МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение   
высшего образования

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ   
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ»

ИНСТИТУТ НЕПРЕРЫВНОГО И ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ

|  |
| --- |
| КАФЕДРА №85 |

ОЦЕНКА

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| доц., канд. экон. наук |  |  |  | Е.М.Лукина |
| должность, уч. степень, звание |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |

|  |
| --- |
| КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1  Вариант №5 |
|  |
| по дисциплине: Статистика |

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ (А)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| СТУДЕНТ (КА) ГР. | Z6852K |  |  |  | Иванова. К. Н. |
|  | номер группы |  | подпись, дата |  | инициалы, фамилия |
| Студенческий билет № | 2016/3833 | |  |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| Шифр ИНДО |  |

Санкт-Петербург 2018

Содержание

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 5 |  |
| Задача 1 | 3 |
| Задача 2 | 4 |
| Задача 3 | 7 |
| Задача 4 | 9 |
| Задача 5 | 13 |
| Задача 6 | 21 |
| Список использованной литературы | 27 |

Задача 1

Имеются следующие данные по трем предприятиям.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия | Объем товарной продукции, тыс. р. | Объем основных производственных фондов, тыс. Р- | Фондоотдача, р. | Материалоемкость, р. | Выработка на одного рабочего, р./чел. |
| 1 | 165 | 170 | 0,97 | 0,56 | 71,5 |
| 2 | 111 | 92 | 1,20 | 0,90 | 101,3 |
| 3 | 127 | 150 | 0,85 | 0,62 | 59,8 |

Определить по совокупности предприятий средние значения всех признаков.

Решение:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия | Объем товарной продукции, тыс. р. | Объем основных производственных фондов, тыс. Р- | Фондоотдача, р. | Материалоемкость, р. | Выработка на одного рабочего, р./чел. |
| 1 | 165 | 170 | 0,97 | 0,56 | 71,5 |
| 2 | 111 | 92 | 1,20 | 0,90 | 101,3 |
| 3 | 127 | 150 | 0,85 | 0,62 | 59,8 |
| Среднее значение | 134,33 | 137,33 | 0,98 | 0,67 | 66,49 |

Объем товарной продукции = (165 + 111 + 127) / 3 = 134,33 тыс. р.

Объем основных производственных фондов = (170 + 92 + 150) / 3 = 137,33 тыс. р.

Фондоотдача в среднем по всем предприятиям = Объем товарной продукции / Объем основных производственных фондов = (165 + 111 + 127) / (170 + 92 + 150) = 0,98 руб.

Материалоемкость = Стоимость материальных затрат / Объем товарной продукции

Стоимость материальных затрат = Объем товарной продукции \* Материалоемкость = 165 \* 0,56 = 92,4 тыс. р. – предприятие 1

Стоимость материальных затрат = Объем товарной продукции \* Материалоемкость = 111 \* 0,9 = 99,9 тыс. р. – предприятие 2

Стоимость материальных затрат = Объем товарной продукции \* Материалоемкость = 127 \* 0,62 = 78,74 тыс. р. – предприятие 3

Материалоемкость в среднем по всем предприятиям = Стоимость материальных затрат / Объем товарной продукции = (92,4 + 99,9 + 78,74) / (165 + 111 + 127) = 0,67 руб.

Выработка на одного рабочего = Объем товарной продукции / Количество работников

Количество работников = Объем товарной продукции / Выработка на одного рабочего = 165000 / 71,5 = 2308 чел. – предприятие 1

Количество работников = Объем товарной продукции / Выработка на одного рабочего = 111000 / 101,3 = 1629 чел. – предприятие 2

Количество работников = Объем товарной продукции / Выработка на одного рабочего = 127000 / 59,8 = 2124 чел. – предприятие 3

Выработка на одного рабочего в среднем по всем предприятиям = Объем товарной продукции / Количество работников = (165000 + 111000 + 127000) / (2308 + 1629 + 2124) = 66,49 р./чел.

Задача 2

Имеются следующие данные о количестве и себестоимости произведенной продукции за три года.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Шифр продукции | Количество продукции, тыс. шт. | | | Себестоимость единицы продукции, р. | | |
| 1 -й год | 2 -й год | 3 -й год | 1 -й год | 2 -й год | 3 -й год |
| А | 120 | 150 | 160 | 500 | 450 | 400 |
| В | 10 | 12 | 20 | 3150 | 3100 | 3000 |

Определить:

* индивидуальные индексы себестоимости и количества продукции;
* общие индексы:
* физического объема продукции;
* себестоимости;
* объема продукции в фактических ценах (стоимости продукции). Показать взаимосвязь вычисленных индексов.

Пояснить полученные результаты.

Решение:

Берем в расчет 1-й и 2-й год

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Выработано продукции | | Себестоимость единицы продукции | |
| базисный период | отчетный период | базисный период | отчетный период |
| 120 | 150 | 500 | 450 |
| 10 | 12 | 3150 | 3100 |

Индивидуальные индексы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вид продукции | iq | iz | iT |
| 1 | 1,25 | 0,9 | 1,125 |
| 2 | 1,2 | 0,984 | 1,181 |

а) общий индекс затрат на производство продукции

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=I%20=%20\frac%7b\sum%7bq_%7b1%7d\cdot%20z_%7b1%7d%7d%7d%7b\sum%7bq_%7b0%7d\cdot%20z_%7b0%7d%7d%7d



∆Z = ∑q1 \* z1 – ∑q0 \* z0 = 104700 – 91500 = 13200

За счет всех факторов общие затраты возросли на 14,4% или на 13200.

б) общий индекс себестоимости продукции

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=I_%7bz%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bq_%7b1%7d\cdot%20z_%7b1%7d%7d%7d%7b\sum%7bq_%7b1%7d\cdot%20z_%7b0%7d%7d%7d



∆Zz = ∑q1 \* z1 – ∑q1 \* z0 = 104700 – 112800 = -8100

За счет изменения себестоимости общие затраты снизился на 7,2% или на 8100.

в) общий индекс физического объема продукции (индекс Ласпейреса)

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=I_%7bq%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bq_%7b1%7d\cdot%20z_%7b0%7d%7d%7d%7b\sum%7bq_%7b0%7d\cdot%20z_%7b0%7d%7d%7d



∆Zq = ∑q1 \* z0 – ∑q0 \* z0 = 112800 – 91500 = 21300

За счет изменения объема выработанной продукции, общие затраты возрос на 23,3% или на 21300.

Покажем взаимосвязь индексов

I = Iq \* Iz = 1.233 \* 0.928 = 1,144

Берем в расчет 2-й и 3-й год

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Выработано продукции | | Себестоимость единицы продукции | |
| базисный период | отчетный период | базисный период | отчетный период |
| 150 | 160 | 450 | 400 |
| 12 | 20 | 3100 | 3000 |

Индивидуальные индексы

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вид продукции | iq | iz | iT |
| 1 | 1,067 | 0,889 | 0,948 |
| 2 | 1,667 | 0,968 | 1,613 |

а) общий индекс затрат на производство продукции

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=I%20=%20\frac%7b\sum%7bq_%7b1%7d\cdot%20z_%7b1%7d%7d%7d%7b\sum%7bq_%7b0%7d\cdot%20z_%7b0%7d%7d%7d



∆Z = ∑q1 \* z1 – ∑q0 \* z0 = 124000 – 104700 = 19300

За счет всех факторов общие затраты возросли на 18,4% или на 19300.

б) общий индекс себестоимости продукции

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=I_%7bz%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bq_%7b1%7d\cdot%20z_%7b1%7d%7d%7d%7b\sum%7bq_%7b1%7d\cdot%20z_%7b0%7d%7d%7d



∆Zz = ∑q1 \* z1 – ∑q1 \* z0 = 124000 – 134000 = -10000

За счет изменения себестоимости общие затраты снизился на 7,5% или на 10000.

в) общий индекс физического объема продукции (индекс Ласпейреса)

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=I_%7bq%7d%20=%20\frac%7b\sum%7bq_%7b1%7d\cdot%20z_%7b0%7d%7d%7d%7b\sum%7bq_%7b0%7d\cdot%20z_%7b0%7d%7d%7d



∆Zq = ∑q1 \* z0 – ∑q0 \* z0 = 134000 – 104700 = 29300

За счет изменения объема выработанной продукции, общие затраты возрос на 28% или на 29300.

Покажем взаимосвязь индексов

I = Iq \* Iz = 1,28 \* 0,925 = 1,184

Задача 3

Имеются следующие данные по предприятиям отрасли.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия | Затраты на производство продукции, тыс. р. | Среднегодовая численность рабочих, тыс. чел. | | Уровень механизации труда рабочих, % | Прибыль, тыс. р. | Наличие автоматизированных участков |
| Всего | Из них занято механизированным трудом |
| 1 | 332 | 1,23 | 0,47 | 38 | 56 | Нет |
| 2 | 696 | 1,45 | 0,67 | 46 | 306 | Да |
| 3 | 785 | 1,67 | 0,91 | 54 | 330 | Да |
| 4 | 342 | 1,21 | 0,43 | 36 | 62 | Нет |
| 5 | 795 | 1,50 | 0,98 | 65 | 310 | Да |
| 6 | 808 | 1,65 | 0,82 | 50 | 380 | Да |
| 7 | 836 | 1,52 | 0,94 | 62 | 318 | Да |
| 8 | 386 | 1,17 | 0,53 | 45 | 112 | Нет |
| 9 | 718 | 1,56 | 0,81 | 52 | 323 | Да |
| 10 | 488 | 1,32 | 0,62 | 47 | 146 | Нет |
| 11 | 476 | 1,40 | 0,69 | 49 | 171 | Нет |
| 12 | 462 | 1,36 | 0,58 | 43 | 143 | Нет |
| 13 | 775 | 1,52 | 0,97 | 64 | 279 | Да |
| 14 | 672 | 1,43 | 0,74 | 52 | 309 | Да |

Провести типологическую группировку, разбив предприятия на два типа. Для этого необходимо построить комбинационную таблицу. По каждому типу выделить предприятия с различным уровнем автоматизации и механизации труда рабочих (три подгруппы). В сказуемом таблицы вычислить (по всей совокупности предприятий, по каждой группе и подгруппе): число предприятий; себестоимость продукции; среднегодовую численность рабочих, прибыль, выработку одного рабочего.

Решение:

Определим величину равного интервала по затратам на производство продукции по формуле:



i = (836 - 332) / 2 = 252

252 + 332 = 584

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия | Затраты на производство продукции, тыс. р. | Среднегодовая численность рабочих, тыс. чел. | | Уровень механизации труда рабочих, % | Прибыль, тыс. р. | Наличие автоматизированных участков |
| Всего | Из них занято механизированным трудом |
| 1 группа  до 584 |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 332 | 1,23 | 0,47 | 38 | 56 | Нет |
| 4 | 342 | 1,21 | 0,43 | 36 | 62 | Нет |
| 8 | 386 | 1,17 | 0,53 | 45 | 112 | Нет |
| 10 | 488 | 1,32 | 0,62 | 47 | 146 | Нет |
| 11 | 476 | 1,4 | 0,69 | 49 | 171 | Нет |
| 12 | 462 | 1,36 | 0,58 | 43 | 143 | Нет |
| число предприятий | 6 |  | 2 | 2 | 2 | Желтая – 1 подгруппа |
| себестоимость продукции | 414,33 |  | 337 | 424 | 482 | Зеленая – 2 подгруппа |
| среднегодовую численность рабочих | 1,28 |  | 1,22 | 1,27 | 1,36 | Розовая – 3 подгруппа |
| прибыль | 115 |  | 59 | 127,5 | 158,5 |  |
| выработка одного рабочего | 413 |  | 324,59 | 435,97 | 470,96 |  |
| 2 группа  после 584 |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 696 | 1,45 | 0,67 | 46 | 306 | Да |
| 3 | 785 | 1,67 | 0,91 | 54 | 330 | Да |
| 5 | 795 | 1,5 | 0,98 | 65 | 310 | Да |
| 6 | 808 | 1,65 | 0,82 | 50 | 380 | Да |
| 7 | 836 | 1,52 | 0,94 | 62 | 318 | Да |
| 9 | 718 | 1,56 | 0,81 | 52 | 323 | Да |
| 13 | 775 | 1,52 | 0,97 | 64 | 279 | Да |
| 14 | 672 | 1,43 | 0,74 | 52 | 309 | Да |
| число предприятий | 8 |  | 2 | 3 | 3 | Желтая – 1 подгруппа |
| себестоимость продукции | 760,63 |  | 752 | 725 | 802 | Зеленая – 2 подгруппа |
| среднегодовую численность рабочих | 1,54 |  | 1,55 | 1,55 | 1,51 | Розовая – 3 подгруппа |
| прибыль | 319,38 |  | 343 | 320,67 | 302,33 |  |
| выработка одного рабочего | 702,44 |  | 706,45 | 673,18 | 729,74 |  |

Задача 4

Имеются следующие данные о производстве продукции промышленным предприятием за 1994-1999 гг. (в сопоставимых ценах, тыс. р.).

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 |
| Объем выпуска, тыс. р. | 233 | 249 | 266 | 276 | 290 | 323 |

Для анализа ряда динамики определить для каждого года: цепные и базисные (по отношению к 1994 г.) абсолютные приросты; цепные и базисные темпы роста; цепные и базисные темпы прироста; абсолютные значения одного процента прироста.

Рассчитать: среднюю хронологическую ряда динамики; средний абсолютный прирост; средний темп роста; средний темп прироста; среднее значение одного процента прироста.

Представить полученные данные в табличной форме, сделать выводы.

Решение:

Абсолютный прирост

цепной прирост: ∆yц = yi – yi-1

базисный прирост: ∆yб = yi – y1

Темпы прироста характеризуют абсолютный прирост в относительных величинах. Исчисленный в процентах темп прироста показывает, на сколько процентов изменился сравниваемый уровень с уровнем, принятым за базу сравнения.

Темп прироста

цепной темп прироста: Tпрцi = ∆yi / yi-1

базисный темп прироста: Tпpб = ∆yбi / y1

Распространенным статистическим показателем динамики является темп роста. Он характеризует отношение двух уровней ряда и может выражаться в виде коэффициента или в процентах.

Темп роста

цепной темп роста: Tpцi = yi / yi-1

базисный темп роста: Tpб = yбi / y1

Абсолютное значение 1% прироста

цепной: 1%цi = yi-1 / 100%

базисный: 1%б = yб / 100%

Темп наращения

Важным статистическим показателем динамики социально-экономических процессов является темп наращивания, который в условиях интенсификации экономики измеряет наращивание во времени экономического потенциала

Tн = ∆yцi / y1

Цепные показатели ряда динамики

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Период | производство продукции, тыс. руб. | Абсолютный прирост | Темп прироста, % | Темпы роста, % | Абсолютное содержание 1% прироста | Темп наращения, % |
| 1994 | 233 | - | - | 100 | - | 0 |
| 1995 | 249 | 16 | 6,87 | 106,87 | 2,33 | 6,87 |
| 1996 | 266 | 17 | 6,83 | 106,83 | 2,49 | 7,3 |
| 1997 | 276 | 10 | 3,76 | 103,76 | 2,66 | 4,29 |
| 1998 | 290 | 14 | 5,07 | 105,07 | 2,76 | 6,01 |
| 1999 | 323 | 33 | 11,38 | 111,38 | 2,9 | 14,16 |

В 1999 году по сравнению с 1998 годом производство продукции увеличилось на 33 тыс. руб. или на 11,4%.

Максимальный прирост наблюдается в 1999 году (33 тыс. руб.).

Минимальный прирост зафиксирован в 1997 году (10 тыс. руб.).

Темп наращения показывает, что тенденция ряда возрастающая, что свидетельствует об ускорении производство продукции.

Базисные показатели ряда динамики

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Период | производство продукции, тыс. руб. | Абсолютный прирост | Темп прироста, % | Темпы роста, % |
| 1994 | 233 | - | - | 100 |
| 1995 | 249 | 16 | 6,87 | 106,87 |
| 1996 | 266 | 33 | 14,16 | 114,16 |
| 1997 | 276 | 43 | 18,45 | 118,45 |
| 1998 | 290 | 57 | 24,46 | 124,46 |
| 1999 | 323 | 90 | 38,63 | 138,63 |

В 1999 году по сравнению с 1994 годом производство продукции увеличилось на 90 тыс. руб. или на 38,6%.

Расчет средних характеристик рядов

Средний уровень ряда y динамики характеризует типическую величину абсолютных уровней.

Для нахождения среднего уровня моментного ряда используют среднюю хронологическую:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=%20\overline%7by%7d%20=%20\frac%7b%7b1%20\over%202%7dy_%7b1%7d%20%2B%20y_%7b2%7d%20%2B%20...%2By_%7bn-1%7d%20%2B%7b1%20\over%202%7dy_%7bn%7d%7d%7bn-1%7d



Среднее значение производство продукции за анализируемый период составило 271,8 тыс. руб.

Средний темп роста

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=%20\overline%7bT_%7bp%7d%7d%20=%20\sqrt%5bn-1%5d%7b\frac%7by_%7bn%7d%7d%7by_%7b1%7d%7d%7d



В среднем за весь период рост анализируемого показателя составил 1,0675

Средний темп прироста

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=%20\overline%7bT_%7bnp%7d%7d%20=%20%20\overline%7bT_%7bp%7d%7d%20-%201



В среднем производство продукции ежегодно увеличивалась на 6,7%.

Средний абсолютный прирост представляет собой обобщенную характеристику индивидуальных абсолютных приростов ряда динамики.

Средний абсолютный прирост.

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bdy%7d%20=%20\frac%7by%20_%7bn%7d%20-%20y%20_%7b1%7d%7d%7bn%20-%201%7d



С каждым годом производство продукции в среднем увеличивалось на 18 тыс. руб.

Вывод: в 1999 году по сравнению с 1998 годом производство продукции увеличилось на 33 тыс. руб. или на 11,4%. Максимальный прирост наблюдается в 1999 году (33 тыс. руб.). Минимальный прирост зафиксирован в 1997 году (10 тыс. руб.). Темп наращения показывает, что тенденция ряда возрастающая, что свидетельствует об ускорении производство продукции. В 1999 году по сравнению с 1994 годом производство продукции увеличилось на 90 тыс. руб. или на 38,6%. Среднее значение производство продукции за анализируемый период составило 271,8 тыс. руб. В среднем за весь период рост анализируемого показателя составил 1,0675. В среднем производство продукции ежегодно увеличивалась на 6,7%. С каждым годом производство продукции в среднем увеличивалось на 18 тыс. руб.

Задача 5

Имеются данные о выпуске и себестоимости продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Выпуск продукции х, тыс. шт. | 2,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 | 5,5 | 6,0 |
| Себестоимость одного изделия у , р. | 190 | 170 | 180 | 160 | 150 | 140 |

Найти уравнение корреляционной связи (уравнение регрессии) между стажем работы и выработкой продукции (связь в виде параболы). Исходные данные и теоретическую зависимость представить на графике. Определить среднюю ошибку аппроксимации.

Рассчитать индексы детерминации и корреляции. Сделать выводы.

Решение:

Для расчета параметров регрессии построим расчетную таблицу (табл. 1)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | x2 | y2 | x \* y |
| 2 | 190 | 4 | 36100 | 380 |
| 3,5 | 170 | 12,25 | 28900 | 595 |
| 4 | 180 | 16 | 32400 | 720 |
| 4,5 | 160 | 20,25 | 25600 | 720 |
| 5,5 | 150 | 30,25 | 22500 | 825 |
| 6 | 140 | 36 | 19600 | 840 |
| 25,5 | 990 | 118,75 | 165100 | 4080 |

Для наших данных система уравнений имеет вид

6a + 25,5\*b = 990

25,5\*a + 118,75\*b = 4080

Домножим уравнение (1) системы на (-4,25), получим систему, которую решим методом алгебраического сложения.

-25,5a -108,375 b = -4207,5

25,5\*a + 118,75\*b = 4080

Получаем:

10,375\*b = -127,5

Откуда b = -12,2892

Теперь найдем коэффициент «a» из уравнения (1):

6a + 25,5\*b = 990

6a + 25,5\*(-12,2892) = 990

6a = 1303,373

a = 217,2289

Получаем эмпирические коэффициенты регрессии: b = -12,2892, a = 217,2289

Уравнение регрессии (эмпирическое уравнение регрессии):

y = -12,2892 x + 217,2289

Эмпирические коэффициенты регрессии a и b являются лишь оценками теоретических коэффициентов βi, а само уравнение отражает лишь общую тенденцию в поведении рассматриваемых переменных.

Параметры уравнения регрессии.

Выборочные средние.













Выборочные дисперсии:









Среднеквадратическое отклонение









Коэффициент корреляции b можно находить по формуле, не решая систему непосредственно:









Коэффициент корреляции.

Ковариация.





Рассчитываем показатель тесноты связи. Таким показателем является выборочный линейный коэффициент корреляции, который рассчитывается по формуле:

Линейный коэффициент корреляции принимает значения от –1 до +1.

Связи между признаками могут быть слабыми и сильными (тесными). Их критерии оцениваются по шкале Чеддока:

0.1 < rxy < 0.3: слабая;

0.3 < rxy < 0.5: умеренная;

0.5 < rxy < 0.7: заметная;

0.7 < rxy < 0.9: высокая;

0.9 < rxy < 1: весьма высокая;

В нашем примере связь между признаком Y и фактором X весьма высокая и обратная.

Кроме того, коэффициент линейной парной корреляции может быть определен через коэффициент регрессии b:





Значимость коэффициента корреляции.

Выдвигаем гипотезы:

H0: rxy = 0, нет линейной взаимосвязи между переменными;

H1: rxy ≠ 0, есть линейная взаимосвязь между переменными;

Для того чтобы при уровне значимости α проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции нормальной двумерной случайной величины при конкурирующей гипотезе H1 ≠ 0, надо вычислить наблюдаемое значение критерия (величина случайной ошибки)

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bnabl%7d%20=%20r_%7bxy%7d%20\frac%7b\sqrt%7bn-2%7d%7d%7b\sqrt%7b1%20-%20r%5e%7b2%7d_%7bxy%7d%7d%7d

и по таблице критических точек распределения Стьюдента, по заданному уровню значимости α и числу степеней свободы k = n – 2 найти критическую точку tкрит двусторонней критической области. Если tнабл < tкрит оснований отвергнуть нулевую гипотезу. Если |tнабл| > tкрит – нулевую гипотезу отвергают.



По таблице Стьюдента с уровнем значимости α=0,05 и степенями свободы k=4 находим tкрит:

tкрит (n-m-1;α/2) = (4;0,025) = 2,776

где m = 1 – количество объясняющих переменных.

Если |tнабл| > tкритич, то полученное значение коэффициента корреляции признается значимым (нулевая гипотеза, утверждающая равенство нулю коэффициента корреляции, отвергается).

Поскольку |tнабл| > tкрит, то отклоняем гипотезу о равенстве 0 коэффициента корреляции. Другими словами, коэффициент корреляции статистически – значим

В парной линейной регрессии t2r = t2b и тогда проверка гипотез о значимости коэффициентов регрессии и корреляции равносильна проверке гипотезы о существенности линейного уравнения регрессии.

Интервальная оценка для коэффициента корреляции (доверительный интервал).

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=(r%20-%20t_%7bkrit%7d%20\sqrt%7b\frac%7b1-r%5e%7b2%7d%7d%7bn-2%7d%7d;%20r%20%2B%20t_%7bkrit%7d%20\sqrt%7b\frac%7b1-r%5e%7b2%7d%7d%7bn-2%7d%7d)

Доверительный интервал для коэффициента корреляции.



r(-1;-0.497)

Уравнение регрессии (оценка уравнения регрессии).

Линейное уравнение регрессии имеет вид y = -12,289 x + 217,229

Коэффициентам уравнения линейной регрессии можно придать экономический смысл.

Коэффициент регрессии b = -12,289 показывает среднее изменение результативного показателя (в единицах измерения у) с повышением или понижением величины фактора х на единицу его измерения. В данном примере с увеличением на 1 единицу y понижается в среднем на -12,289.

Коэффициент a = 217.229 формально показывает прогнозируемый уровень у, но только в том случае, если х=0 находится близко с выборочными значениями.

Но если х=0 находится далеко от выборочных значений х, то буквальная интерпретация может привести к неверным результатам, и даже если линия регрессии довольно точно описывает значения наблюдаемой выборки, нет гарантий, что также будет при экстраполяции влево или вправо.

Подставив в уравнение регрессии соответствующие значения х, можно определить выровненные (предсказанные) значения результативного показателя y(x) для каждого наблюдения.

Связь между у и х определяет знак коэффициента регрессии b (если > 0 – прямая связь, иначе – обратная). В нашем примере связь обратная.

Коэффициент эластичности.

Коэффициенты регрессии (в примере b) нежелательно использовать для непосредственной оценки влияния факторов на результативный признак в том случае, если существует различие единиц измерения результативного показателя у и факторного признака х.

Для этих целей вычисляются коэффициенты эластичности и бета – коэффициенты.

Средний коэффициент эластичности E показывает, на сколько процентов в среднем по совокупности изменится результат у от своей средней величины при изменении фактора x на 1% от своего среднего значения.

Коэффициент эластичности находится по формуле:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=E%20=%20\frac%7b%20\partial%20y%7d%7b%20\partial%20x%7d%20\frac%7bx%7d%7by%7d%20=%20b\frac%7b\overline%7bx%7d%7d%7b\overline%7by%7d%7d



Коэффициент эластичности меньше 1. Следовательно, при изменении Х на 1%, Y изменится менее чем на 1%. Другими словами – влияние Х на Y не существенно.

Бета – коэффициент показывает, на какую часть величины своего среднего квадратичного отклонения изменится в среднем значение результативного признака при изменении факторного признака на величину его среднеквадратического отклонения при фиксированном на постоянном уровне значении остальных независимых переменных:





Т.е. увеличение x на величину среднеквадратического отклонения Sx приведет к уменьшению среднего значения Y на 94,6% среднеквадратичного отклонения Sy.

Ошибка аппроксимации.

Оценим качество уравнения регрессии с помощью ошибки абсолютной аппроксимации. Средняя ошибка аппроксимации – среднее отклонение расчетных значений от фактических:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\overline%7bA%7d%20=%20\frac%7b\sum%7b|y_%7bi%7d%20-%20y_%7bx%7d|%20:%20y_%7bi%7d%7d%7d%7bn%7d100%25

Ошибка аппроксимации в пределах 5%-7% свидетельствует о хорошем подборе уравнения регрессии к исходным данным.

 %

В среднем, расчетные значения отклоняются от фактических на 2,41%. Поскольку ошибка меньше 7%, то данное уравнение можно использовать в качестве регрессии.

Эмпирическое корреляционное отношение.

Эмпирическое корреляционное отношение вычисляется для всех форм связи и служит для измерение тесноты зависимости. Изменяется в пределах [0;1].

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\eta%20%20=%20\sqrt%7b\frac%7b\sum%7b(\overline%7by%7d%20-%20y_%7bx%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%7b%20\sum%7b(y_%7bi%7d%20-%20\overline%7by%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%20%7d



где



Индекс корреляции.

Для линейной регрессии индекс корреляции равен коэффициенту корреляции rxy = -0.946.

Полученная величина свидетельствует о том, что фактор x существенно влияет на y

Для любой формы зависимости теснота связи определяется с помощью множественного коэффициента корреляции:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=R%20=%20\sqrt%7b1%20-%20\frac%7b\sum%7b(y_%7bi%7d%20-%20y_%7bx%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%7b%20\sum%7b(y_%7bi%7d%20-%20\overline%7by%7d)%5e%7b2%7d%7d%7d%20%7d

Данный коэффициент является универсальным, так как отражает тесноту связи и точность модели, а также может использоваться при любой форме связи переменных. При построении однофакторной корреляционной модели коэффициент множественной корреляции равен коэффициенту парной корреляции rxy.

В отличие от линейного коэффициента корреляции он характеризует тесноту нелинейной связи и не характеризует ее направление. Изменяется в пределах [0;1].

Теоретическое корреляционное отношение для линейной связи равно коэффициенту корреляции rxy.

Коэффициент детерминации.

Квадрат (множественного) коэффициента корреляции называется коэффициентом детерминации, который показывает долю вариации результативного признака, объясненную вариацией факторного признака.

Чаще всего, давая интерпретацию коэффициента детерминации, его выражают в процентах.

R2= -0,9462 = 0,8954

т.е. в 89,54% случаев изменения х приводят к изменению y. Другими словами – точность подбора уравнения регрессии – высокая. Остальные 10,46% изменения Y объясняются факторами, не учтенными в модели (а также ошибками спецификации).

Для оценки качества параметров регрессии построим расчетную таблицу (табл. 2)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | y(x) | (yi-ycp)2 | (y-y(x))2 | |y – yx|:y |
| 2 | 190 | 192,651 | 625 | 7,026 | 0,014 |
| 3,5 | 170 | 174,217 | 25 | 17,782 | 0,0248 |
| 4 | 180 | 168,072 | 225 | 142,27 | 0,0663 |
| 4,5 | 160 | 161,928 | 25 | 3,716 | 0,012 |
| 5,5 | 150 | 149,639 | 225 | 0,131 | 0,00241 |
| 6 | 140 | 143,494 | 625 | 12,208 | 0,025 |
| 25,5 | 990 | 990 | 1750 | 183,133 | 0,144 |

Выводы: изучена зависимость Y от X. На этапе спецификации была выбрана парная линейная регрессия. Оценены её параметры методом наименьших квадратов. Статистическая значимость уравнения проверена с помощью коэффициента детерминации и критерия Фишера. Установлено, что в исследуемой ситуации 89,54% общей вариабельности Y объясняется изменением X. Установлено также, что параметры модели статистически значимы. Возможна экономическая интерпретация параметров модели – увеличение X на 1 ед. изм. приводит к уменьшению Y в среднем на 12,289 ед. изм.

Задача 6

Для определения среднего стажа работы рабочих предприятия произведена 20%-я типическая пропорциональная выборка (внутри групп применялся метод случайного бесповторного отбора). В результате обследования получены следующие данные.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих | Группы рабочих по стажу, лет | | | | |
|  | До 5 | 5-10 | 10- 15 | 15 -20 | 20 и выше |
| Мужчины | 15 | 30 | 50 | 20 | 10 |
| Женщины | 10 | 15 | 30 | 10 | 10 |

Определить: с вероятностью 0,997 предельную ошибку выработки и границы, в которых будет находиться стаж работы всех рабочих предприятия; с вероятностью 0,954 пределы удельного веса рабочих со стажем до 10 лет; объем выборки при условии, что предельная ошибка доли рабочих со стажем работы менее 10 лет с вероятностью 0,997 не превышала 5%.

Решение:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы рабочих | Группы рабочих по стажу, лет | | | | |
|  | До 5 | 5-10 | 10- 15 | 15 -20 | 20 и выше |
| Мужчины | 15 | 30 | 50 | 20 | 10 |
| Женщины | 10 | 15 | 30 | 10 | 10 |
| Итого | 25 | 45 | 80 | 30 | 20 |

Решение:

Таблица для расчета показателей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Группы | Середина интервала, xцентр | Кол-во, fi | xi \* fi | Накопленная частота, S | |x – xср|\*fi | (x – xср)2\*fi | Относительная частота, fi/f |
| 0 – 5 | 2,5 | 25 | 62,5 | 25 | 234,375 | 2197,266 | 0,125 |
| 5 – 10 | 7,5 | 45 | 337,5 | 70 | 196,875 | 861,328 | 0,225 |
| 10 – 15 | 12,5 | 80 | 1000 | 150 | 50 | 31,25 | 0,4 |
| 15 – 20 | 17,5 | 30 | 525 | 180 | 168,75 | 949,219 | 0,15 |
| 20 – 25 | 22,5 | 20 | 450 | 200 | 212,5 | 2257,813 | 0,1 |
| Итого |  | 200 | 2375 |  | 862,5 | 6296,875 | 1 |

Для оценки ряда распределения найдем следующие показатели:

Показатели центра распределения.

Средняя взвешенная (выборочная средняя)





Размах вариации – разность между максимальным и минимальным значениями признака первичного ряда.

R = xmax – xmin = 25 – 0 = 25

Среднее линейное отклонение – вычисляют для того, чтобы учесть различия всех единиц исследуемой совокупности.





Каждое значение ряда отличается от другого в среднем на 4,31

Дисперсия – характеризует меру разброса около ее среднего значения (мера рассеивания, т.е. отклонения от среднего).





Несмещенная оценка дисперсии – состоятельная оценка дисперсии (исправленная дисперсия).





Среднее квадратическое отклонение.





Каждое значение ряда отличается от среднего значения 11,88 в среднем на 5,611

Оценка среднеквадратического отклонения.





Относительные показатели вариации.

К относительным показателям вариации относят: коэффициент осцилляции, линейный коэффициент вариации, относительное линейное отклонение.

Коэффициент вариации – мера относительного разброса значений совокупности: показывает, какую долю среднего значения этой величины составляет ее средний разброс.





Поскольку v>30% ,но v<70%, то вариация умеренная.

Линейный коэффициент вариации или Относительное линейное отклонение – характеризует долю усредненного значения признака абсолютных отклонений от средней величины.





Коэффициент осцилляции – отражает относительную колеблемость крайних значений признака вокруг средней.





Интервальное оценивание центра генеральной совокупности.

Доверительный интервал для генерального среднего.



или



где d – процент выборки.

Определяем значение tkp по таблице распределения Стьюдента

По таблице Стьюдента находим:

Tтабл(n-1;α/2) = Tтабл(199;0,025) = 1,972

Стандартная ошибка выборки для среднего:





Стандартная ошибка среднего указывает, на сколько среднее выборки 11,88 отличается от среднего генеральной совокупности.

Предельная ошибка выборки:





или

ε = tkp sc = 1.972 \* 0.36 = 0.7

Доверительный интервал:

(11,88 – 0,7;11,88 + 0,7) = (11,17;12,58)

С вероятностью 0.95 можно утверждать, что среднее значение при выборке большего объема не выйдет за пределы найденного интервала.

Доверительный интервал для дисперсии.

Вероятность выхода за нижнюю границу равна P(χ2n-1 < hH) = (1-γ)/2 = (1-0,954)/2 = 0,023. Для количества степеней свободы k = 199 по таблице распределения χ2 находим:

χ2(199;0,023) = 241,0579.

Случайная ошибка дисперсии нижней границы:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bH%7d%20=%20\frac%7b(n-1)S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d



Вероятность выхода за верхнюю границу равна P(χ2n-1 ≥ hB) = 1 – P(χ2n-1 < hH) = 1 – 0,023 = 0,977. Для количества степеней свободы k = 199, по таблице распределения χ2 находим:

χ2(199;0,977) = 241,0579.

Случайная ошибка дисперсии верхней границы:

https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=t_%7bB%7d%20=%20\frac%7b(n-1)S%5e%7b2%7d%7d%7bh_%7bH%7d%7d



Таким образом, интервал (26,12;26,12) покрывает параметр S2 с надежностью γ = 0,954

Доверительный интервал для среднеквадратического отклонения.

S(1-q) < σ < S(1+q)

Найдем доверительный интервал для среднеквадратического отклонения с надежностью γ = 0,954 и объему выборки n = 200

По таблице q=q(γ ; n) определяем параметр q(0,954;200) = 0

5,625(1-0) < σ < 5,625(1+0)

5,625 < σ < 5,625

Таким образом, интервал (5,625;5,625) покрывает параметр σ с надежностью γ = 0,954

Вывод: каждое значение ряда отличается от среднего значения 11,88 в среднем на 5,611.

Среднее значение примерно равно моде и медиане, что свидетельствует о нормальном распределении выборки.

**Список использованной литературы**

1. Гончарова Н.Д., Терехова Ю.С. Анализ и моделирование статистических рядов. Учебное пособие/ СибГУТИ. – Новосибирск, 2016. – 96 с.
2. Кузовкова Т.А., Володина Е.Е., Кухаренко Е.Г. Экономика отрасли инфокоммуникаций: Учебное пособие для вузов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2014. – 190 с.
3. Кузовкова Т.А., Салютина Т.Ю., Шаравова О.И. Статистика инфокоммуникаций: Учебник / Под ред. Т.А. Кузовковой. – М.: Горячая линия – Телеком, 2015. – 554 с.
4. Статистика: учеб. / И.И. Елисеева (и др.); под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Проспект, 2010. 448с.
5. Теория статистики: Учебник/Под ред. проф. Г.Л.Громыко. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2010. – 476 с.