

Индивидуальное домашнее задание № 2 (весенний семестр) для НК-201 (суммарно 40 баллов).

- 1. В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:**
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины μ .
- 2. В условиях задачи 15 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:**
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины ξ .
 - 2) **Четный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины η . **Нечетный номер варианта** - математическое ожидание случайной величины μ .
- 3. В условиях задачи 18 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:**
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - 3) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины μ .
 - 4) Математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\eta = |\xi - \eta|$.
- 4. В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите**
 - 1) Математическое ожидание и дисперсию случайных величин ξ и η .
 - 2) Ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η .
 - 3) Математическое ожидание случайной величины μ .
- 5. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность $p_\xi(x)$. Найдите константу A , медиану и моду.**
- 6. В условиях задачи 17 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:**
 - 1) условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η ;
 - 2) условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ .
 - 3) Для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. μ при условии η .
Для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. μ при условии ξ .
- 7. В условиях задачи 19 ИДЗ 1 (осенний семестр) найдите:**
 - для **нечетного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. η при условии ξ ;
 - для **четного номера варианта** – условное математическое ожидание с.в. ξ при условии η ;
- 8. В условиях задачи 20 ИДЗ 1 (осенний семестр) вычислите:**
 - 1) характеристические функции $f_\xi(t)$ и $f_\eta(t)$ случайных величин ξ и η ;
 - 2) характеристическую функцию $f_\mu(t)$ случайной величины μ ;
- 9. По заданной характеристической функции $f_\xi(t)$ вычислите:**
 - 1) математическое ожидание случайной величины ξ ;
 - 2) дисперсию случайной величины ξ .
- 10. Посетитель тира платит за выстрел a рублей. При попадании в девятку получает выигрыш b рублей, при попадании в десятку получает выигрыш c рублей. Если стрелок не попадает ни в девятку, ни в десятку, то деньги ему не выплачиваются. Вероятности попадания в девятку, десятку и промаха равны p_1 , p_2 и p_3 соответственно. Число посетителей равно n .**

С помощью **неравенства Чебышева**:

 - 1) найдите границы, в которых будет лежать суммарная прибыль владельца тира с вероятностью не менее α ;
 - 2) найдите число посетителей тира, чтобы вероятность отклонения суммарной прибыли от среднего размера суммарной прибыли на величину не меньше β % от средней суммарной прибыли равнялась p .

С помощью **центральной предельной теоремы** оцените вероятность того, что

 - 1) размер убытка у владельца тира будет лежать в пределах от m_1 до m_2 рублей;
 - 2) что суммарная прибыль окажется в пределах от n_1 до n_2 рублей.
- 11. Статистический анализ, проведенный по заказу авиакомпании, показал, что распределение веса (в кг) пассажира авиарейса с грузом хорошо описывается плотностью распределения**
$$p(x) = Ax^3(150 - x), \quad x \in (0; 150).$$

Масса пустого снаряженного самолета равна 135 тонн. Максимальная взлетная масса равна 260 тонн. При посадке зарегистрировано n пассажиров.

 - 1) Какой коммерческий груз (в кг) можно дополнительно возить этим рейсом, чтобы вероятность перегрузки составила не более α %.
 - 2) Найдите вероятность перегрузки, если дополнительный коммерческий груз составил m тонн.

- 12.** По заданным выборкам X_1, X_2, \dots, X_n и Y_1, Y_2, \dots, Y_n объема $n = 50$ найти и построить:
- 1) минимальный и максимальный элементы выборки, разброс выборки, статистический ряд;
 - 2) гистограмму, полигон относительных частот, эмпирическую функцию распределения;
 - 3) выборочные характеристики: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную) (по выборке и по статистическому ряду), медиану.
- 13.** Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью $p_\xi(x)$ с неизвестным параметром. Найдите оценку неизвестного параметра методом моментов.
- 14.** Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} 2\sqrt{\frac{a}{\pi}} e^{-\left(x\sqrt{a} - \frac{\sqrt{b}}{x}\right)^2}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами (a, b) . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 15.** Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с заданной плотностью
- $$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a\pi x^2}} e^{-\frac{(\ln x - b)^2}{2a}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$
- с неизвестными параметрами (a, b) . Найдите оценку максимального правдоподобия этих параметров
- 16.** Известно, что выборка X_1, X_2, \dots, X_n подчиняется теоретическому распределению с неизвестным параметром. При помощи метода максимального правдоподобия (ММП) найти оценку неизвестного параметра распределения, проверить полученную оценку на несмещенность и эффективность.
- 17.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n дискретному распределению с заданными параметрами.
- 18.** С помощью критерия отношения правдоподобия проверить гипотезы H_0 и H_1 о принадлежности выборки X_1, X_2, \dots, X_n непрерывному распределению с заданными параметрами.
- 19.** Для заданной выборки X_1, X_2, \dots, X_n с помощью критерия χ^2 проверить гипотезу о принадлежности выборки к заданному дискретному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).
- 20.** Для заданной выборки X_1, X_2, \dots, X_n с помощью критерия χ^2 проверить гипотезу о принадлежности выборки к непрерывному распределению (с помощью метода моментов найти параметры распределения).

Распределение баллов (40 баллов)

Задача 1 (1,5 балла)			Задача 2 (1,5 балла)		Задача 3 (2 балла)				Задача 4 (3 балла)			Задача 5	Задача 6 (2 балла)		
0,5	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,3	0,5	0,7	1	1	1	1 балл	0,5	0,5	1
Задача 7		Задача 8 (2 балла)		Задача 9 (1,5 балла)		Задача 10 (2 балла)				Задача 11 (1,5 балла)					
2 балла		1,4	0,6	0,5	1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,7				0,8	
Математическая статистика															
Задача 12 (1,5 балла)			Задача 13	Задача 14	Задача 15	Задача 16	Задача 17	Задача 18	Задача 19	Задача 20					
0,5	0,5	0,5	2 балла	2 балла	2 балла	2,5 балла	2 балла	2 балла	3 балла	3 балла					

5.	$p_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [-2; 1] \\ A(2-x)^2, & x \in [-2; 1] \end{cases}$
----	---------------------------------------------------------------------------------------------

9.	$f(t) = (0.4e^{it} + 0.6)^{10}$
----	---------------------------------

10.	$a = 300, b = 500, c = 750, \quad p_1 = 0,35, p_2 = 0,10, p_3 = 0,55, \quad n = 500,$ $\alpha = 0.9, \quad \beta = 20, \quad p = 0.15$ $m_1 = 0, \quad m_2 = 500, \quad n_1 = 15000, \quad n_2 = 30000$
-----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

11.	$n = 435, \quad \alpha = 0.2, \quad m = 40$
-----	---------------------------------------------

12.	Выборка X_1, \dots, X_n
-----	---------------------------

[1,]	5	10	3	7	7	6	5	6	8	5
[2,]	3	7	6	5	7	3	4	3	5	4
[3,]	9	4	5	9	4	3	5	5	8	6
[4,]	6	6	6	3	2	8	3	4	4	7
[5,]	4	7	7	6	5	5	5	6	4	1

Выборка Y_1, \dots, Y_n

[1,]	4.02	7.89	-0.95	6.42	6.04	4.59	2.99	4.58	7.15	2.29
[2,]	-0.05	6.15	4.46	2.47	5.93	-0.93	0.57	-0.78	2.57	1.30
[3,]	7.66	0.54	3.09	7.65	1.58	-0.52	2.92	3.16	7.21	5.53
[4,]	4.51	4.87	5.07	-0.59	-1.42	7.28	-0.83	1.02	0.59	6.44
[5,]	1.67	6.31	6.62	5.77	3.66	2.76	3.13	5.60	1.44	-1.89

13.	Выборка X_1, \dots, X_n – имеет плотность распределения
-----	-----------------------------------------------------------

$$f(x) = \begin{cases} p\lambda_1^2 x e^{-\lambda_1 x} + (1-p)\lambda_2^2 x e^{-\lambda_2 x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

При заданных значениях параметров $\lambda_1 = 1.1$ и $\lambda_2 = 3$ найти оценку параметра p .
Таблица частот

интервалы	0-0.4	0.4-0.8	0.8-1.2	1.2-1.6	1.6-2	2-2.4	2.4-2.8	2.8-3.2	3.2-3.6	3.6-4
частоты	258	293	186	99	58	37	29	18	13	9

14.	По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b
-----	------------------------------------------------------------------

интервалы	1.2-1.8	1.8-2.4	2.4-3	3-3.6	3.6-4.2	4.2-4.8	4.8-
частоты	36	114	144	71	56	51	28

15.	По заданной таблице частот найти оценку ММП параметров a и b
-----	------------------------------------------------------------------

интервалы	0.0-2.0	2.0-4.0	4.0-6.0	6.0-8.0	8.0-10.0	10.0-12.0	12.0-14.0	14.0-16.0	16.0-18.0	18.0-20.0
частоты	167	175	93	41	6	5	9	2	1	1

16.	Распределение Пуассона
-----	------------------------

[1,]	9	4	7	9	9	9	7	9	7	9
[2,]	7	9	6	11	6	8	7	5	11	13
[3,]	6	9	9	7	9	6	7	9	6	8
[4,]	10	3	4	4	11	7	9	7	4	9
[5,]	8	5	6	5	6	7	6	8	4	10

При помощи ММП найти оценку дисперсии и проверить эту оценку на несмещённость и эффективность

17.	Гипотеза H_0 --- геометрическое распределение $Geom(p = 0.4)$
-----	-----------------------------------------------------------------

Гипотеза H_1 --- геометрическое распределение $Geom(p = 0.5), \alpha = 0.05$

[1,]	5	1	0	2	1	0	0	1	0	0
[2,]	1	2	2	1	0	1	0	1	0	5
[3,]	1	0	1	10	1	6	0	2	1	1
[4,]	3	1	3	2	3	2	1	0	0	2
[5,]	1	3	2	0	2	0	0	3	0	1

18.	Гипотеза H_0 --- гамма-распределение $Gamma(\gamma = 2, \lambda = 0.4)$
-----	---------------------------------------------------------------------------

Гипотеза H_1 --- гамма-распределение $Gamma(\gamma = 2, \lambda = 0.3)\alpha = 0.05$

[1,]	3.81	0.96	7.38	10.72	2.69	7.30	1.78	9.11	9.08	2.68
[2,]	3.21	3.22	6.36	3.75	3.55	4.34	6.03	13.15	6.66	8.40
[3,]	1.80	3.01	4.03	1.82	3.44	11.51	7.32	5.46	5.53	6.34
[4,]	4.71	4.70	1.40	1.97	3.79	11.11	4.07	6.54	2.55	2.42
[5,]	5.04	2.70	6.07	3.64	0.97	1.67	5.48	1.50	1.64	7.83

	19.	Биномиальное распределение с неизвестными параметрами p и n , $\alpha = 0.1$ [1,] 5 10 3 7 7 6 5 6 8 5 [2,] 3 7 6 5 7 3 4 3 5 4 [3,] 9 4 5 9 4 3 5 5 8 6 [4,] 6 6 6 3 2 8 3 4 4 7 [5,] 4 7 7 6 5 5 5 6 4 1
	20.	Равномерное распределение с параметрами a и b , $\alpha = 0.1$ [1,] 4.02 7.89 -0.95 6.42 6.04 4.59 2.99 4.58 7.15 2.29 [2,] -0.05 6.15 4.46 2.47 5.93 -0.93 0.57 -0.78 2.57 1.30 [3,] 7.66 0.54 3.09 7.65 1.58 -0.52 2.92 3.16 7.21 5.53 [4,] 4.51 4.87 5.07 -0.59 -1.42 7.28 -0.83 1.02 0.59 6.44 [5,] 1.67 6.31 6.62 5.77 3.66 2.76 3.13 5.60 1.44 -1.89