

Министерство образования и науки РФ  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Московский государственный университет дизайна и технологии  
**Новосибирский технологический институт**  
**Московского государственного университета дизайна и технологии**  
**(филиал)**

И.Ю. Соколовская

# ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

методические указания  
для самостоятельной работы студентов

Новосибирск  
2010

УДК 519.2  
С59

С59 Соколовская И.Ю. Полный факторный эксперимент / И.Ю. Соколовская // Методические указания для самостоятельной работы студентов. – Новосибирск: НГАВТ, 2010. – 36 с.

Методические указания предназначены для самостоятельной работы студентам, изучающим дисциплину «Методы и средства исследования». Указания помогут приобрести навыки в обработке результатов экспериментов, поставленных по одному из методов теории планирования эксперимента: построение математической модели зависимости изучаемого параметра от влияющих на него факторов, проверка полученной модели на адекватность и ее анализ.

Работа подготовлена на кафедре Высшая математика НТИ МГУДТ (филиала)

Рецензент: д.т.н., профессор В.А. Заев

© Соколовская И.Ю., 2010

## СОДЕРЖАНИЕ

Теоретическое введение.....	4
Пример.....	12
Варианты заданий.....	21
Литература.....	34

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Предположим, что изучается влияние ряда факторов  $z_i$  ( $i=1, \dots, k$ ) на некоторую величину  $y$ . Для этого проводятся эксперименты по определенному плану, который позволяет реализовать все возможные комбинации факторов. Причем каждый фактор рассматривается лишь на двух фиксированных уровнях (верхнем и нижнем). Число всех экспериментов (опытов) в этом случае будет равно  $n = 2^k$ , где  $k$  – количество изучаемых факторов. Постановка опытов по такому плану называется полным факторным экспериментом типа  $2^k$  (ПФЭ  $2^k$ ) [1].

План проведения экспериментов записывается в виде матрицы планирования, в которой в определенном порядке перечисляются различные комбинации факторов на двух уровнях [1, 4]. Например, в таблице 1 приведена матрица планирования ПФЭ  $2^3$  для трех факторов:  $z_1, z_2, z_3$ . Знак «+» говорит о том, что во время опыта значение фактора устанавливают на верхнем уровне, а знак «–» показывает, что значение фактора устанавливают на нижнем уровне.

Таблица 1. Матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$
1	+	+	+
2	–	+	+
3	+	–	+
4	–	–	+
5	+	+	–
6	–	+	–
7	+	–	–
8	–	–	–

При проведении экспериментов получают значения исследуемой величины  $y$  для каждого опыта (или серии опытов). Затем переходят к построению математической модели.

Под моделью понимается вид функции  $y = f(z_1, z_2, \dots, z_k)$ , которая связывает изучаемый параметр со значениями факторов, лежащих в интервале между верхним и нижним уровнями. Эту функцию называют уравнением регрессии. По накопленному разными исследователями опыту работы с различными моделями можно считать, что самыми простыми моделями являются алгебраические полиномы.

Для обработки результатов проведенных экспериментов и дальнейшего определения коэффициентов уравнения регрессии факторы приводят к одному масштабу. Это достигается путем кодирования переменных. Обозначим нижний уровень фактора  $z_i$  через  $z_i^-$ , а верхний уровень – через  $z_i^+$  (т.е.  $z_i \in [z_i^-; z_i^+]$ ,  $i=1, \dots, k$ ). Тогда новые кодированные переменные  $x_i$  будут определяться через  $z_i$  по формуле

$$x_i = \frac{z_i - z_i^0}{\lambda_i}, \quad (1)$$

где  $z_i^0$  называют центром плана,  $\lambda_i$  – интервалом варьирования, которые находят с помощью соотношений

$$z_i^0 = \frac{z_i^+ + z_i^-}{2},$$

$$\lambda_i = \frac{z_i^+ - z_i^-}{2}.$$

При таком кодировании все новые переменные будут принимать значения от  $-1$  до  $+1$ , т.е.  $x_i \in [-1; +1]$ ,  $i = \overline{1, k}$ .

Линейное уравнение регрессии относительно новых переменных имеет вид:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_kx_k .$$

Если требуется изучить влияние парных взаимодействий различных факторов на исследуемый параметр, то уравнение регрессии записывают в виде

$$y = b_0 + b_1x_1 + \dots + b_kx_k + b_{1,2}x_1x_2 + b_{1,3}x_1x_3 + \dots + b_{k-1,k}x_{k-1}x_k ,$$

или

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i < j} b_{i,j} x_i x_j .$$

Если надо учесть другие взаимодействия, то число слагаемых увеличивают.

Прежде, чем определять коэффициенты выбранной модели, матрицу планирования записывают относительно новых переменных. Далее матрицу дополняют (если это требует вид выбранного уравнения регрессии) столбцами знаков «+» и «-», соответствующих уровням, на которых будут находиться взаимодействия факторов (см. столбцы  $x_1x_2$ ,  $x_1x_3$ ,  $x_2x_3$  в таблице 2). Знаки этих столбцов получают с помощью исходной матрицы планирования.

Обозначим знак «+» или «-» в матрице планирования за  $x_{ji}$ , который соответствует  $j$ -ому опыту ( $j=1, \dots, n$ ) для  $i$ -го фактора ( $i=1, \dots, k$ ). При этом знак «+» показывает, что кодированная переменная прини-

мает значение  $+1$ , а знак « $-$ » соответствует значению  $-1$ . Тогда знаки (или уровни варьирования) для взаимодействия факторов  $x_r$  и  $x_p$  вычисляются простым перемножением:  $x_{jr} \cdot x_{jp}$ ,  $j=1, \dots, n$ .

Например, в таблице 2 знаки для взаимодействия  $x_1x_2$  получены таким образом:

$$\begin{aligned} \text{для 1-го опыта } (j=1) \quad & x_{11}x_{12} = (+1)(+1) = +1, \\ \text{для 2-го опыта } (j=2) \quad & x_{21}x_{22} = (-1)(+1) = -1, \\ \text{для 3-го опыта } (j=3) \quad & x_{31}x_{32} = (+1)(-1) = -1, \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

Таблица 2. Матрица планирования для обработки результатов

№ эксперимента	Факторы			Взаимодействия			Результаты опытов				Среднее результатов
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_2x_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$\bar{y}_j$
1	+	+	+	+	+	+	$y_{11}$	$y_{12}$	$y_{13}$	$y_{14}$	$\bar{y}_1$
2	-	+	+	-	-	+	$y_{21}$	$y_{22}$	$y_{23}$	$y_{24}$	$\bar{y}_2$
3	+	-	+	-	+	-	$y_{31}$	$y_{32}$	$y_{33}$	$y_{34}$	$\bar{y}_3$
4	-	-	+	+	-	-	$y_{41}$	$y_{42}$	$y_{43}$	$y_{44}$	$\bar{y}_4$
5	+	+	-	+	-	-	$y_{51}$	$y_{52}$	$y_{53}$	$y_{54}$	$\bar{y}_5$
6	-	+	-	-	+	-	$y_{61}$	$y_{62}$	$y_{63}$	$y_{64}$	$\bar{y}_6$
7	+	-	-	-	-	+	$y_{71}$	$y_{72}$	$y_{73}$	$y_{74}$	$\bar{y}_7$
8	-	-	-	+	+	+	$y_{81}$	$y_{82}$	$y_{83}$	$y_{84}$	$\bar{y}_8$

Обычно проводят несколько серий опытов для каждого эксперимента. Это необходимо для проверки уравнения на адекватность.

Адекватность – это способность модели предсказывать результаты эксперимента в некоторой области с требуемой точностью. Результаты опытов в каждом  $j$ -ом эксперименте ( $j=1, \dots, n$ ) записывают

в правые столбцы матрицы планирования. В последнем столбце записывают средние выборочные значения полученных результатов для каждой серии опытов (см. таблицу 2). Если каждый эксперимент повторяли  $m$  раз, то в матрице будет записано  $m$  столбцов  $y_1, y_2, \dots, y_m$ . Например, в таблице 2 видно, что каждый эксперимент повторялся четыре раза, т.е.  $m = 4$ . Если обозначить за  $y_{ji}$  значение результата, полученного в  $i$ -ом опыте ( $i=1, \dots, m$ ) для  $j$ -ого эксперимента ( $j=1, \dots, n$ ), то выборочное среднее для каждого эксперимента вычисляют по известной формуле [2, 3]:

$$\bar{y}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{ji}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Коэффициенты уравнения регрессии находят с помощью метода наименьших квадратов.

Так как матрица планирования ПФЭ  $2^k$  должна удовлетворять определенным требованиям (такие матрицы с заданными требованиями уже построены, см. [1, 4]), то формулы, определяющие коэффициенты уравнения регрессии, достаточно просты:

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \bar{y}_j, \\ b_i &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ji} \bar{y}_j, \quad i = \overline{1, k}, \\ b_{r,p} &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{jr} x_{jp} \bar{y}_j, \quad r < p, r = \overline{1, k}, p = \overline{1, k}, \end{aligned} \quad (3)$$

и т.д., если учитываются другие взаимодействия.



Полученные коэффициенты необходимо проверить на значимость. Это можно сделать с помощью критерия Стьюдента: если  $|b| > t_{кр.} \cdot S_{коэф.}$ , то  $b$  значим; если  $|b| < t_{кр.} \cdot S_{коэф.}$ , то  $b$  незначим и его полагают равным нулю в уравнении регрессии.

Критическую точку  $t_{кр.}$  находят из таблиц распределения Стьюдента (например, см. Приложение 6 в [3]) по числу степеней свободы  $n(m - 1)$  и с заданным уровнем значимости  $\alpha$  для случая двусторонней критической области.

Среднее квадратическое отклонение коэффициентов  $S_{коэф.}$  зависит от дисперсии воспроизводимости результатов по всем проведенным опытам  $S_{\{y\}}^2$  и вычисляется по формуле:

$$S_{коэф.} = \sqrt{\frac{S_{\{y\}}^2}{n \cdot m}}. \quad (4)$$

Дисперсия воспроизводимости  $S_{\{y\}}^2$  характеризует ошибку всего эксперимента. В случае равномерного дублирования опытов (т.е. при одинаковом числе наблюдений в каждом эксперименте) для расчета  $S_{\{y\}}^2$  используют формулу:

$$S_{\{y\}}^2 = \frac{1}{n \cdot (m - 1)} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m (y_{ji} - \bar{y}_j)^2, \quad (5)$$

где  $n$  – число экспериментов (число строк в матрице ПФЭ);

$m$  – число опытов (наблюдений) в каждом эксперименте;

$y_{ji}$  – результат отдельного  $i$ -го наблюдения в  $j$ -ом эксперименте;

$\bar{y}_j$  – среднее выборочное значение наблюдений для  $j$ -ого эксперимента, которое определяется по формуле (2).

Проверка на адекватность полученного уравнения регрессии со значимыми коэффициентами осуществляется с помощью критерия Фишера: если  $F_{расч.} < F_{табл.}$ , то уравнение адекватно, в противном случае – неадекватно.

Расчетное значение критерия  $F_{расч.}$  определяют по формуле:

$$F_{расч.} = \frac{S_{ост.}^2}{S_{\{y\}}^2}, \quad (6)$$

где  $S_{\{y\}}^2$  – дисперсия воспроизводимости, найденная по формуле (5), а  $S_{ост.}^2$  – остаточная дисперсия (или дисперсия адекватности).

Остаточная дисперсия  $S_{ост.}^2$  вычисляется следующим образом:

$$S_{ост.}^2 = \frac{m}{n-r} \sum_{j=1}^n (\tilde{y}_j - \bar{y}_j)^2, \quad (7)$$

где  $n$  – число экспериментов;

$m$  – число опытов в каждом эксперименте;

$r$  – число значимых коэффициентов в уравнении регрессии;

$\tilde{y}_j$  – значение изучаемого параметра, вычисленное по уравнению регрессии со значимыми коэффициентами для  $j$ -ого эксперимента;

$\bar{y}_j$  – среднее выборочное значение наблюдений для  $j$ -ого эксперимента (формула (2)).

Табличное значение критерия  $F_{табл.}$  находят из таблиц критических точек распределения Фишера (например, см. Приложение 7 в [3]) по заданному уровню значимости  $\alpha$  и по соответствующим сте-

пеням свободы  $k_1 = n - r$  и  $k_2 = n(m - 1)$ . Степень свободы  $k_1$  соответствует степени свободы числителя формулы (6) – остаточной дисперсии  $S_{ост.}^2$ , а  $k_2$  – степень свободы знаменателя формулы (6) – дисперсии воспроизводимости  $S_{\{y\}}^2$ .

Анализ результатов предполагает интерпретацию полученной модели. Интерпретацию модели можно производить только тогда, когда она записана в кодированных переменных. Только в этом случае на коэффициенты не влияет масштаб факторов, и мы можем по величине коэффициентов судить о степени влияния того или иного фактора. Чем больше абсолютная величина коэффициента, тем больше фактор влияет на отклик (изучаемый параметр). Следовательно, можно расположить факторы по величине их влияния. Знак «плюс» у коэффициента свидетельствует о том, что с увеличением значения фактора растет величина отклика, а при знаке «минус» – убывает.

Для получения математической модели в натуральных переменных  $z_i$  в уравнение регрессии вместо  $x_i$  необходимо подставить их выражения из формулы (1). При переходе к натуральным переменным коэффициенты уравнения изменяются, и в этом случае пропадает возможность интерпретации влияния факторов по величинам и знакам коэффициентов. Однако, если уравнение адекватно, то с его помощью можно определять значения исследуемой величины, не проводя эксперимента и придавая факторам значения, которые должны лежать между нижним и верхним уровнем.

## ПРИМЕР

Для исследования влияния некоторых технологических факторов на прочность приклеивания низа обуви полиуретановым клеем были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ , причем каждый эксперимент повторялся по три раза (см. таблицу 3). В качестве факторов, влияющих на прочность  $y$  ( $кг/2,5\text{ см}^2$ ), были выбраны следующие:

$z_1$  – количество наносимого клея ( $г/см^2$ ),  $z_1^- = 0,02$ ,  $z_1^+ = 0,06$ ;

$z_2$  – время активации клеевой пленки ( $сек$ ),  $z_2^- = 60$ ,  $z_2^+ = 300$ ;

$z_3$  – давление прессования при склеивании ( $кгс/см^2$ ),  $z_3^- = 2$ ,  $z_3^+ = 8$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая все взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Таблица 3. Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	+	+	+	7,4	8,4	6,4
2	–	+	+	8,6	7	7,8
3	+	–	+	12,3	9	9,3
4	–	–	+	5,8	5,8	5,7
5	+	+	–	18,8	17	15,2
6	–	+	–	8,4	8,4	6
7	+	–	–	11,8	7	9,4
8	–	–	–	10,5	7,8	8,1

Работу выполняем в следующем порядке:

- 1) кодируем переменные;
- 2) достраиваем матрицу планирования в кодированных переменных с учетом парных взаимодействий и дополняем столбцом средних значений отклика;
- 3) вычисляем коэффициенты уравнения регрессии;
- 4) проверяем вычисленные коэффициенты на значимость, предварительно определив дисперсию воспроизводимости, и получаем уравнение регрессии в кодированных переменных;
- 5) проверяем полученное уравнение на адекватность;
- 6) проводим интерпретацию полученной модели;
- 7) выписываем уравнение регрессии в натуральных переменных.

1. Для каждого фактора находим центр, интервал варьирования и зависимость кодированной переменной  $x_i$  от натуральной  $z_i$  по формулам (1). Оформляем результаты в таблице 4.

Таблица 4. Кодирование факторов

Факторы	Верхний уровень $z_i^+$	Нижний уровень $z_i^-$	Центр $z_i^0$	Интервал варьирования $\lambda_i$	Зависимость кодированной переменной от натуральной
$z_1$	0,06	0,02	0,04	0,02	$x_1 = \frac{z_1 - 0,04}{0,02} = 50z_1 - 2$
$z_2$	300	60	180	120	$x_2 = \frac{z_2 - 180}{120}$
$z_3$	8	2	5	3	$x_3 = \frac{z_3 - 5}{3}$

2. По формуле (2) считаем средние выборочные результатов для каждого эксперимента:

$$\bar{y}_1 = \frac{1}{3}(7,4 + 8,4 + 6,4) = \frac{22,2}{3} = 7,4; \quad \bar{y}_2 = \frac{1}{3}(8,6 + 7 + 7,8) = \frac{23,4}{3} = 7,8;$$

$$\bar{y}_3 = \frac{1}{3}(12,3 + 9 + 9,3) = \frac{30,6}{3} = 10,2;$$

$$\bar{y}_4 = \frac{1}{3}(5,8 + 5,8 + 5,7) = \frac{17,3}{3} \approx 5,766 \approx 5,77;$$

$$\bar{y}_5 = \frac{1}{3}(18,8 + 17 + 15,2) = \frac{51}{3} = 17; \quad \bar{y}_6 = \frac{1}{3}(8,4 + 8,4 + 6) = \frac{22,8}{3} = 7,6;$$

$$\bar{y}_7 = \frac{1}{3}(11,8 + 7 + 9,4) = \frac{28,2}{3} = 9,4; \quad \bar{y}_8 = \frac{1}{3}(10,5 + 7,8 + 8,1) = \frac{26,4}{3} = 8,8.$$

Строим матрицу планирования с учетом всех взаимодействий и средних значений отклика – таблица 5.

Таблица 5. Матрица планирования для обработки результатов

№ экспе- римен- та	Факторы			Взаимодействия				Результаты опытов			Среднее результатов
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1x_2$	$x_1x_3$	$x_2x_3$	$x_1x_2x_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$\bar{y}_j$
1	+	+	+	+	+	+	+	7,4	8,4	6,4	7,4
2	–	+	+	–	–	+	–	8,6	7	7,8	7,8
3	+	–	+	–	+	–	–	12,3	9	9,3	10,2
4	–	–	+	+	–	–	+	5,8	5,8	5,7	5,77
5	+	+	–	+	–	–	–	18,8	17	15,2	17
6	–	+	–	–	+	–	+	8,4	8,4	6	7,6
7	+	–	–	–	–	+	+	11,8	7	9,4	9,4
8	–	–	–	+	+	+	–	10,5	7,8	8,1	8,8

3. Вычисляем коэффициенты уравнения регрессии по формулам (3):

$$b_0 = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 \bar{y}_j = \frac{1}{8} (7,4 + 7,8 + 10,2 + 5,77 + 17 + 7,6 + 9,4 + 8,8) =$$

$$= \frac{73,97}{8} = 9,24625 \approx 9,25;$$

$$b_1 = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 x_{j1} \bar{y}_j = \frac{1}{8} (7,4 - 7,8 + 10,2 - 5,77 + 17 - 7,6 + 9,4 - 8,8) = \frac{14,03}{8} \approx 1,75;$$

$$b_2 = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 x_{j2} \bar{y}_j = \frac{1}{8} (7,4 + 7,8 - 10,2 - 5,77 + 17 + 7,6 - 9,4 - 8,8) =$$

$$= \frac{5,63}{8} = 0,70375 \approx 0,7;$$

$$b_3 = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 x_{j3} \bar{y}_j = \frac{1}{8} (7,4 + 7,8 + 10,2 + 5,77 - 17 - 7,6 - 9,4 - 8,8) =$$

$$= \frac{-11,63}{8} = -1,45375 \approx -1,45;$$

$$b_{1,2} = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 x_{j1} x_{j2} \bar{y}_j = \frac{1}{8} (7,4 - 7,8 - 10,2 + 5,77 + 17 - 7,6 - 9,4 + 8,8) =$$

$$= \frac{3,97}{8} = 0,49625 \approx 0,5;$$

$$b_{1,3} = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 x_{j1} x_{j3} \bar{y}_j = \frac{1}{8} (7,4 - 7,8 + 10,2 - 5,77 - 17 + 7,6 - 9,4 + 8,8) =$$

$$= \frac{-5,97}{8} = -0,74625 \approx -0,75;$$

$$b_{2,3} = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 x_{j2} x_{j3} \bar{y}_j = \frac{1}{8} (7,4 + 7,8 - 10,2 - 5,77 - 17 - 7,6 + 9,4 + 8,8) =$$

$$= \frac{-7,17}{8} = -0,89625 \approx -0,9;$$

$$b_{1,2,3} = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 x_{j1} x_{j2} x_{j3} \bar{y}_j = \frac{1}{8} (7,4 - 7,8 - 10,2 + 5,77 - 17 + 7,6 + 9,4 - 8,8) =$$

$$= \frac{-13,63}{8} = -1,70375 \approx -1,7.$$

Составляем для наглядности таблицу 6, в которую заносим найденные коэффициенты уравнения регрессии.

Таблица 6. Коэффициенты уравнения регрессии

$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_{1,2}$	$b_{1,3}$	$b_{2,3}$	$b_{1,2,3}$
9,25	1,75	0,7	-1,45	0,5	- 0,75	- 0,9	- 1,7

4. Находим дисперсию воспроизводимости  $S_{\{y\}}^2$ . Для облегчения расчетов запишем формулу (5) в другом виде:

$$S_{\{y\}}^2 = \frac{1}{n \cdot (m-1)} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m (y_{ji} - \bar{y}_j)^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (y_{ji} - \bar{y}_j)^2 \right) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n S_j^2,$$

здесь внутренние суммы  $S_j^2$  являются выборочными дисперсиями результатов опытов для  $j$ -го эксперимента ( $j=1, \dots, n$ ). Для удобства оформляем расчеты в виде таблицы 7.

Таблица 7. Расчет выборочных дисперсий

$j$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$\bar{y}_j$	$(y_{j1} - \bar{y}_j)^2$	$(y_{j2} - \bar{y}_j)^2$	$(y_{j3} - \bar{y}_j)^2$	$S_j^2$
1	7,4	8,4	6,4	7,4	0	1	1	1
2	8,6	7	7,8	7,8	0,64	0,64	0	0,64
3	12,3	9	9,3	10,2	1,21	1,44	0,81	1,73
4	5,8	5,8	5,7	5,77	0,0009	0,0009	0,0049	0,00335
5	18,8	17	15,2	17	3,24	0	3,24	3,24
6	8,4	8,4	6	7,6	0,64	0,64	2,56	1,92
7	11,8	7	9,4	9,4	5,76	5,76	0	5,76
8	10,5	7,8	8,1	8,8	2,89	1	0,49	2,19



Суммируя элементы последнего столбца таблицы 7, получаем:

$$\sum_{j=1}^8 S_j^2 = 16,48335.$$

Отсюда получаем дисперсию воспроизводимости:

$$S_{\{y\}}^2 = \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 S_j^2 = \frac{1}{8} \cdot 16,48335 \approx 2,06042 \approx 2,06.$$

По формуле (4) определяем среднее квадратическое отклонение коэффициентов:

$$S_{\text{коэф.}} = \sqrt{\frac{S_{\{y\}}^2}{n \cdot m}} \approx \sqrt{\frac{2,06}{8 \cdot 3}} \approx 0,292973 \approx 0,293.$$

Из таблиц распределения Стьюдента по числу степеней свободы  $n(m-1)=8 \cdot 2=16$  при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  находим  $t_{кр.} = 2,12$ . Следовательно,  $t_{кр.} \cdot S_{\text{коэф.}} = 2,12 \cdot 0,293 = 0,52016 \approx 0,52$ .

Сравнивая полученное значение  $t_{кр.} \cdot S_{\text{коэф.}} \approx 0,52$  с коэффициентами уравнения регрессии, представленными в таблице 6, видим, что все коэффициенты кроме  $b_{1,2}$  больше по абсолютной величине 0,52. Следовательно, все коэффициенты кроме  $b_{1,2}$  значимы. Полагая  $b_{1,2} = 0$ , получаем уравнение регрессии в кодированных переменных:

$$y = 9,25 + 1,75x_1 + 0,7x_2 - 1,45x_3 - 0,75x_1x_3 - 0,9x_2x_3 - 1,7x_1x_2x_3. \quad (8)$$

5. Проверим полученное уравнение (8) на адекватность по критерию Фишера. Так как дисперсия воспроизводимости найдена в пре-

дыдущем пункте, то для определения расчетного значения критерия  $F_{расч.}$  необходимо вычислить остаточную дисперсию  $S^2_{ост.}$ .

Для этого найдем значения изучаемого параметра по полученному уравнению регрессии  $\tilde{y}_j$  ( $j=1, \dots, 8$ ), подставляя +1 или -1 вместо  $x_i$  в соответствии с номером  $j$  эксперимента из таблицы 5:

$$\tilde{y}_1 = 9,25 + 1,75 + 0,7 - 1,45 - 0,75 - 0,9 - 1,7 = 6,9;$$

$$\tilde{y}_2 = 9,25 + 1,75 (-1) + 0,7 - 1,45 - 0,75 (-1) - 0,9 - 1,7 (-1) = 8,3;$$

$$\tilde{y}_3 = 9,25 + 1,75 + 0,7 (-1) - 1,45 - 0,75 - 0,9 (-1) - 1,7 (-1) = 10,7;$$

$$\tilde{y}_4 = 9,25 + 1,75 (-1) + 0,7 (-1) - 1,45 - 0,75(-1) - 0,9 (-1) - 1,7 = 5,3;$$

$$\tilde{y}_5 = 9,25 + 1,75 + 0,7 - 1,45 (-1) - 0,75 (-1) - 0,9 (-1) - 1,7 (-1) = 16,5;$$

$$\tilde{y}_6 = 9,25 + 1,75 (-1) + 0,7 - 1,45 (-1) - 0,75 - 0,9 (-1) - 1,7 = 8,1;$$

$$\tilde{y}_7 = 9,25 + 1,75 + 0,7 (-1) - 1,45 (-1) - 0,75 (-1) - 0,9 - 1,7 = 9,85;$$

$$\tilde{y}_8 = 9,25 + 1,75 (-1) + 0,7 (-1) - 1,45 (-1) - 0,75 - 0,9 - 1,7 (-1) = 8,3.$$

Остаточную дисперсию  $S^2_{ост.}$  вычисляем по формуле (7):

$$\begin{aligned} S^2_{ост.} &= \frac{3}{8-7} \sum_{j=1}^8 (\tilde{y}_j - \bar{y}_j)^2 = 3 \cdot [(6,9 - 7,4)^2 + (8,3 - 7,8)^2 + \\ &+ (10,7 - 10,2)^2 + (5,3 - 5,77)^2 + (16,5 - 17)^2 + (8,1 - 7,6)^2 + \\ &+ (9,85 - 9,4)^2 + (8,3 - 8,8)^2] = 3 \cdot 1,9234 = 5,7702. \end{aligned}$$

Расчетное значение критерия Фишера  $F_{расч.}$  определяем по формуле (6):

$$F_{расч.} = \frac{S_{ост.}^2}{S_{\{y\}}^2} = \frac{5,7702}{2,06} \approx 2,8.$$

Табличное значение критерия  $F_{табл.}$  находим из таблиц критических точек распределения Фишера при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  по соответствующим степеням свободы  $k_1 = n - r = 8 - 7 = 1$  и  $k_2 = n(m - 1) = 8 \cdot 2 = 16$ :

$$F_{табл.} = 4,49.$$

Так как  $F_{расч.} = 2,8 < F_{табл.} = 4,49$ , то уравнение регрессии (8) адекватно.

6. Проведем интерпретацию полученной модели (8)

$$y = 9,25 + 1,75x_1 + 0,7x_2 - 1,45x_3 - 0,75x_1x_3 - 0,9x_2x_3 - 1,7x_1x_2x_3.$$

По уравнению видно, что наиболее сильное влияние оказывает фактор  $x_1$  – количество наносимого клея, так как он имеет наибольший по абсолютной величине коэффициент.

После него по силе влияния на отклик (прочность приклеивания низа обуви) идут: тройное взаимодействие всех факторов  $x_1x_2x_3$ ; фактор  $x_3$  – давление пресса при склеивании; парное взаимодействие  $x_2x_3$  – сочетание времени активации клеевой пленки и уровня давления при склеивании; парное взаимодействие  $x_1x_3$  – сочетание количества

наносимого клея и уровня давления при склеивании; фактор  $x_2$  – время активации клеевой пленки.

Так как коэффициенты при  $x_1$  и  $x_2$  положительны, то с увеличением этих факторов увеличивается отклик, т.е. увеличивается прочность. Коэффициенты при  $x_3$ ,  $x_1x_3$ ,  $x_2x_3$ ,  $x_1x_2x_3$  отрицательны, это означает, что с уменьшением фактора  $x_3$  и перечисленных взаимодействий значение отклика будет возрастать, а с увеличением – убывать.

7. Выписываем уравнение регрессии (8) в натуральных переменных, подставляя вместо  $x_i$  их выражения через  $z_i$ , которые берем из последнего столбца таблицы 4:

$$y = 9,25 + 1,75 \cdot (50z_1 - 2) + 0,7 \cdot \frac{z_2 - 180}{120} - 1,45 \cdot \frac{z_3 - 5}{3} - 0,75 \cdot (50z_1 - 2) \frac{z_3 - 5}{3} - \\ - 0,9 \cdot \frac{z_2 - 180}{120} \cdot \frac{z_3 - 5}{3} - 1,7 \cdot (50z_1 - 2) \frac{z_2 - 180}{120} \cdot \frac{z_3 - 5}{3}.$$

Преобразовав это уравнение, окончательно получаем его вид в натуральных переменных:

$$y = 10,87 - 62,5 z_1 - 0,0289 z_2 - 1,233 z_3 + 1,18 z_1 z_2 + 30 z_1 z_3 + \\ + 0,0069 z_2 z_3 - 0,2361 z_1 z_2 z_3.$$

## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

### Вариант № 1

Для изучения зависимости давления деталей одежды (покрой одежды с цельнокроеным рукавом) на тело человека от некоторых факторов были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на давление  $y$  ( $H/cm^2$ ), были выбраны следующие:  $z_1$  (см) – припуск на свободное облегание к полуобхвату груди с распределением между участками спинки, проймы и полочки в соотношении 0,32:0,53:0,15;  $z_1^- = 4$ ,  $z_1^+ = 7$ ;

$z_2$  (см) – припуск к обхвату плеча,  $z_2^- = 7$ ,  $z_2^+ = 9$ ;

$z_3$  (см) – припуск к обхвату запястья,  $z_3^- = 7$ ,  $z_3^+ = 10$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

### Исходная матрица планирования ПФЭ $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	–	–	–	0,45	0,46	0,45
2	+	–	–	0,41	0,41	0,41
3	–	+	–	0,44	0,44	0,44
4	+	+	–	0,42	0,43	0,44
5	–	–	+	0,44	0,45	0,44
6	+	–	+	0,378	0,374	0,376
7	–	+	+	0,38	0,385	0,384
8	+	+	+	0,33	0,33	0,33

## Вариант № 2

Для изучения зависимости давления деталей одежды (покрой одежды с рукавом реглан) на тело человека от некоторых факторов были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на давление  $y$  ( $H/cm^2$ ), были выбраны следующие:

$z_1$  (см) – припуск на свободное облегание к полуобхвату груди с распределением между участками спинки, проймы и полочки в соотношении 0,32:0,53:0,15;  $z_1^- = 4$ ,  $z_1^+ = 7$ ;

$z_2$  (см) – припуск к обхвату плеча,  $z_2^- = 7$ ,  $z_2^+ = 9$ ;

$z_3$  (см) – припуск к обхвату запястья,  $z_3^- = 7$ ,  $z_3^+ = 10$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	–	–	–	0,27	0,26	0,25
2	+	–	–	0,25	0,24	0,23
3	–	+	–	0,26	0,26	0,26
4	+	+	–	0,172	0,176	0,18
5	–	–	+	0,27	0,28	0,26
6	+	–	+	0,262	0,265	0,263
7	–	+	+	0,236	0,235	0,239
8	+	+	+	0,17	0,17	0,17

### Вариант № 3

Для изучения зависимости давления деталей одежды (покрой одежды с втачным рукавом) на тело человека от некоторых факторов были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на давление  $y$  ( $H/cm^2$ ), были выбраны следующие:

$z_1$  (см) – припуск на свободное облегание к полуобхвату груди с распределением между участками спинки, проймы и полочки в соотношении 0,32:0,53:0,15;  $z_1^- = 3$ ,  $z_1^+ = 6$ ;

$z_2$  (см) – припуск на свободу проймы,  $z_2^- = 2$ ,  $z_2^+ = 4$ ;

$z_3$  (см) – припуск к обхвату плеча,  $z_3^- = 5$ ,  $z_3^+ = 7$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	–	–	–	1,23	1,24	1,25
2	+	–	–	0,803	0,802	0,805
3	–	+	–	0,98	0,99	0,97
4	+	+	–	0,474	0,476	0,475
5	–	–	+	0,27	0,28	0,26
6	+	–	+	0,926	0,926	0,918
7	–	+	+	0,49	0,49	0,49
8	+	+	+	0,694	0,692	0,696

### Вариант № 4

Исследовался процесс дублирования пальтовых материалов неткан-ными прокладками. В качестве исследуемой величины была взята релаксация угла через сутки  $y$  ( $град$ ) и проведены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ .

В качестве факторов, влияющих на релаксацию угла, были выбраны следующие:

$z_1$  – время прессования ( $сек$ ),  $z_1^- = 12$ ,  $z_1^+ = 20$ ;

$z_2$  – усилие прессования ( $H/m^2$ ),  $z_2^- = 3 \cdot 10^4$ ,  $z_2^+ = 5 \cdot 10^4$ ;

$z_3$  – температура прессования ( $^{\circ}C$ ),  $z_3^- = 140$ ,  $z_3^+ = 160$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	+	+	+	1,2	1,15	1,25
2	+	+	–	1,25	1,3	1,35
3	+	–	+	1,15	1,05	1,1
4	+	–	–	1,18	1,2	1,22
5	–	+	+	0,87	0,93	0,9
6	–	+	–	1,4	1,35	1,45
7	–	–	+	0,9	0,95	0,85
8	–	–	–	1,3	1,28	1,32



## Вариант № 5

Исследовался процесс дублирования пальтовых материалов неткаными прокладками. В качестве исследуемой величины была взята релаксация длины образца через сутки  $y$  (мм) и проведены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на релаксацию длины, были выбраны следующие:

$z_1$  – время прессования (сек),  $z_1^- = 12$ ,  $z_1^+ = 20$ ;

$z_2$  – усилие прессования ( $H/m^2$ ),  $z_2^- = 3 \cdot 10^4$ ,  $z_2^+ = 5 \cdot 10^4$ ;

$z_3$  – температура прессования ( $^{\circ}C$ ),  $z_3^- = 140$ ,  $z_3^+ = 160$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	+	+	+	4	3,9	4,1
2	+	+	–	4,6	4,4	4,5
3	+	–	+	3,5	3,6	3,4
4	+	–	–	3,3	3,7	3,5
5	–	+	+	3,1	3	2,9
6	–	+	–	4,7	4,5	4,3
7	–	–	+	3,2	3	2,8
8	–	–	–	3,8	4,2	4

## Вариант № 6

Для исследования влияния некоторых факторов на относительное удлинение при разрыве  $y$  (%) синтетической кожи были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на эту величину, были выбраны следующие:

$z_1$  – величина деформации (%),  $z_1^- = 7$ ,  $z_1^+ = 13$ ;

$z_2$  – температура термофиксации ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $z_2^- = 120$ ,  $z_2^+ = 150$ ;

$z_3$  – продолжительность термофиксации (мин),  $z_3^- = 6$ ,  $z_3^+ = 12$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	+	+	+	20	20,4	20,6
2	+	+	–	23,9	23,4	23,5
3	+	–	+	24	24,2	24,6
4	+	–	–	25,2	24,1	24,8
5	–	+	+	28,2	29,3	29,5
6	–	+	–	30,1	31,4	30,3
7	–	–	+	30,2	29,1	30,4
8	–	–	–	31	30,5	30

## Вариант № 7

Для исследования влияния некоторых факторов вакуумной сушки на усадку кожи по площади  $y$  (% полученной площади образца после сушки от первоначальной) были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на эту величину, были выбраны следующие:

$z_1$  – остаточное давление (кПа),  $z_1^- = 1,3$ ,  $z_1^+ = 91,3$ ;

$z_2$  – сила механического прижатия полуфабриката кожи к греющей поверхности (кПа),  $z_2^- = 0$ ,  $z_2^+ = 98$ ;

$z_3$  – температура греющей поверхности ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $z_3^- = 30$ ,  $z_3^+ = 90$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	–	+	+	93	94	95
2	–	+	–	95,7	95,9	95,9
3	–	–	+	78,5	79,3	79,5
4	–	–	–	88	88,1	88,3
5	+	+	+	95,4	95,6	95,5
6	+	+	–	84	85,4	85,3
7	+	–	+	97	97	97
8	+	–	–	90	90,7	91,1

## Вариант № 8

Для исследования влияния некоторых факторов вакуумной сушки на усадку кожи по толщине  $y$  (% полученной толщины образца после сушки от первоначальной) были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на эту величину, были выбраны следующие:

$z_1$  – остаточное давление (кПа),  $z_1^- = 1,3$ ,  $z_1^+ = 91,3$ ;

$z_2$  – сила механического прижатия полуфабриката кожи к греющей поверхности (кПа),  $z_2^- = 0$ ,  $z_2^+ = 98$ ;

$z_3$  – температура греющей поверхности ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $z_3^- = 30$ ,  $z_3^+ = 90$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	–	+	+	73	74	75
2	–	+	–	77	77,6	78,5
3	–	–	+	83,5	83,8	82
4	–	–	–	88	87,6	87,5
5	+	+	+	65,5	66	66,5
6	+	+	–	85,2	84,2	84
7	+	–	+	80	80,2	81,2
8	+	–	–	90,3	89,3	89,2

## Вариант № 9

Для изучения действия низких температур на прочность  $y$  (кг) хлопчатобумажных тканей были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на эту величину, были взяты следующие (при трех циклах замораживание – оттаивание):

$z_1$  – температура замораживания ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $z_1^- = -5$ ,  $z_1^+ = -70$ ;

$z_2$  – длительность замораживания (мин),  $z_2^- = 30$ ,  $z_2^+ = 240$ ;

$z_3$  – температура оттаивания ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $z_3^- = 20$ ,  $z_3^+ = 100$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	+	–	+	53,6	53,4	55,1
2	+	+	+	51,7	51,9	52,3
3	–	+	+	47,5	47,9	46,3
4	–	–	+	48,8	48,6	49,6
5	+	+	–	48,2	48,6	47
6	+	–	–	49,5	49,1	49,4
7	–	–	–	49,2	48,8	50,1
8	–	+	–	50,7	50,3	51

## Вариант № 10

Для изучения действия низких температур на прочность  $y$  (кг) хлопчатобумажных тканей были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на эту величину, были взяты следующие (при 25-ти циклах замораживание – оттаивание):

$z_1$  – температура замораживания ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $z_1^- = -5$ ,  $z_1^+ = -70$ ;

$z_2$  – длительность замораживания (мин),  $z_2^- = 30$ ,  $z_2^+ = 240$ ;

$z_3$  – температура оттаивания ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $z_3^- = 20$ ,  $z_3^+ = 100$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	+	+	+	43,6	43,4	44,6
2	+	–	+	49,4	49	48,5
3	–	–	+	52,6	52,8	53,2
4	–	+	+	53,8	53	54,8
5	+	–	–	51,2	52	51,6
6	+	+	–	50,5	51,7	49,8
7	–	+	–	45,2	45,8	45,6
8	–	–	–	52,7	52,3	51,8

## Вариант № 11

Для исследования влияния некоторых технологических факторов на прочность приклеивания низа обуви полиуретановым клеем (при фиксированном количестве наносимого клея  $0,06 \text{ г/см}^2$ ) были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на прочность  $y$  ( $\text{кг/2,5 см}^2$ ), были выбраны следующие:

$z_1$  – высота неровностей материала ( $\text{мкм}$ ),  $z_1^- = 20$ ,  $z_1^+ = 80$ ;

$z_2$  – время активации клеевой пленки ( $\text{сек}$ ),  $z_2^- = 60$ ,  $z_2^+ = 300$ ;

$z_3$  – давление прессования при склеивании ( $\text{кгс/см}^2$ ),  $z_3^- = 2$ ,  $z_3^+ = 8$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	+	+	+	7,4	7,3	7,5
2	–	+	+	10,4	10,6	10,8
3	+	–	+	10,2	10,3	10,1
4	–	–	+	7,4	7,5	7,6
5	+	+	–	16,8	17	17,2
6	–	+	–	10,8	11,2	11
7	+	–	–	9,3	9,5	9,4
8	–	–	–	10,2	10,3	10,1

## Вариант № 12

Для исследования влияния некоторых технологических факторов на прочность приклеивания низа обуви полиуретановым клеем (при фиксированном количестве наносимого клея  $0,01 \text{ г/см}^2$ ) были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на прочность  $y$  ( $\text{кг/2,5 см}^2$ ), были выбраны следующие:

$z_1$  – высота неровностей материала ( $\text{мкм}$ ),  $z_1^- = 20$ ,  $z_1^+ = 80$ ;

$z_2$  – время активации клеевой пленки ( $\text{сек}$ ),  $z_2^- = 60$ ,  $z_2^+ = 300$ ;

$z_3$  – давление прессования при склеивании ( $\text{кгс/см}^2$ ),  $z_3^- = 2$ ,  $z_3^+ = 8$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	+	+	+	8	7,6	7,8
2	–	+	+	5,9	6,3	6
3	+	–	+	5,8	6	5,7
4	–	–	+	6	5,98	6,02
5	+	+	–	7,5	7,6	7,7
6	–	+	–	5,3	5,5	5,4
7	+	–	–	8,7	8,9	8,8
8	–	–	–	4.19	4.2	4,21



### Вариант № 13

Для изучения действия некоторых технологических факторов на прочность  $y$  (кг) сварки нетканых клееных материалов были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на эту величину, были взяты следующие:

$z_1$  – температура нагрева электрода ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $z_1^- = 180$ ,  $z_1^+ = 220$ ;

$z_2$  – давление роликов (кг/см<sup>2</sup>),  $z_2^- = 25$ ,  $z_2^+ = 35$ ;

$z_3$  – скорость продвижения материала (м/мин),  $z_3^- = 1,5$ ,  $z_3^+ = 3$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	+	+	+	408	404	388
2	–	+	+	312	304	306
3	+	–	+	328	336	330
4	–	–	+	281	265	274
5	+	+	–	650	646	666
6	–	+	–	538	556	540
7	+	–	–	607	621	628
8	–	–	–	552	542	528

## Вариант № 14

Для изучения действия некоторых технологических факторов на прочность  $y$  ( $кг$ ) сварки нетканых клееных материалов были поставлены эксперименты по плану ПФЭ  $2^3$ . В качестве факторов, влияющих на эту величину, были взяты следующие:

$z_1$  – температура нагрева электрода ( $^{\circ}C$ ),  $z_1^- = 180$ ,  $z_1^+ = 220$ ;

$z_2$  – давление роликов ( $кг/см^2$ ),  $z_2^- = 25$ ,  $z_2^+ = 35$ ;

$z_3$  – скорость продвижения материала ( $м/мин$ ),  $z_3^- = 1,5$ ,  $z_3^+ = 3$ .

Требуется построить уравнение регрессии, учитывая взаимодействия факторов, проверить полученную модель на адекватность и произвести ее интерпретацию.

Исходная матрица планирования ПФЭ  $2^3$

№ эксперимента	Изучаемые факторы			Результаты опытов		
	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
1	+	+	+	508	504	588
2	–	+	+	212	254	226
3	+	–	+	380	360	370
4	–	–	+	280	260	290
5	+	+	–	850	845	860
6	–	+	–	638	656	640
7	+	–	–	850	748	728
8	–	–	–	652	642	598

## ЛИТЕРАТУРА

1. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1971. – 282 с.
2. . Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для вузов. – 10-е изд., стер.– М.: Высшая школа, 2004. – 479с.
3. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теория вероятностей и математической статистике: учеб. пособие. – 8-е изд., стер.– М.: Высшая школа, 2003. – 405с.
4. Тихомиров В.Б. Планирование и анализ эксперимента (при проведении исследований в легкой и текстильной промышленности). – М.: Легкая индустрия, 1974. – 262 с.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

**Соколовская Ирина Юрьевна**

**Полный факторный эксперимент**

Методические указания

Технический редактор Соколовский А.Р.

Ответственный за выпуск Соколовская И.Ю.

Компьютерная верстка Соколовская И.Ю.