Delta\varphi}{360^o} \cdot 100\% \approx 5{,}6\%$.

8. Переходные процессы в системе. Качество управления

Устойчивость является необходимым, но недостаточным свойством системы управления, поскольку в устойчивой системе могут возникать очень медленно затухающие, длительные переходные процессы. ***Переходным процессом*** называется изменение во времени состояние системы, характеризующееся выходным параметром *y(t)* при изменении входного воздействия *v(t)*. Возникает необходимость количественно оценить качество процесса управления при устойчивой работе системы. Анализ качества управления заключается в определении количественных показателей, характеризующих соответствие реального изменения управляемого параметра системы $y(t)$ заданному $y^*(t)$.

Показатели качества управления (рисунок 14) классифицируются на статические Δy, динамические $\Delta y(t)$ и интегральные $\int^{t_{упр}} \delta y(t) \cdot dt$, определяемые, соответственно, в установившемся $y_{уст}(t_{упр})$, переходном $t_0 < t < t_{упр}$ режимах и накопленные за цикл (период) управления $t_{упр}$.

Статической ошибкой $\boldsymbol{\Delta y}$ называется отклонение управляемого параметра системы $y(t_{уст})$ от заданного значения y^* в установившемся режиме

$$\Delta y = |y^* - y(t_{уст})| \qquad (16)$$

К *динамическим показателям* качества управления относятся:

1. ***Максимальное динамическое отклонение*** $\boldsymbol{y^{max}}$ – наибольшая величина отклонения управляемого параметра $y(t)$ системы в переходном режиме

$$y^{max} = \max[y(t)] \qquad (17)$$

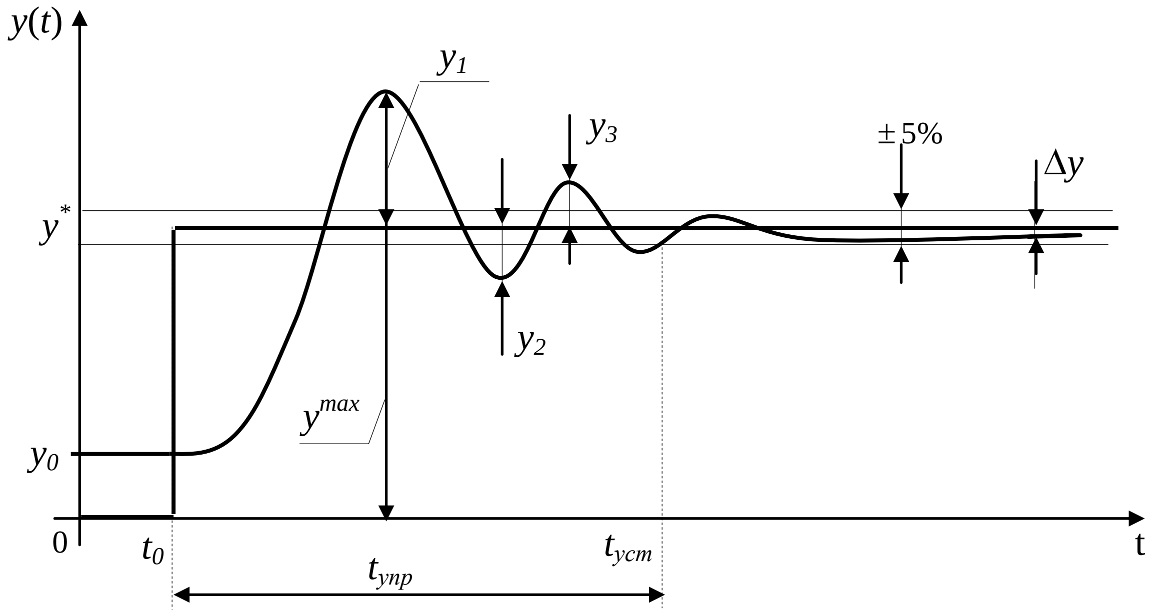


Рисунок 14 – Определение показателей качества управления

2. ***Время управления*** или ***время переходного процесса*** $\boldsymbol{t_{упр}}$ определяется как время от начала изменения входного воздействия *v(t)* до момента установившегося режима $y_{уст}$. Установившийся режим реальных процессов оценивается «трубкой переходного процесса», которая определяется диапазоном ($\pm$5%) изменения *y(t)* относительно y^*. Временем $\boldsymbol{t_{упр}}$ называется время окончательного захода параметра *y(t)* в «трубку переходного процесса».

3. ***Перерегулированием*** $\boldsymbol{\sigma}$ называется относительная величина отклонения управляемого параметра системы $y(t)$ от заданного значения y^*

$$\sigma = \frac{y^{\max} - y^*}{y^*} \cdot 100\% \quad \text{или}$$

$$\sigma = \frac{y_2}{y_1} \cdot 100\% . \tag{18}$$

4. ***Степень затухания*** ψ определяет относительную величину затухания колебаний в системе и определяется как

$$\psi = \frac{y_1 - y_3}{y_1} \tag{19}$$

5. ***Количество колебаний*** в системе за время переходного процесса ***n*.**

К *интегральным показателям* качества управления относятся:

1. ***Прямая интегральная ошибка*** определяется для апериодических переходных процессов

$$I = \int^{t_{упр}} [y^*(t) - y(t)] \cdot dt = \int^{t_{упр}} \delta y(t) \cdot dt \qquad (20)$$

2. ***Модульная интегральная ошибка*** определяется для колебательных переходных процессов

$$|I| = \int^{t_{упр}} |\delta y(t)| \cdot dt \qquad (21)$$

3. ***Квадратичная интегральная ошибка*** определяется для колебательных переходных процессов

$$I^2 = \int^{t_{упр}} \delta y^2(t)] \cdot dt \qquad (22)$$

<u>Пример.</u> Рассчитать и построить переходный процесс в системе (при нулевых начальных условиях), заданной передаточной функцией $\varphi(p) = \dfrac{2p \cdot e^{3p} - 4}{p \cdot (3p^2 - 5p \cdot e^{-2p} + 1)}$ при изменении задающего воздействия на одну относительную величину y^* = 1 отн.ед. Определить прямые показатели качества и интегральную квадратичную ошибку.

<u>Примечание:</u> для неустойчивого переходного процесса, время переходного процесса определить 20 отсчетам.

Для расчета переходного процесса необходимо определить разностное уравнение системы (см. параграф 1). Для системы с заданной передаточной функцией разностное уравнение получено в примере параграфа 1 и имеет вид

$$y(\ell) = 2{,}5y(\ell - 1) - y(\ell - 2) - 1{,}75y(\ell - 3) + 1{,}25y(\ell - 4) +$$
$$+ 0{,}5v(\ell + 3) - 0{,}5v(\ell + 2) - v(\ell),$$

где в качестве входного воздействия $v(\ell)$ берется задающее воздействие $v(\ell) = y^{*} = 1$ отн.ед. Расчет переходного процесса приведен в таблице 4, график переходного процесса изображен на рисунке 15.

Таблица 4 – Расчет переходного процесса

ℓ	**y(ℓ)**	**2,5y(ℓ-1)**	**- y(ℓ-2)**	**-1,75y(ℓ-3)**	**1,25y(ℓ-4)**	**0,5v(ℓ+3)**	**-0,5v(ℓ+2)**	**- v(ℓ)**
0	-1	0	0	0	0	0,5	-0,5	-1
1	-3,5	=-1*2,5	0	0	0	0,5	-0,5	-1
2	-8,75	-8,75	= -1*(-1)	0	0	0,5	-0,5	-1
3	-17,625	-21,875	3,5	= -1*(-1,75)	0	0,5	-0,5	-1
4	-31,4375	-44,0625	8,75	6,125	= -1*1,25	0,5	-0,5	-1
5	-51,0313	-78,5938	17,625	15,3125	-4,375	0,5	-0,5	-1
6	-77,2344	-127,578	31,4375	30,84375	-10,9375	0,5	-0,5	-1
7	-110,07	-193,086	51,03125	55,015625	-22,0313	0,5	-0,5	-1
8	-148,934	-275,176	77,23438	89,3046875	-39,2969	0,5	-0,5	-1
9	-191,893	-372,334	110,0703	135,160156	-63,7891	0,5	-0,5	-1
10	-235,718	-479,731	148,9336	192,623047	-96,543	0,5	-0,5	-1
11	-275,356	-589,294	191,8926	260,633789	-137,588	0,5	-0,5	-1
12	-304,027	-688,39	235,7178	335,812012	-186,167	0,5	-0,5	-1
13	-313,071	-760,068	275,356	412,506104	-239,866	0,5	-0,5	-1
14	-292,426	-782,679	304,0271	481,872925	-294,647	0,5	-0,5	-1
15	-231,14	-731,064	313,0714	532,047424	-344,195	0,5	-0,5	-1
16	-118,584	-577,851	292,4257	547,874969	-380,034	0,5	-0,5	-1
17	54,08562	-296,461	231,1404	511,74501	-391,339	0,5	-0,5	-1
18	291,7618	135,2141	118,5842	404,49572	-365,532	0,5	-0,5	-1
19	592,9158	729,4046	-54,0856	207,522373	-288,926	0,5	-0,5	-1
20	946,6477	1482,29	-291,762	-94,649843	-148,23	0,5	-0,5	-1

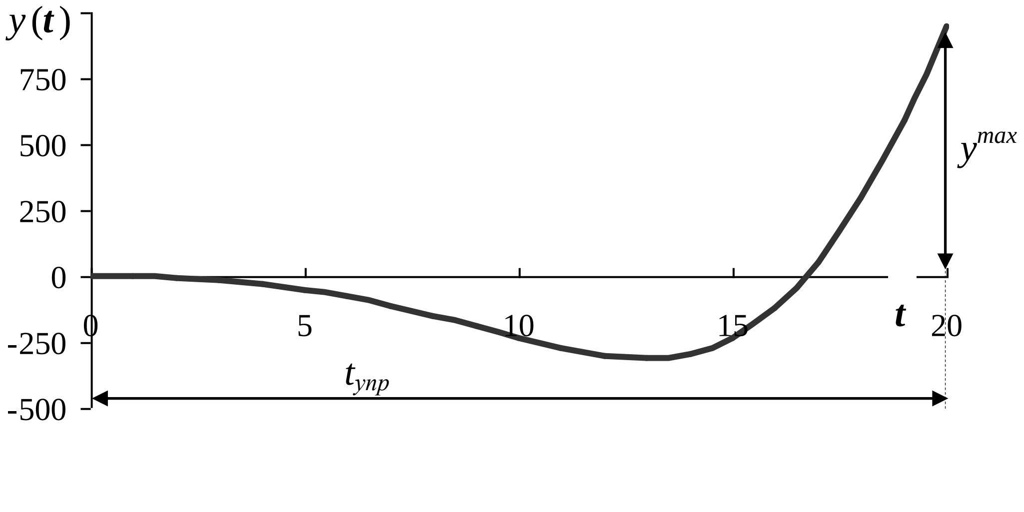


Рисунок 15 – График переходного процесса

Исходя из переходного процесса, видно, что система характеризуется расходящимся колебательным режимом, таким образом, данная система является неустойчивой. Говорить о качестве управления нет смысла. Однако, принимая условие задачи для неустойчивых систем, определим показатели качества управления для времени переходного процесса равному 20 отсчетам. При решении задачи было выбрано время дискретизации, равное ΔT = 1 сек., тогда время переходного процесса определяется $t_{пер} = \ell \cdot \Delta T = 20 \cdot 1\,\text{сек} = 20\,\text{сек}.$

1. Статическая ошибка $\Delta y = |\, y^* - y(t_{уст})| = |1 - 946{,}6| = 945{,}6$.
2. Максимальное динамическое отклонение $y^{max} = \max[y(t)] = 946{,}6$ отн.ед.
3. Время управления $t_{упр} = t_{пер} = 20$ *сек.*
4. Перерегулирование $\sigma = \dfrac{y^{\max} - y^*}{y^*} \cdot 100\% = \dfrac{946{,}6 - 1}{1} \cdot 100\% \to \infty$. Доказательство неустойчивости и неработоспособности системы.
5. Квадратичная интегральная ошибка $I^2 = \int^{t_{упр}} \delta y^2(t)] \cdot dt$. Дискретный аналог квадратичной интегральной ошибки при расчете переходного процесса в разностной форме имеет вид

$$I^2 = \sum_{i=0}^{\ell_к} [y^*(\ell_i) - y(\ell_i)]^2 ,$$

где $\ell_к$ – дискретное время, соответствующее окончанию переходного процесса. Таким образом, используя таблицу 4, сумма отклонений параметра системы от задающего воздействия за время $\ell = 20$ составляет $\boldsymbol{I^2} = -526{,}386$.

Контрольная проверка знаний

Контрольное задание 1

а). Определить передаточную функцию системы, если система описывается дифференциальным уравнением и записать уравнение в разностной форме.

б). Дана передаточная функция системы. Вывести уравнение динамики системы в дифференциальной и разностной формах.

Варианты задания

1, а). $5{,}2\cdot\frac{d^3y(t)}{dt^3}-12{,}3\cdot\frac{d^2y(t-5)}{dt^2}=v(t-2)+10{,}3\cdot v(t);$

б). $\varphi(p)=\frac{2{,}3p^3\cdot e^{-2p}}{4{,}7p\ -1{,}2\cdot e^{+p}+1{,}2}.$

2, а). $3{,}5\cdot\frac{d^2y(t+3)}{dt^2}+2{,}3\cdot\frac{d^2y(t)}{dt^2}=4{,}6\cdot\frac{d\ v(t-2)}{dt}+7{,}1\cdot v(t+5);$

б). $\varphi(p)=\frac{4{,}1\cdot p^2+3{,}7\cdot e^{-5p}}{4{,}7p^3-1{,}2\cdot p\cdot e^{-3p}+4{,}2}.$

3, а). $7{,}2\cdot\frac{d^3y(t-1)}{dt^3}-3{,}3\cdot\frac{dy(t-1)}{dt}=4{,}6\cdot\frac{d^2v(t)}{dt^2}+9{,}1\cdot\frac{dv(t)}{dt};$

б). $\varphi(p)=\frac{10{,}9\cdot p^3\cdot e^{-7p}-3{,}7\cdot p^2}{1{,}7p^2+6{,}7p+4{,}2\cdot e^{-3p}}.$

4, а). $0{,}7\cdot\frac{d^2y(t+3)}{dt^2}+5{,}6\cdot\frac{dy(t)}{dt}-6{,}5\cdot\frac{dy(t-5)}{dt}=10{,}6\cdot\int v(t)\cdot dt;$

б). $\varphi(p)=\frac{p^2\cdot e^{+3p}+1{,}7}{-1{,}2p^3-6{,}7p\cdot e^{-3p}}.$

5, а). $6{,}3\cdot\frac{d^2y(t-2)}{dt^2}+3{,}9\cdot\frac{dy(t+5)}{dt}-2\cdot y(t)=4{,}6\cdot\frac{d\ v(t)}{dt}+9{,}1\cdot v(t);$

б). $\varphi(p)=\frac{1{,}6\cdot p^2-3\cdot p\cdot e^{-2p}}{p^3\cdot e^{+2p}+6{,}7p+4{,}3}.$

6, а). $-7{,}3\cdot\frac{d^2y(t)}{dt^2}-4{,}7\cdot\frac{dy(t-5)}{dt}+3{,}4\cdot y(t-1)=6\cdot\frac{d^3v(t)}{dt^3}-9\cdot v(t+7);$

б). $\varphi(p)=\frac{6\cdot p^3\cdot e^{-3p}-3\cdot p^2}{4\cdot p^3\cdot e^{-5p}+6{,}7}.$

7, а). $0{,}7\cdot\dfrac{d^2y(t-4)}{dt^2}-6{,}5\cdot\dfrac{dy(t-5)}{dt}+3{,}4\cdot y(t)=-0{,}5\cdot\int v(t)\cdot dt;$

б). $\varphi(p)=\dfrac{3{,}5\cdot p^2-2p^2\cdot e^{-5p}+0{,}7}{1{,}2p^3+6{,}7p\cdot e^{-3p}-5{,}9}.$

8, а). $7{,}9\cdot\dfrac{d^3y(t)}{dt^3}+1{,}7\cdot\dfrac{dy^2(t)}{dt^2}-1{,}4\cdot y(t-2)=0{,}2\cdot\dfrac{d^2v(t)}{dt^2}+0{,}9\cdot v(t-3);$

б). $\varphi(p)=\dfrac{2{,}6\cdot p^2\cdot e^{-3p}+2{,}3\cdot p^3+1}{1{,}4\cdot p^2\cdot e^{-2p}-6{,}7p}.$

9, а). $4{,}6\cdot\dfrac{d^2y(t+2)}{dt^2}+3{,}7\cdot\dfrac{dy^2(t)}{dt^2}-0{,}6\cdot\dfrac{dy(t)}{dt}+9{,}4\cdot y(t)=-2{,}9\cdot v(t-4);$

б). $\varphi(p)=\dfrac{3{,}5}{p\cdot(4{,}1\cdot p^2\cdot e^{-3p}+6{,}7\cdot p-2)}.$

10, а). $3\cdot\dfrac{d^3y(t)}{dt^3}-9\cdot\dfrac{dy^2(t-5)}{dt^2}-2\cdot y(t-1)=4\cdot\dfrac{d^2v(t)}{dt^2}+v(t-1);$

б). $\varphi(p)=\dfrac{6\cdot p^2+3\cdot p^2\cdot e^{-2p}+12}{8p^2\cdot e^{-2p}-7p+4{,}3\cdot e^{-3p}}.$

11, а). $3{,}2\cdot\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}-2{,}3\cdot\dfrac{dy(t-5)}{dt}=12\cdot v(t-2)-0{,}3\cdot v(t+2);$

б). $\varphi(p)=\dfrac{9{,}3p^2\cdot e^{-2p}+1}{0{,}7p^3-1{,}6\cdot p\cdot e^{+2p}+1{,}2}.$

12, а). $\dfrac{d^3y(t)}{dt^3}-0{,}3\cdot\dfrac{d^2y(t-6)}{dt^2}=4{,}6\cdot\dfrac{d^2v(t-2)}{dt^2}+6{,}1\cdot v(t-5);$

б). $\varphi(p)=\dfrac{4{,}5\cdot p^2\cdot e^{-3p}+5{,}7\cdot e^{+p}}{4{,}7p^2-1{,}2\cdot p\cdot e^{-3p}+0{,}2}.$

13, а). $6{,}2\cdot\dfrac{d^3y(t-3)}{dt^3}+9{,}3\cdot\dfrac{dy^2(t-1)}{dt^2}=4{,}6\cdot\dfrac{d^3v(t)}{dt^3}-9{,}1\cdot\dfrac{dv(t)}{dt};$

б). $\varphi(p)=\dfrac{0{,}9\cdot p^2\cdot e^{-3p}+3{,}7\cdot p^2}{0{,}7p^3+6{,}7p^2-0{,}2\cdot e^{+3p}}.$

14, а). $0{,}4\cdot\dfrac{d^2y(t+3)}{dt^2}+6\cdot\dfrac{dy(t)}{dt}-5\cdot\dfrac{dy(t-5)}{dt}=-0{,}6\cdot\int v(t)\cdot dt;$

б). $\varphi(p)=\dfrac{p^3\cdot e^{+3p}+1{,}7\cdot p}{7{,}2p^2+4{,}7p\cdot e^{-5p}}.$

15, а). $6{,}8\cdot\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}-8{,}9\cdot\dfrac{dy(t-5)}{dt}-2\cdot y(t)=6\cdot\dfrac{d^3v(t)}{dt^3}+9\cdot v(t-2);$

б). $\varphi(p)=\dfrac{6{,}6\cdot p^2-3{,}9\cdot p^2\cdot e^{-2p}}{p^3\cdot e^{+2p}-4{,}7p+2{,}3}.$

16, а). $-7{,}3\cdot\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}-4{,}7\cdot\dfrac{dy(t-5)}{dt}+3{,}4\cdot y(t-1)=6\cdot\dfrac{d^3v(t)}{dt^3}-9\cdot v(t+7);$

б). $\varphi(p)=\dfrac{6{,}4\cdot p^2\cdot e^{-3p}+8{,}3\cdot p}{2{,}4\cdot p^3\cdot e^{-5p}+4{,}7}.$

17, а). $0{,}2\cdot\dfrac{d^2y(t-3)}{dt^2}-1{,}5\cdot\dfrac{dy(t-3)}{dt}+7{,}4\cdot y(t)=-6{,}5\cdot\int v(t)\cdot dt;$

б). $\varphi(p)=\dfrac{7{,}5\cdot p^3-2p^2\cdot e^{-3p}+0{,}7\cdot p}{7{,}2p^3-6{,}7p\cdot e^{-3p}+1}.$

18, а). $9\cdot\dfrac{d^3y(t)}{dt^3}+1{,}7\cdot\dfrac{dy^2(t)}{dt^2}-1{,}4\cdot y(t-2)=0{,}2\cdot\dfrac{d^2v(t)}{dt^2}+0{,}9\cdot v(t-3);$

б). $\varphi(p)=\dfrac{2{,}8\cdot p^3\cdot e^{-3p}-9{,}3\cdot p+1}{5{,}4\cdot p^3\cdot e^{-2p}-8{,}7p^2}.$

19, а). $0{,}6\cdot\dfrac{d^3y(t-2)}{dt^3}+0{,}7\cdot\dfrac{dy^2(t)}{dt^2}-0{,}6\cdot\dfrac{dy(t)}{dt}+9{,}4\cdot y(t)=9\cdot v(t-2);$

б). $\varphi(p)=-\dfrac{0{,}5}{p\cdot(0{,}1\cdot p^3\cdot e^{-3p}-6{,}7\cdot p^2-2{,}3\cdot p+1)}.$

20, а). $3{,}3\cdot\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}-9{,}4\cdot\dfrac{dy^2(t-2)}{dt^2}-2{,}9\cdot y(t-1)=-1{,}4\cdot\dfrac{d^3v(t)}{dt^3}+0{,}8\cdot v(t-1);$

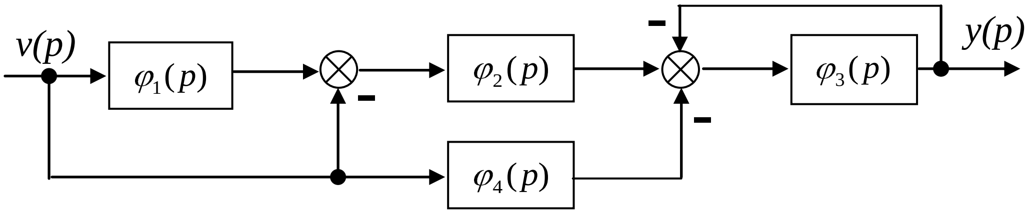
б). $\varphi(p)=\dfrac{6{,}7\cdot p^3-6{,}3\cdot p^2\cdot e^{-3p}+1{,}2}{8{,}8\cdot p^2\cdot e^{-5p}-7{,}3\cdot p+4{,}3\cdot p\cdot e^{-3p}}.$

Контрольное задание 2

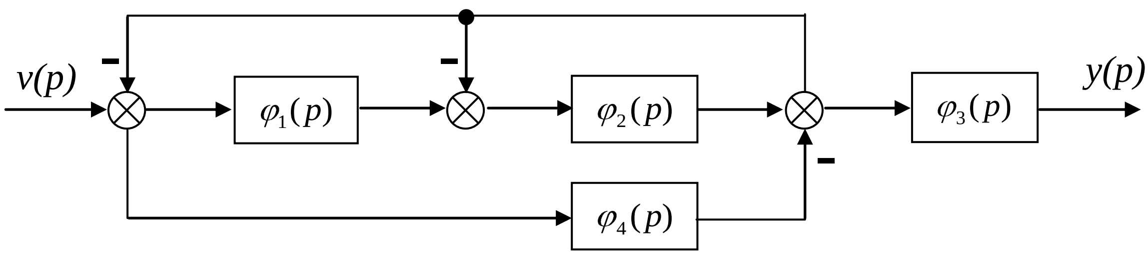
Определить передаточную функцию системы, структурная схема которой изображена на рисунке.

Варианты задания

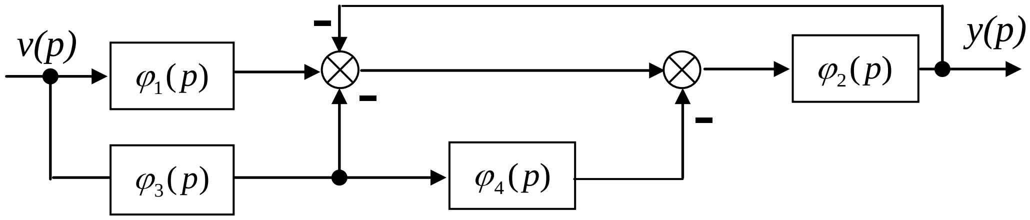
1.



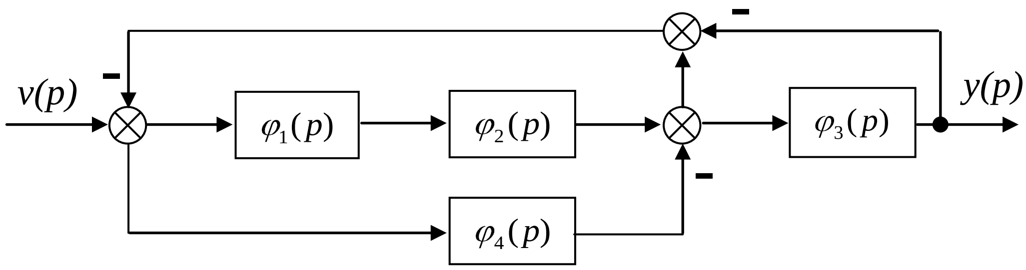
2.


v(p)
$\varphi_1(p)$
$\varphi_2(p)$
$\varphi_3(p)$
$\varphi_4(p)$
y(p)

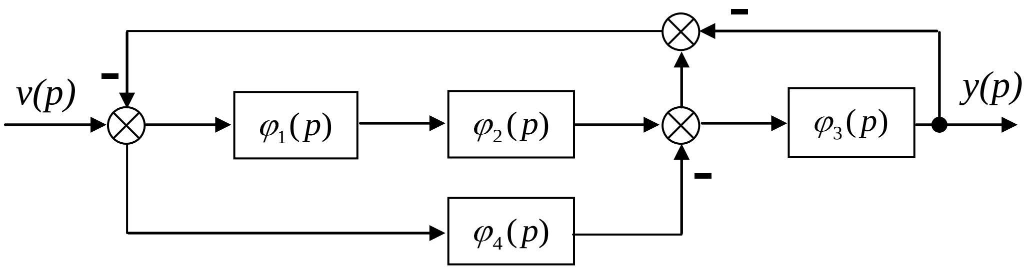
3.


v(p)
$\varphi_1(p)$
$\varphi_2(p)$
$\varphi_3(p)$
$\varphi_4(p)$
y(p)

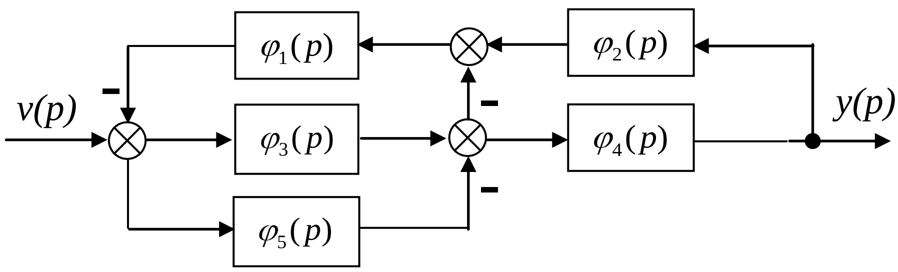
4.


v(p)
$\varphi_1(p)$
$\varphi_2(p)$
$\varphi_3(p)$
$\varphi_4(p)$
y(p)

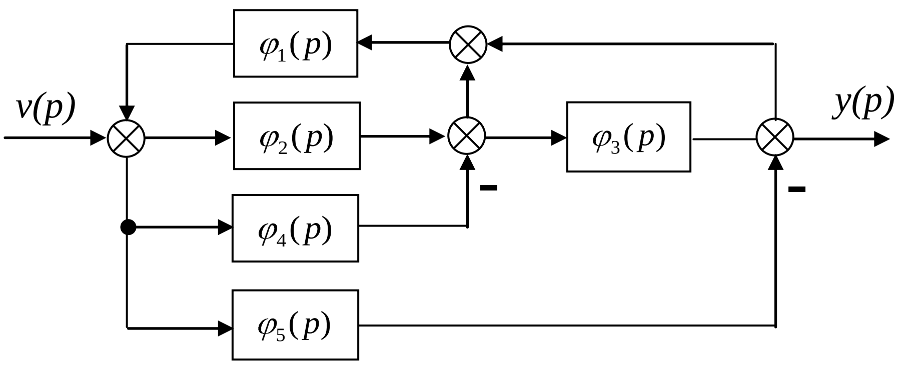
5.


v(p)
$\varphi_1(p)$
$\varphi_2(p)$
$\varphi_3(p)$
$\varphi_4(p)$
y(p)

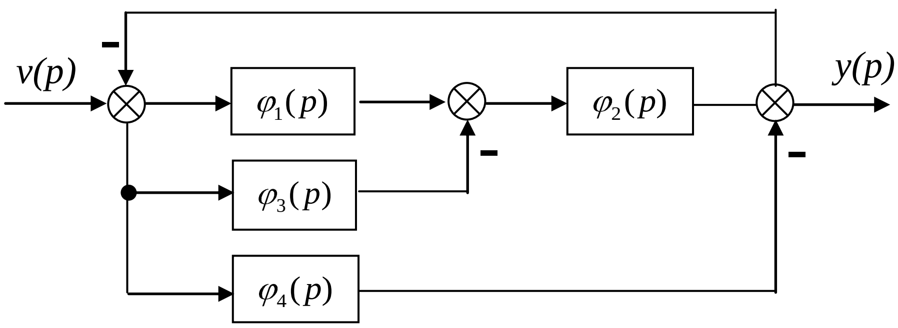
6.


v(p)
$\varphi_1(p)$
$\varphi_2(p)$
$\varphi_3(p)$
$\varphi_4(p)$
$\varphi_5(p)$
y(p)

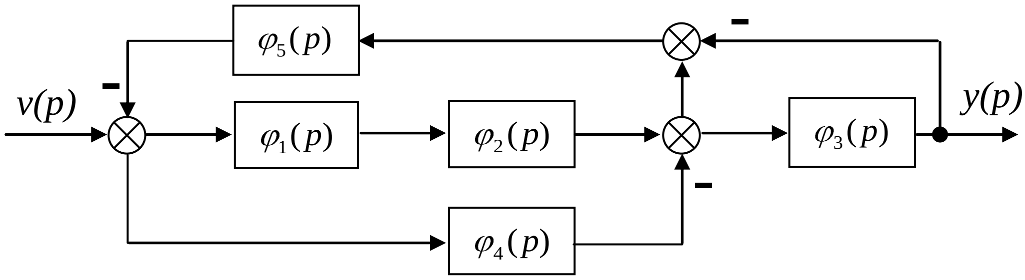
7.


v(p)
$\varphi_1(p)$
$\varphi_2(p)$
$\varphi_3(p)$
$\varphi_4(p)$
$\varphi_5(p)$
y(p)

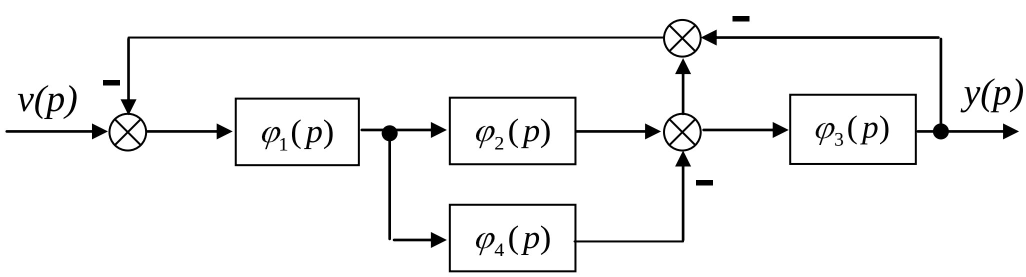
8.


v(p)
φ1(p)
φ2(p)
φ3(p)
φ4(p)
y(p)

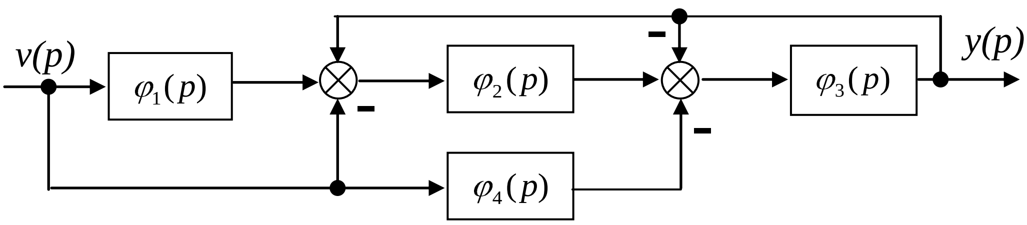
9.


φ5(p)
v(p)
φ1(p)
φ2(p)
φ3(p)
y(p)
φ4(p)

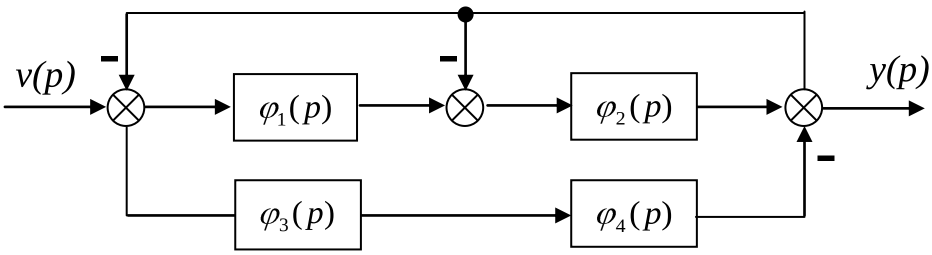
10.


v(p)
φ1(p)
φ2(p)
φ3(p)
y(p)
φ4(p)

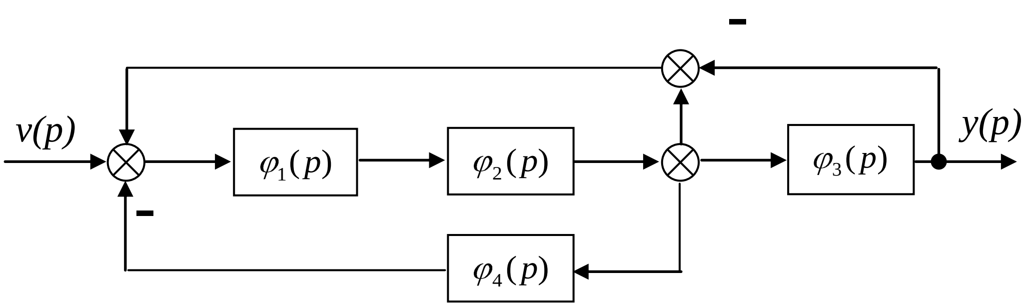
11.


v(p)
φ1(p)
φ2(p)
φ3(p)
y(p)
φ4(p)

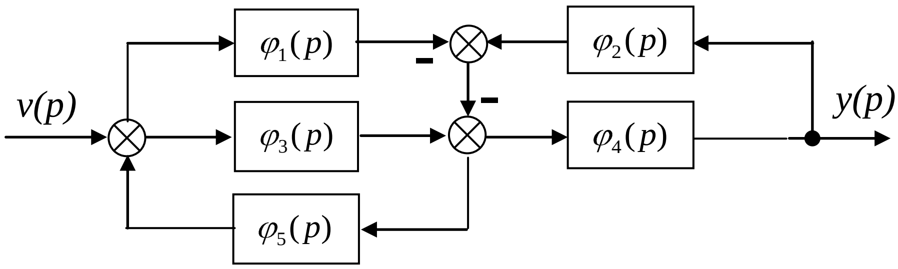
12.


v(p)
φ1(p)
φ2(p)
y(p)
φ3(p)
φ4(p)

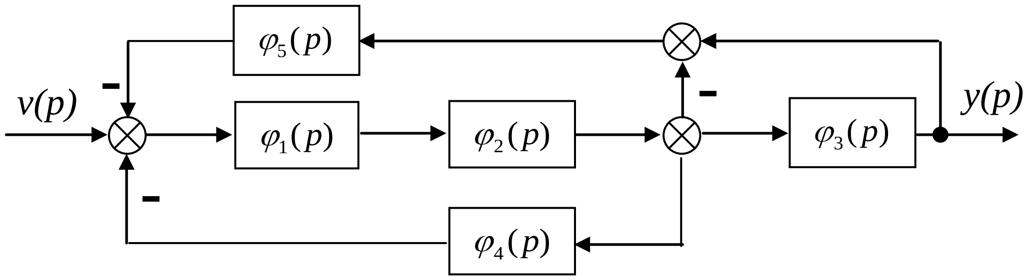
13.


v(p)
φ1(p)
φ2(p)
φ3(p)
y(p)
φ4(p)

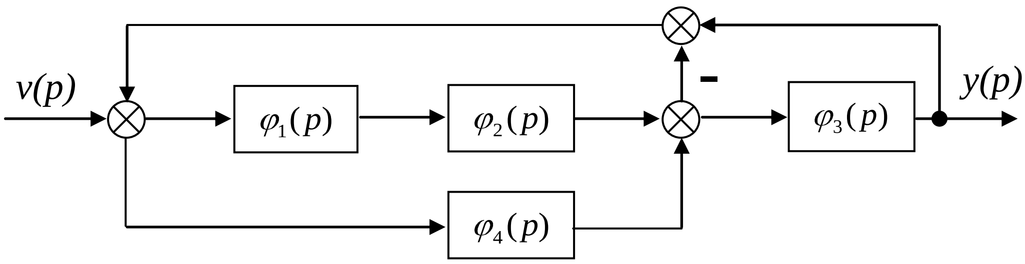
14.



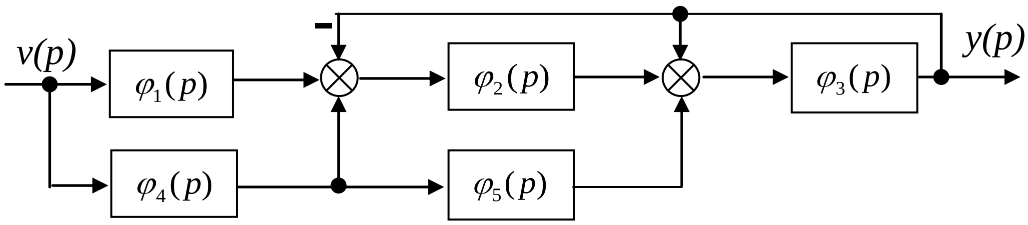
15.



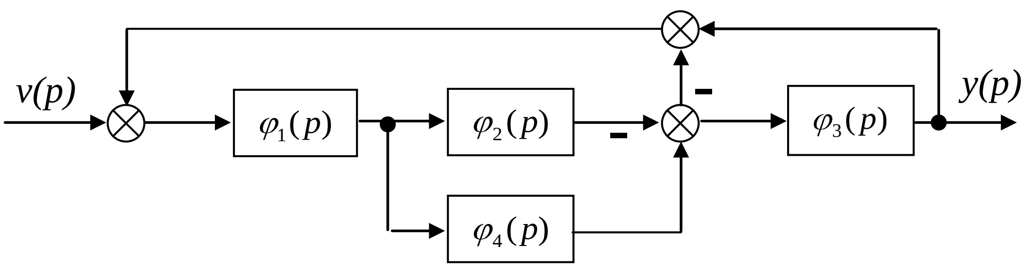
16.



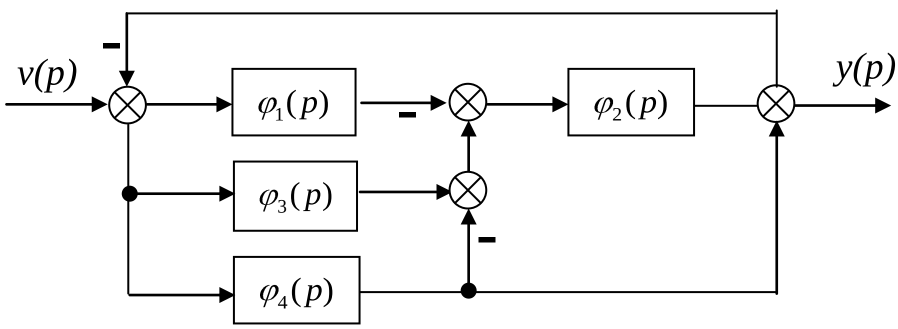
17.



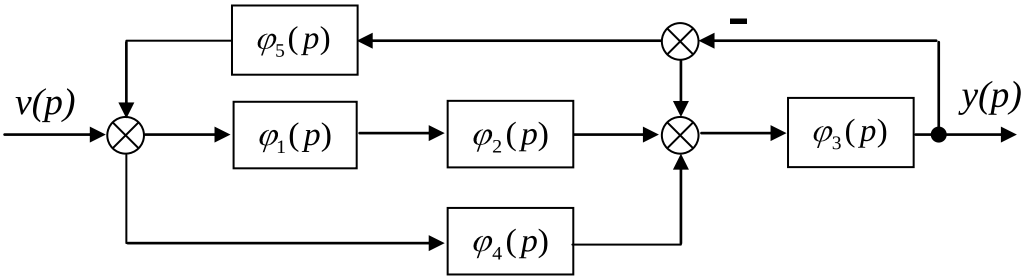
18.



19.



20.



Контрольное задание 3

Задания 1-10: Графическим методом построить статическую характеристику системы, если известны статические характеристики входящих в систему структурных звеньев и их соединение. *Задания 11-20:* Требуется, чтобы система имела заданную линейную статическую характеристику. Определить статическую характеристику гибкого звена в структуре системе, если известны статические характеристики оставшихся звеньев.

Варианты задания

1. Параллельное соединение звеньев:

$$y^1 = 2{,}7 \cdot v + 2{,}3; \quad y^2 = \frac{2{,}4}{e^{-0{,}5\cdot}}; \quad y^3 = 4{,}9 \cdot v^3 - 6{,}9 \cdot v + 2{,}1.$$

2. Последовательное соединение звеньев:

$$y^1 = 3{,}7 \cdot \ln 0{,}5 \cdot v; \quad y^2 = \frac{4{,}5 \cdot v - 6{,}4}{1{,}9 \cdot v^2 + 2{,}4 \cdot v + 4{,}8}; \quad y^3 = \frac{1}{3{,}9 \cdot v}.$$

3. Соединение звеньев с отрицательной обратной связью:

$$y^{np} = 7 \cdot v^3 + 3 \cdot v^2 - 5 \cdot v + 6; \quad y^{oc} = \frac{7{,}4 \cdot e^{-0{,}4\cdot}}{2 \cdot v}.$$

4. Соединение звеньев с положительной обратной связью:

$$y^{np} = \frac{0{,}3 \cdot v^2 + 0{,}5 \cdot v - 0{,}6}{3{,}3 \cdot v^2 - 4{,}5 \cdot v + 1{,}6}; \quad y^{oc} = \frac{1}{v^4}.$$

5. Параллельное соединение звеньев:

$$y^1 = \frac{\ln 5{,}5 \cdot v}{4 \cdot v}; \quad y^2 = \frac{0{,}5 \cdot v^2 - 0{,}4}{8{,}4 \cdot v + 5{,}8}; \quad y^3 = \frac{0{,}6 \cdot v}{e^{-3 \cdot v}}.$$

6. Последовательное соединение звеньев:

$$y^1 = -9{,}8 \cdot v^3 + 5{,}3; \quad y^2 = \frac{2{,}4}{\ln 6{,}7 \cdot v}; \quad y^3 = 6{,}7 \cdot v^2 + 1{,}1 \cdot v - 9{,}1.$$

7. Соединение звеньев с отрицательной обратной связью:

$$y^{пр} = \frac{7{,}4}{2 \cdot v^3 + 3{,}7}; \quad y^{ос} = 2 \cdot e^{-6 \cdot v} - 3{,}5 \cdot v.$$

8. Соединение звеньев с положительной обратной связью:

$$y^{пр} = -\frac{0{,}6}{5{,}9 \cdot v^4 - 0{,}7 \cdot v^2}; \quad y^{ос} = \frac{4{,}1 \cdot v}{e^v}.$$

9. Параллельное соединение звеньев:

$$y^1 = \frac{5{,}5 \cdot v + 1}{4 \cdot v^3}; \quad y^2 = \frac{8{,}5 \cdot v + 4{,}4}{6{,}4 \cdot v^2 - 5{,}3}; \quad y^3 = \frac{0{,}6}{e^{-2 \cdot v} + 2{,}4}.$$

10. Последовательное соединение звеньев:

$$y^1 = 5{,}8 \cdot v^3 + 5{,}1 \cdot v - 4{,}7; \quad y^2 = \frac{2{,}4}{6{,}7 \cdot v^3 + 1}; \quad y^3 = 2 \cdot \ln(4{,}7 \cdot v^2 - 6{,}1 \cdot v - +2{,}1).$$

11. Параллельное соединение звеньев:

$$y^{сист} = 2{,}7 \cdot v + 2{,}3; \quad y^2 = \frac{2{,}4}{e^{-0{,}5 \cdot}}; \quad y^3 = 4{,}9 \cdot v^3 - 6{,}9 \cdot v + 2{,}1.$$

12. Последовательное соединение звеньев:

$$y^{сист} = 3{,}7 \cdot v; \quad y^2 = \frac{4{,}5 \cdot v - 6{,}4}{1{,}9 \cdot v^2 + 2{,}4 \cdot v + 4{,}8}; \quad y^3 = \frac{1}{3{,}9 \cdot v}.$$

13. Соединение звеньев с отрицательной обратной связью:

$$y^{сист} = -5 \cdot v + 6; \quad y^{ос} = \frac{7{,}4 \cdot e^{-0{,}4 \cdot}}{2 \cdot v}.$$

14. Соединение звеньев с положительной обратной связью:

$$y^{сист} = 0{,}3 \cdot v + 2{,}6; \quad y^{ос} = \frac{1}{v^4}.$$

15. Параллельное соединение звеньев:

$$y^{сист} = 4{,}5; \quad y^2 = \frac{0{,}5 \cdot v^2 - 0{,}4}{8{,}4 \cdot v + 5{,}8}; \quad y^3 = \frac{0{,}6 \cdot v}{e^{-3 \cdot v}}.$$

16. Последовательное соединение звеньев:

$$y^{сист} = -9{,}8 \cdot v + 5{,}3; \quad y^2 = \frac{2{,}4}{\ln 6{,}7 \cdot v}; \quad y^3 = 6{,}7 \cdot v^2 + 1{,}1 \cdot v - 9{,}1.$$

17. Соединение звеньев с отрицательной обратной связью:

$$y^{сист} = 4{,}8 \cdot v - 5{,}1; \quad y^{пр} = 2 \cdot e^{-6 \cdot v} - 3{,}5 \cdot v.$$

18. Соединение звеньев с положительной обратной связью:

$$y^{сист} = -2{,}3 + 5{,}6 \cdot v; \quad y^{пр} = \frac{4{,}1 \cdot v}{e^v}.$$

19. Параллельное соединение звеньев:

$$y^{сист} = -5{,}5 \cdot v + 1; \quad y^2 = \frac{8{,}5 \cdot v + 4{,}4}{6{,}4 \cdot v^2 - 5{,}3}; \quad y^3 = \frac{0{,}6}{e^{-2 \cdot v} + 2{,}4}.$$

20. Последовательное соединение звеньев:

$$y^{сист} = 5{,}1 \cdot v - 4{,}7; \quad y^2 = \frac{2{,}4}{6{,}7 \cdot v^3 + 1}; \quad y^3 = 2 \cdot \ln(4{,}7 \cdot v^2 - 6{,}1 \cdot v - +2{,}1).$$

<u>Контрольное задание 4</u>

Задания 1-10: Найти переходную характеристику системы, если импульсная характеристика описывается уравнением вида. Построить обе характеристики. *Задания 11-20:* Найти импульсную характеристику системы, если переходная характеристика описывается уравнением вида. Построить обе характеристики.

Варианты задания

1. $\delta(t) = \dfrac{2}{1+t^2} - \dfrac{3}{t+2};$
2. $\delta(t) = 4t^2 + 5 \cdot \sin(-t);$
3. $\delta(t) = 4 \cdot \cos t + \dfrac{3}{\sin^2 t};$
4. $\delta(t) = \dfrac{4 \cdot t^3 - 3 \cdot t^2 + 2 \cdot t - 6}{10};$
5. $\delta(t) = 2 \cdot \sin t + \dfrac{4}{\sqrt{4-t^2}};$
6. $\delta(t) = \dfrac{2t \cdot e^{-2t} + 4t^2 - 5t}{3t};$
7. $\delta(t) = 6 \cdot \cos t - 2t + \dfrac{3}{t^2+9};$
8. $\delta(t) = \dfrac{1-\cos^2 t}{\sin^2 t} + 3t^2;$
9. $\delta(t) = \dfrac{5}{\sqrt{1-t^2}} - 5t^2 + 3t + 4;$
10. $\delta(t) = \dfrac{4t^4 + 12t^3 - 6t^2 + 7t}{3t}.$
11. $h(t) = \dfrac{2t^4 - 3t^3 + 6t^2 - 7t}{5t};$
12. $h(t) = 4t \cdot \sin^2(2t^2 - 2t + 1);$
13. $h(t) = 10 \cdot e^{-2t+4} + 5 \cdot \ln(4t^2 + T + 1);$
14. $h(t) = \dfrac{3t^2 + 6t - 5}{5t - 2};$
15. $h(t) = \dfrac{\sin^2 t}{4 \cdot \cos(2t+1)};$
16. $h(t) = 6t^3 \cdot arctg(4t+2);$
17. $h(t) = \dfrac{4t^2 + 2 \cdot \ln(t+2)}{5t};$
18. $h(t) = 6 \cdot \sin(4t+1) \cdot \cos^2 t;$
19. $h(t) = \dfrac{6t^5 + 8t^4 + 6t^3 - 2t^2}{10t^2};$
20. $h(t) = \dfrac{2 \cdot arctg(2t+3)}{e^{2t}}.$

<u>Контрольное задание 5</u>

Рассчитать и построить графики частотных характеристик (АЧХ, ФЧХ, АФХ) системы, которая описывается передаточной функцией.

Варианты задания

1. $\varphi(p) = \dfrac{2,3p^2 \cdot e^{-2p}}{4,7p^2 + 1,2 \cdot p + 1};$

2. $\varphi(p) = \dfrac{10,2 \cdot p \cdot e^{-4p}}{5,1p^2 - 10,2 \cdot p + 1};$

3. $\varphi(p) = \dfrac{2,8 \cdot e^{-2p}}{p^2 + 8,2 \cdot p + 10};$

4. $\varphi(p) = \dfrac{-2,3 \cdot p^2 + 1,7p - 2,6}{1,2 \cdot p^2 + 1};$

5. $\varphi(p) = \dfrac{5}{1,2 \cdot p + 1} \cdot \dfrac{0,2}{5 \cdot p + 1} \cdot e^{-6p};$

6. $\varphi(p) = \dfrac{4}{p \cdot (5,5 \cdot p + 1)} \cdot e^{-p};$

7. $\varphi(p) = \dfrac{4 \cdot p}{p^2 + 2p + 1} \cdot e^{-3p};$

8. $\varphi(p) = \dfrac{4 \cdot (5p + 1)}{p} \cdot e^{-5p};$

9. $\varphi(p) = \dfrac{6,4 \cdot p \cdot e^{-3p}}{12,1 \cdot p^2 + 1};$

10. $\varphi(p) = \dfrac{6,8p}{5,8 \cdot p + 1} \cdot e^{-4p};$

11. $\varphi(p) = \dfrac{8,3p^2}{5,9p^2 - 8,1 \cdot p + 1} \cdot e^{-4p};$

12. $\varphi(p) = \dfrac{0,2 \cdot p}{5,8p^2 + 0,2 \cdot p + 1} \cdot e^{-p};$

13. $\varphi(p) = \dfrac{4,8 \cdot e^{-6p}}{3,2p^2 + 5,6 \cdot p + 2};$

14. $\varphi(p) = \dfrac{7,3 \cdot p^2 - 3,4p + 1}{4,4 \cdot p^2 + 1};$

15. $\varphi(p) = \dfrac{3,5}{2,5 \cdot p + 1} \cdot \dfrac{2}{4 \cdot p + 1} \cdot e^{-2p};$

16. $\varphi(p) = \dfrac{6,4}{2p \cdot (10,6 \cdot p + 1)} \cdot e^{-3,5p};$

17. $\varphi(p) = \dfrac{4,8 \cdot p}{2,1p^2 + 6,2p + 1} \cdot e^{-5,2p};$

18. $\varphi(p) = \dfrac{4,2 \cdot (5,1p + 1)}{9,8p} \cdot e^{-p};$

19. $\varphi(p) = \dfrac{0,4 \cdot p \cdot e^{-6p}}{2,1 \cdot p^2 + 1};$

20. $\varphi(p) = \dfrac{p}{12,8 \cdot p + 10} \cdot e^{-3,8p}.$

Контрольное задание 6

Исследовать устойчивость системы, которая описывается передаточной функцией: а) корневым методом; б) по критерию Рауса-Гурвица и по критерию Михайлова; в) по критерию Найквиста. Определить запас устойчивости.

Варианты задания

1. $a)\quad \varphi(p)=\dfrac{7p}{4p^4+5{,}6p^2+10{,}6};$

   $б)\quad \varphi(p)=\dfrac{p+1}{2{,}4p^4+1{,}6p^3+3{,}7p^2+p+0{,}6};$

   $в)\quad \varphi_{пр}(p)=\dfrac{2}{5{,}6p+3{,}4}\cdot e^{-2p};$

   $\varphi_{ос}(p)=\dfrac{7{,}4}{p}.$

2. $a)\quad \varphi(p)=\dfrac{2p+1}{p^3+1{,}6p^2+0{,}4p+1};$

   $б)\quad \varphi(p)=\dfrac{3p^2+1}{1{,}4p^4+20{,}8p^3+13{,}5p^2+4{,}2p+1};$

   $в)\quad \varphi_{пр}(p)=\dfrac{4{,}2p}{5{,}6p^2+3{,}5p+2{,}3}\cdot e^{-4p};$

   $\varphi_{ос}(p)=\dfrac{5}{p}.$

3. $a)\quad \varphi(p)=\dfrac{2+3p}{4{,}5p^3+1{,}6p^2+10{,}6p+0{,}4};$

   $б)\quad \varphi(p)=\dfrac{4p+1}{24{,}2p^4+16{,}3p^3+37{,}9p^2+12{,}8p+25{,}6};$

   $в)\quad \varphi_{пр}(p)=\dfrac{2}{6p+1};$

   $\varphi_{ос}(p)=\dfrac{0{,}4}{p+1}\cdot e^{-2p}.$

4. $a)\quad \varphi(p)=\dfrac{3p^3+1}{1{,}2p^3+4{,}6p^2+10{,}4p+1{,}6};$

   $б)\quad \varphi(p)=\dfrac{p^2+1}{6{,}8p^4+0{,}8p^3+4{,}6p^2+2{,}3p+4{,}1};$

   $в)\quad \varphi_{пр}(p)=\dfrac{1{,}2}{2{,}6p^2+3p+1};$

   $\varphi_{ос}(p)=5\cdot e^{-4p}.$

5. $a)\quad \varphi(p)=\dfrac{1}{0{,}4p^3+5{,}8p^2+2{,}3p+10};$

   $б)\quad \varphi(p)=\dfrac{3p^2}{2{,}3p^4+5{,}4p^3+1{,}2p^2+9{,}8p+6{,}2};$

   $в)\quad \varphi_{пр}(p)=\dfrac{4{,}2p^2+2{,}5p+1}{2p+1}\cdot e^{-3p};$

   $\varphi_{ос}(p)=3{,}2\cdot(1+2p).$

6. $a)\quad \varphi(p)=\dfrac{p+1}{6{,}3p^4+10{,}2p^2+5{,}4};$

   $б)\quad \varphi(p)=\dfrac{p+1}{9{,}8p^4+6{,}5p^3+4{,}3p^2+2{,}1p+8{,}7};$

   $в)\quad \varphi_{пр}(p)=\dfrac{2p\cdot(3p+1)}{5p+4}\cdot e^{-5p};$

   $\varphi_{ос}(p)=\dfrac{0{,}5}{p}.$

7. $a)\quad \varphi(p)=\dfrac{5p^3-1}{2{,}2p^4+6{,}8p^2+15{,}6};$

   $б)\quad \varphi(p)=\dfrac{p-1}{0{,}8p^4+5p^3+4p^2+3{,}5p+10{,}2};$

   $в)\quad \varphi_{пр}(p)=\dfrac{3p+1}{2p\cdot(5p+4)};$

   $\varphi_{ос}(p)=10p\cdot e^{-3p}.$

8. $a)\quad \varphi(p)=\dfrac{3p^5-2}{0{,}1p^3+0{,}5p^2+0{,}8p+10};$

   $б)\quad \varphi(p)=\dfrac{4p^3-p^2+1}{8{,}6p^4+8p^3+6{,}4p^2+3{,}2p+10};$

   $в)\quad \varphi_{пр}(p)=\dfrac{2{,}4p}{2{,}6p^2+3p+1};$

   $\varphi_{ос}(p)=\dfrac{5}{p}\cdot e^{-2p}.$

9. а) $\varphi(p)=\dfrac{2p^2-3p+1}{p^3+p^2+p+1};$

б) $\varphi(p)=\dfrac{1}{2p^4+3p^3+9p^2+8p+6};$

в) $\varphi_{пр}(p)=\dfrac{2}{6p^2+1};$

$\varphi_{ос}(p)=\dfrac{0,4}{p+1}\cdot e^{-3p}.$

10. а) $\varphi(p)=\dfrac{2p-3}{2,5p^4-0,2p^2+3,2};$

б) $\varphi(p)=\dfrac{10p+1}{2,3p^4+6,1p^3+5,4p^2+2,9p+1};$

в) $\varphi_{пр}(p)=\dfrac{(3p+1)}{6p^2}\cdot e^{-10p};$

$\varphi_{ос}(p)=\dfrac{4p}{2p+1}.$

11. а) $\varphi(p)=\dfrac{3p+2}{6,2p^4+6,5p^2+6,1};$

б) $\varphi(p)=\dfrac{4p-3}{4,2p^4+6,1p^3+7,3p^2+p+6};$

в) $\varphi_{пр}(p)=\dfrac{2,5}{3,4p+5,6}\cdot e^{-3p};$

$\varphi_{ос}(p)=\dfrac{4,7}{2p+1}.$

12. а) $\varphi(p)=\dfrac{3p^2+2p-4}{2,3p^3+6,1p^2+4p+1};$

б) $\varphi(p)=\dfrac{3p^2+1}{4,1p^4+8,2p^3+5,3p^2+2,4p+1,6};$

в) $\varphi_{пр}(p)=\dfrac{4,2p}{6,5p^2-5,3p+3,2}\cdot e^{-8p};$

$\varphi_{ос}(p)=\dfrac{2,5}{p}.$

13. а) $\varphi(p)=\dfrac{12+3p^2}{5,4p^3+6,1p^2+1,6p+4};$

б) $\varphi(p)=\dfrac{5p}{2,4p^4+3,6p^3+9,7p^2+8,2p+6,5};$

в) $\varphi_{пр}(p)=\dfrac{1,2}{2,6p+10};$

$\varphi_{ос}(p)=\dfrac{4}{2p-1,4}\cdot e^{-4p}.$

14. а) $\varphi(p)=\dfrac{p^3-1}{2,1p^3+6,4p^2+4,1p+6,1};$

б) $\varphi(p)=\dfrac{6p^2-5}{8,6p^4+8,1p^3+6,4p^2+3,2p+1,4};$

в) $\varphi_{пр}(p)=\dfrac{4,4}{6,2p^2-2,3p+1};$

$\varphi_{ос}(p)=10\cdot e^{-p}.$

15. а) $\varphi(p)=\dfrac{1+p}{4p^3+8,5p^2+3,2p+1};$

б) $\varphi(p)=\dfrac{3p^2+5}{3,2p^4+4,5p^3-2,1p^2+8,9p+2,6};$

в) $\varphi_{пр}(p)=\dfrac{2,4p^2-5,2p+1}{p+2}\cdot e^{-5p};$

$\varphi_{ос}(p)=2,3\cdot(2+p).$

16. а) $\varphi(p)=\dfrac{2,3p+1}{3,6p^4+2,1p^2+4,5};$

б) $\varphi(p)=\dfrac{8p-1}{8,9p^4-5,6p^3+3,4p^2-1,2p+7,8};$

в) $\varphi_{пр}(p)=\dfrac{2,4p\cdot(5,3p-1)}{2,5p+4,8}\cdot e^{-3p};$

$\varphi_{ос}(p)=\dfrac{5}{p}.$

17. а) $\varphi(p)=\dfrac{p^3-1}{2,2p^4-8,6p^2+5,6};$

б) $\varphi(p)=\dfrac{10p-1}{8p^4+0,5p^3-0,4p^2+5,3p-2,1};$

в) $\varphi_{пр}(p)=\dfrac{3p-4,5}{2,5p\cdot(2,5p+4,6)};$

$\varphi_{ос}(p)=p\cdot e^{-10p}.$

18. а) $\varphi(p)=\dfrac{1,3p^2-2}{10p^3-5p^2+8p+1};$

б) $\varphi(p)=\dfrac{4p^3-p}{6,8p^4+8,4p^3-4,6p^2+2,3p-1};$

в) $\varphi_{пр}(p)=\dfrac{4,2p}{6,2p^2+3,4p-2};$

$\varphi_{ос}(p)=\dfrac{2,5}{p}\cdot e^{-4p}.$

19. $a)\quad \varphi(p)=\dfrac{-3p+1}{2p^3+2p^2-2p+1};$

$б)\quad \varphi(p)=\dfrac{7}{p^4+p^3+p^2+p+1};$

$в)\quad \varphi_{пр}(p)=\dfrac{5{,}2}{6{,}5p^2+1{,}5};$

$\varphi_{ос}(p)=\dfrac{4}{p-1}\cdot e^{-p}.$

20. $a)\quad \varphi(p)=\dfrac{2p}{5{,}2p^4-2p^2+2};$

$б)\quad \varphi(p)=\dfrac{10p+1}{3{,}2p^4+1{,}6p^3+4{,}5p^2+9{,}2p+1};$

$в)\quad \varphi_{пр}(p)=\dfrac{(3{,}3p+4{,}1)}{2{,}6p^2}\cdot e^{-2p};$

$\varphi_{ос}(p)=\dfrac{4{,}8p}{2{,}8p+1}.$

Контрольное задание 7

Для систем из контрольного задания 1 рассчитать и построить переходные процессы (при нулевых начальных условиях) при изменении задающего воздействия на одну относительную величину $y^* = 1$ отн.ед. Определить прямые показатели качества и интегральную квадратичную ошибку. Провести сравнительный анализ двух систем.

Примечание: для неустойчивого переходного процесса, время переходного процесса определить 20 отсчетам.

Список рекомендуемой литературы

1. Теория автоматического управления: Учебник для вузов / В.Н. Брюханов, М.Г. Косов, С.П. Протопопов и др. - М: Высшая школа, 2000. – 268 с.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления / К.А. Пупков, А.И. Баркин, Е.М. Воронов и др.; Под ред. Н.Д. Егупова. - М: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2000. - 748 с.
3. Изерман Р. Цифровые системы управления / Р. Изерман– М.: Мир, 1984. – 541 с.
4. Цыпкин Я. З. Основы теории автоматических систем / Я. З. Цыпкин – М.: Наука, 1977. – 560 с.
5. Беседы по автоматике / Под ред. проф. П.И. Чинаева.– Киев: Техника, 1973.- 236 с.
6. Ротач В.Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами / В.Я. Ротач– М.: Энергоатомиздат, 1985. – 296 с.
7. Солодовников В.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования / В.В. Солодовников, В.Н. Плотников, А.В.Яковлев – М.: Машиностроение, 1985. –536 с.
8. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования / Каганов В.Ю., Глинков Г.М., Климовицкий М.Д., Климушкин А.К. – М.: Металлургия, 1987.–270 с.